

Merenja

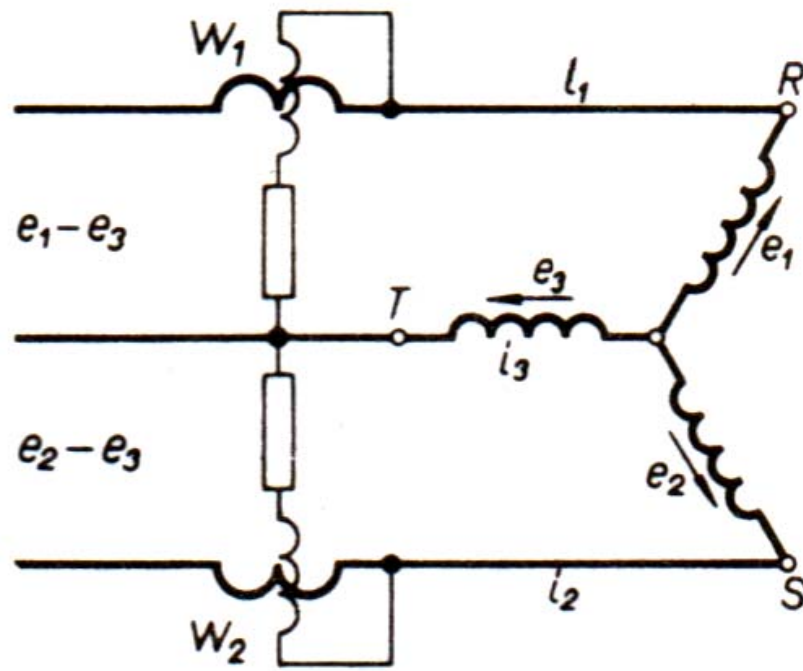
10. predavanje

Merenje aktivne snage pomoću dva vatmetra (Aronov spoj)

Trenutna vrednost snage u trofaznom sistemu može se odrediti sabiranjem trenutnih vrednosti snage pojedinih faza.

$$P_{mom} = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3$$

U trofaznom sistemu bez nulprovodnika suma struja sve tri faze u svakom trenutku mora biti nula!



Slika 9.34. Mjerenje djelatne snage metodom dvaju vatmetara (Aronov spoj)

U trofaznom sistemu bez nulprovodnika suma struja sve tri faze u svakom trenutku mora biti nula!

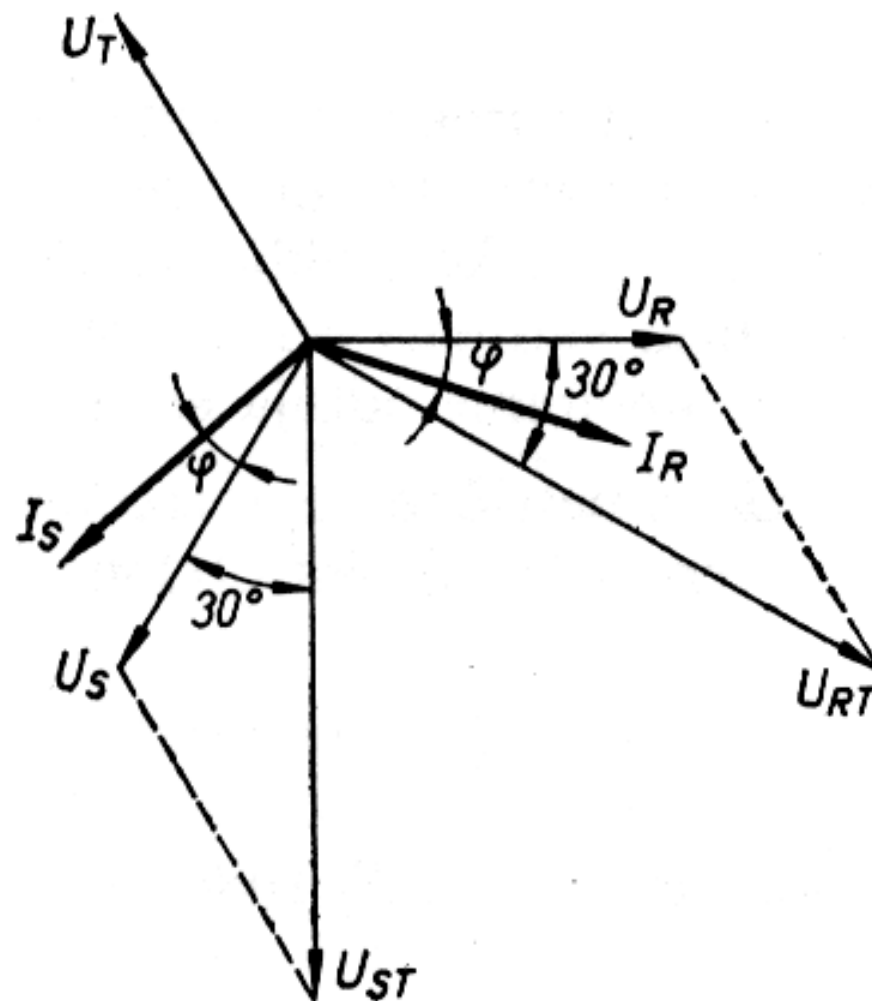
$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$-i_3 = i_1 + i_2$$

$$P_{mom} = e_1 i_1 + e_2 i_2 - e_3 (i_1 + i_2)$$

$$P_{mom} = i_1 (e_1 - e_3) + i_2 (e_2 - e_3)$$

$$P = P_1 + P_2$$



Slika 9.35. Vektorski dijagram Aronova spoja za mjerenje djelatne snage

$$P_1 = I_R U_{RT} \cos(30^\circ - \varphi)$$

$$P_2 = I_S U_{ST} \cos(30^\circ + \varphi)$$

$$\cos(30^\circ - \varphi) = \cos 30^\circ \cos \varphi + \sin 30^\circ \sin \varphi$$

$$\cos(30^\circ + \varphi) = \cos 30^\circ \cos \varphi - \sin 30^\circ \sin \varphi$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = 0,5$$

$$P_1 + P_2 = \sqrt{3}UI \cos \varphi$$

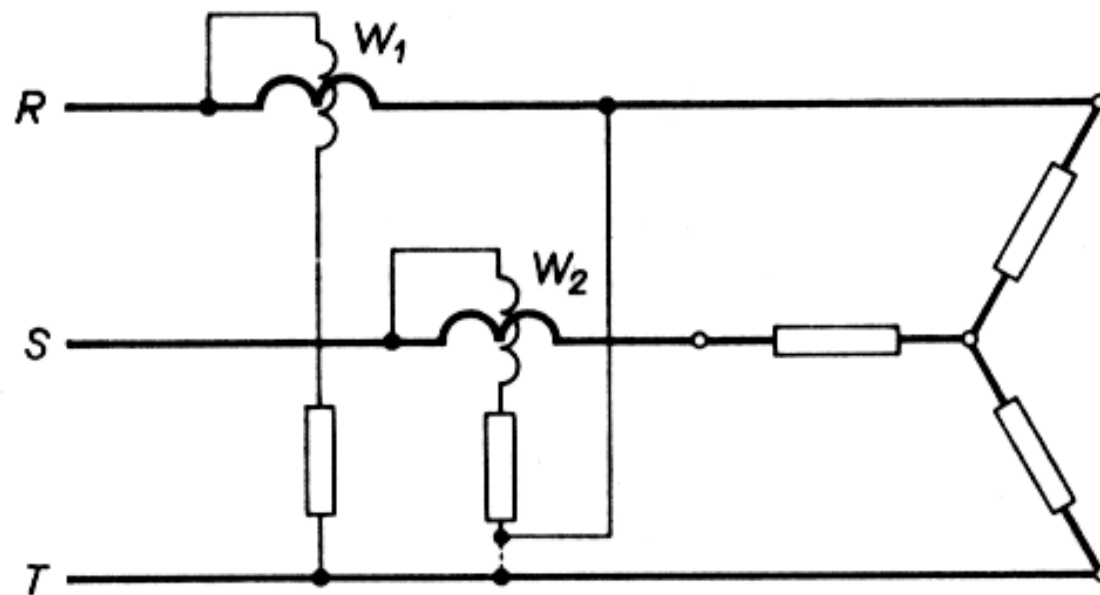
$$P_1 - P_2 = UI \sin \varphi$$

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} = \frac{UI \sin \varphi}{\sqrt{3}UI \cos \varphi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \varphi$$

označimo: $\xi = \frac{P_2}{P_1}$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + 3 \left(\frac{1 - \xi}{1 + \xi} \right)^2}}$$

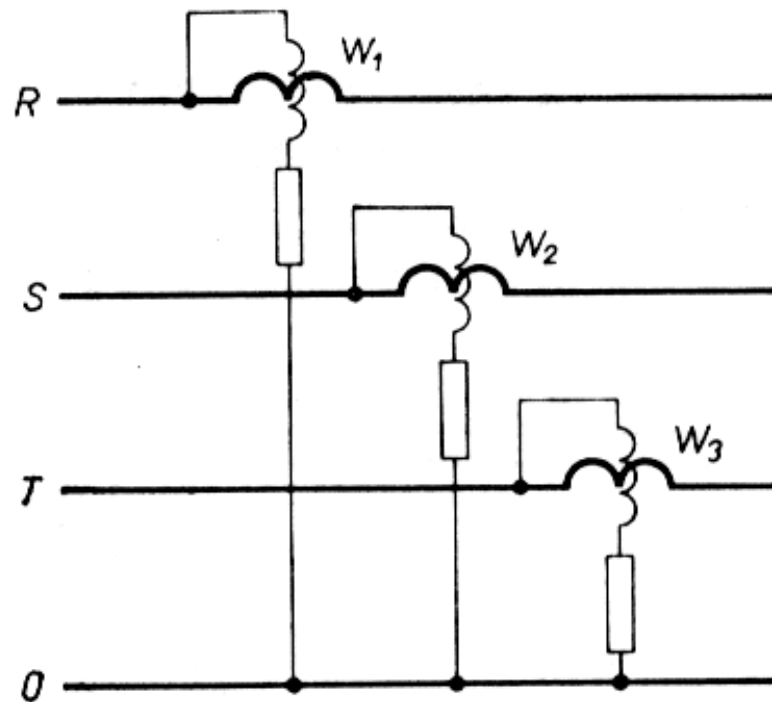
Očitavanja na vatmetrima treba numerički sabirati ili oduzimati, zvisno od faktora snage opterećenja. Kada ni približno nije poznat faktor snage moguće su zablude. Zbog toga treba voditi računa o pravilnom priljučivanju, tj. mora se voditi računa o vremenskom redosledu faza, i o tome, koje su dovodne stezaljke na naponskoj i strujnoj grani vatmetra.



Slika 9.38. Kontrola pravilnog priključivanja vatmetara u Aronovu spoju

Kontrola pravilnosti priključivanja provodi se na sledeći način: Vatmetri W_1 i W_2 spoje se tako da imaju pozitivan otklon. Jedan od njih će pri tom dati manji otklon. Neka je to vatmetar W_2 . Njegova naponska grana se odvoji od one faze u kojoj nema strujnih grana vatmetra i uključi u onu granu u kojoj je strujna grana drugog vatmetra. Ako je njegov otklon i sada pozitivan, vatmetar je bio ispravno spojen i njegovo je očitavanje trebalo pribrojati očitavanju na drugom vatmetru. Ako je obratno treba ga odbiti.

Merenje aktivne snage trofaznih sistema metodom triju vatmetara



Slika 9.40. Mjerenje djelatne snage
metodom triju vatmetara

Princip merenja reaktivne snage

Vatmetri realizuju realnu komponentu kompleksne snage \underline{S} kao rezultat merenja.

$$\operatorname{Re}[\underline{S}] = \operatorname{Re}[P + jQ] = P$$

Za merenje reaktivne snage Q u osnovi nude dva moguća pristupa:

- Primena takvog instrumenta koja ima pokazivanje srazmeran zavisnosti $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$. (Takvi su indukcionni instrumenti)
- Primena vatmetara koji mere aktivnu snagu P . Vatmetri mere realnu komponentu kompleksne snage.

Umesto \underline{S} treba naći takvu transformaciju kompleksne snage čija je realna komponenta jednaka : Q . Može se dokazati da je množenje \underline{S} sa $-j$ baš ta tražena transformacija

$$-j \cdot \underline{S} = -j \cdot [P + jQ] = Q - jP$$

i

$$\operatorname{Re}[-j \cdot \underline{S}] = Q$$

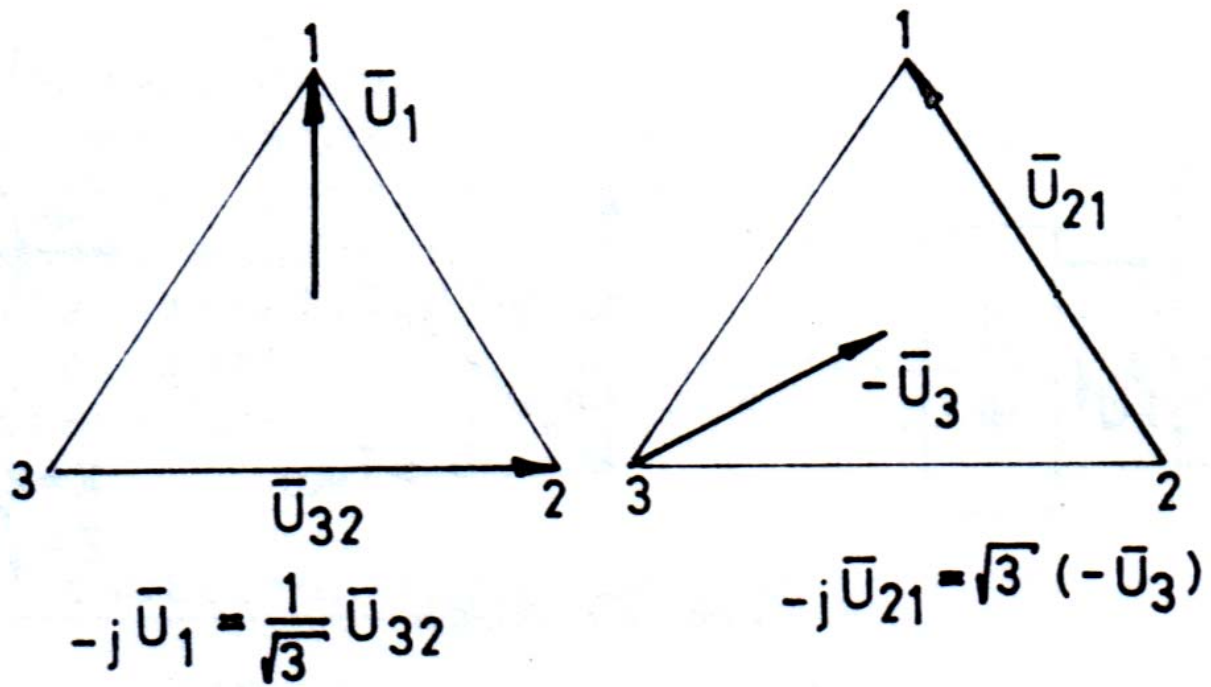
Vatmetri znači mere Q ako ih priključimo tako da umesto

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

mere

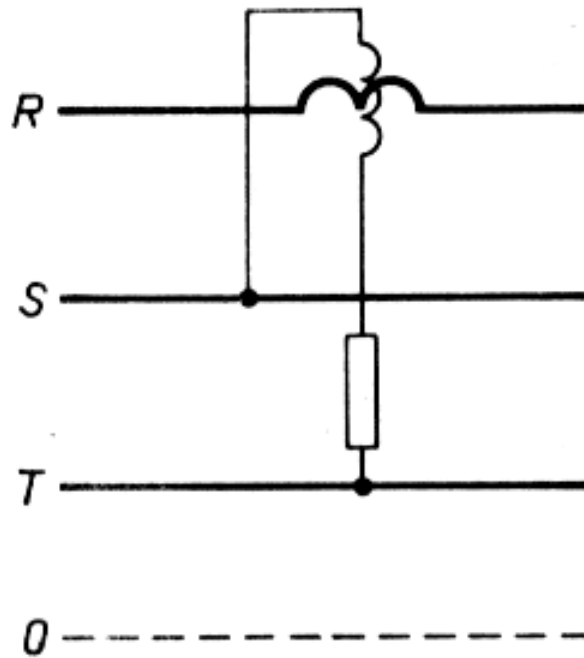
$$-j \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

Ovo se realizuje najjednostavnije napajanjem naponskog namotaja. Ili se pomera faza napona unutar instrumenta, ili priključivanje naponskog namotaja.



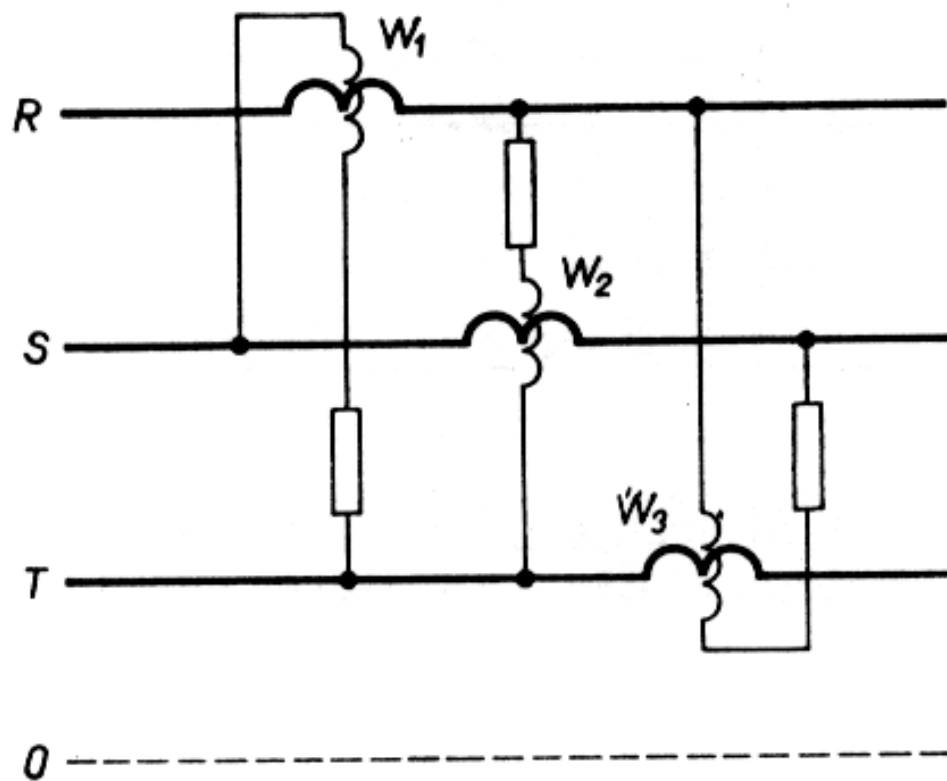
3.6.28 ábra

Merenje reaktivne snage u trofaznim sistemima



$$Q = \frac{3 \cdot P}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot P$$

Slika 9.42. Mjerenje jalove snage trofaznog simetričnog tereta metodom jednog vatmetra



$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (P_1 + P_2 + P_3)$$

Slika 9.43. Mjerenje jalove snage
metodom triju vatmetara

Merenje reaktivne snage u trofaznim sistemima može se provesti pomoću jednosistemskih instrumenata koji mere reaktivnu snagu (varmetara), spajajući ih onako kako se spajaju vatmetri pri merenju aktivne snage u trofaznim sistemima.

Merenje reaktivne snage u trofaznim simetričnim sistemima je moguće i pomoću vatmetara, ako se njihova naponska grana priključi na napon fazno pomeren za 90° prema naponu koji bi imala naponska grana pri merenju aktivne snage.

U slučaju merenja reaktivne snage prema slici 9.43.
reaktivna snaga trofaznog sistema se određuje prema
izrazu:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (P_1 + P_2 + P_3)$$

Električna brojila

Većinom se brojila sastoje od malog elektromotora koji pokreće brojač okretaja na kojemu se može očitati potrošena energija za posmatrano vreme. Da bi takvo brojilo pokazao merenu energiju

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P dt$$

potrebno je da brzina okretanja motora ω bude srazmeran snazi P potrošača:

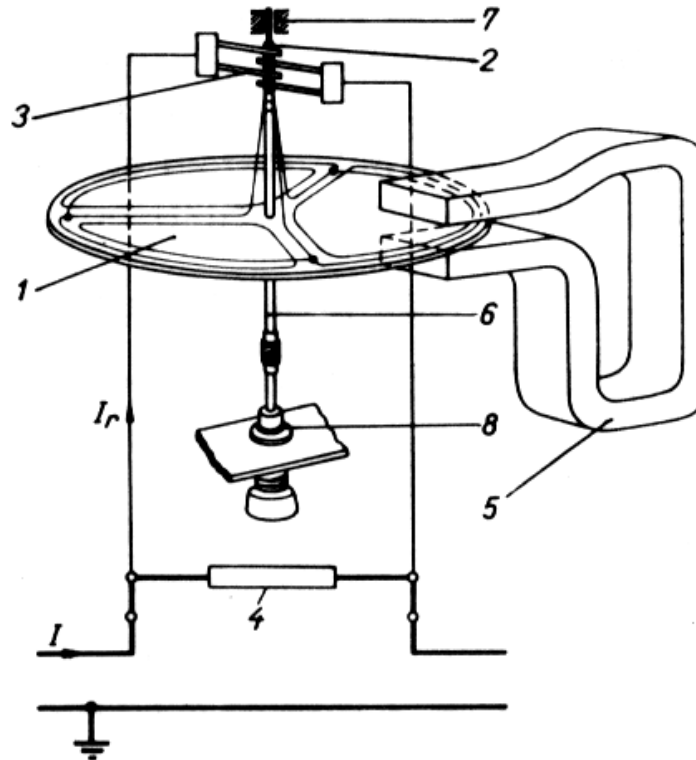
$$P = k\omega = k \frac{d\alpha}{dt}$$

Tek tada će biti:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P dt = k \int_{t_1}^{t_2} \omega dt = k \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha = k(\alpha_2 - \alpha_1) = 2\pi kN$$

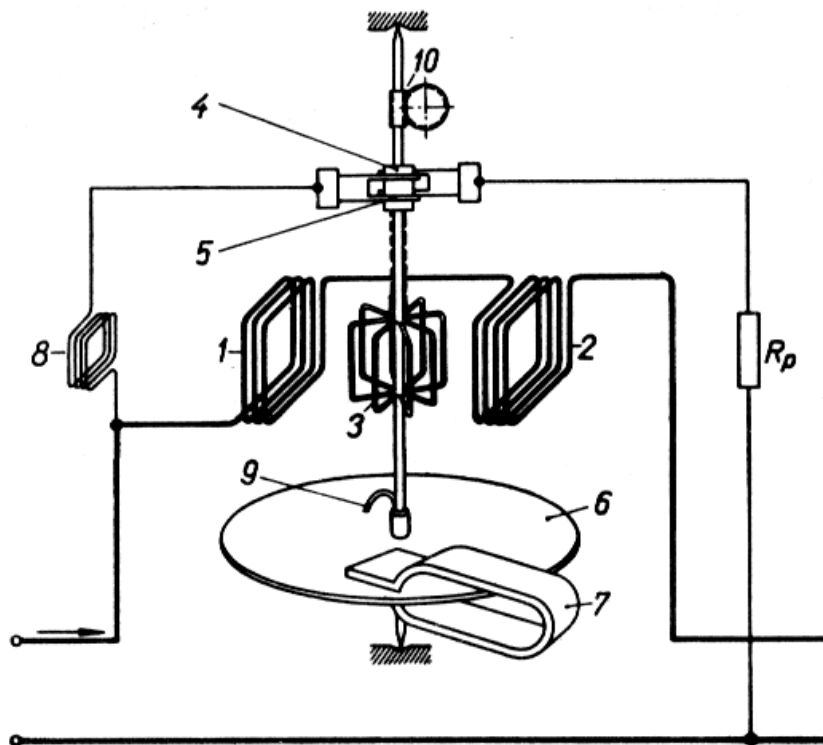
gde $N = (\alpha_2 - \alpha_1)/2\pi$ označava broj okretaja brojila u vremenu $t_2 - t_1$.

Istosmerna brojila



Slika 5.2. Magnetomotorno brojilo

1 rotor s tri plosnata svitka; 2 kolektor; 3 četkice; 4 podesivi poredni otpornik R_s ; 5 permanentni magnet; 6 vertikalna čelična osovina rotora; 7 gornji ležaj s rukavcem; 8 donji uporni ležaj



$$M_1 = k_1 I I_r \quad (5.10)$$

Rotor je priključen na napon U potrošača preko velikog otpora R_p , pa je struja $I_r \approx U/R_p$. Iz toga slijedi:

$$M_1 = k_2 I U = k_2 P \quad (5.11)$$

Slika 5.3. Elektrodinamsko brojilo

1 i 2 strujni svici; 3 pravokutni svici rotora; 4 kolektor; 5 četkice; 6 aluminijska ploča; 7 permanentni magnet; 8 pomoćni svitak; 9 željezna zastavica; 10 pužni prenos

Naizmenična brojila

Jednofazno indukciono brojilo aktivne energije

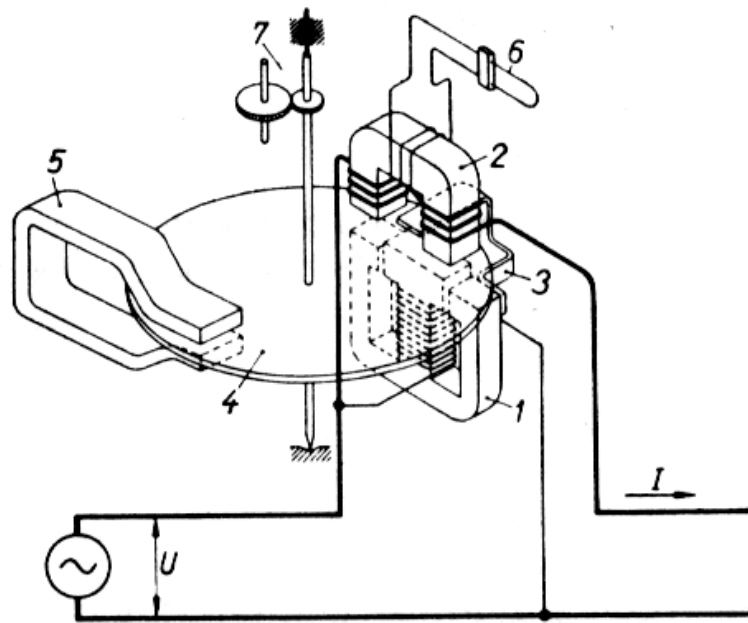
Indukciona brojila sastoje se od dva elektromagneta od kojih jedan, donji namotan sa mnogo namota tanke žice i priključen na napon potrošača, a drugi, gornji, namotan sa samo nekoliko namota debele žice kroz koju teče struja potrošača. Ti elektromagneti koje nazivamo naponskim odnosno strujnim elektromagnetom, smešteni su jedan nasuprot drugome i između njih se nalazi vrtljiva aluminijska ploča. Tu ploču zahvata Φ_I fluks strujnog elektromagneta koji je proporcionalan struji I potrošača i Φ_U fluks naponskog elektromagneta koji je proporcionalan naponu U potrošača.

Ti fluksevi induciraju u aluminijskoj ploči napone koji fazno zaostaju za tim fluksevima 90 stepeni.

Ovi naponi u aluminijskoj ploči proizvode vrtložne struje I_U i I_I koje zbog male reaktance skoro su u fazi sa tim naponima.

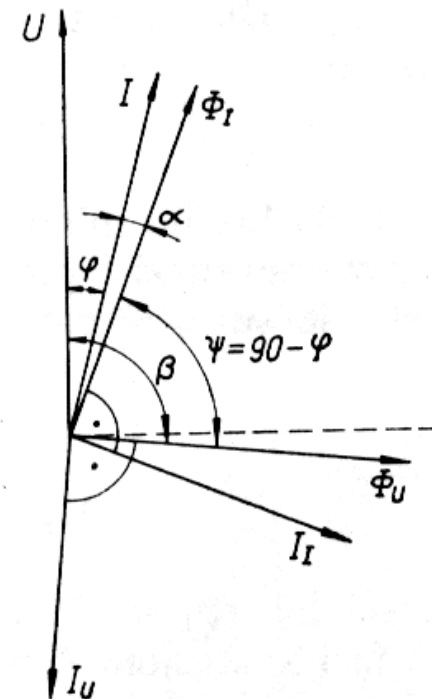
Fluks Φ_U sa vrtložnim strujama I_I stvara zakretni moment M_1 , a fluks Φ_I sa vrtložnim strujama I_U stvara zakretni moment M_2 .

Potrebni kočioni momenat se dobija pomoću permanentnog magneta, čiji magnetski fluks takođe zahvata aluminijsku ploču brojila.

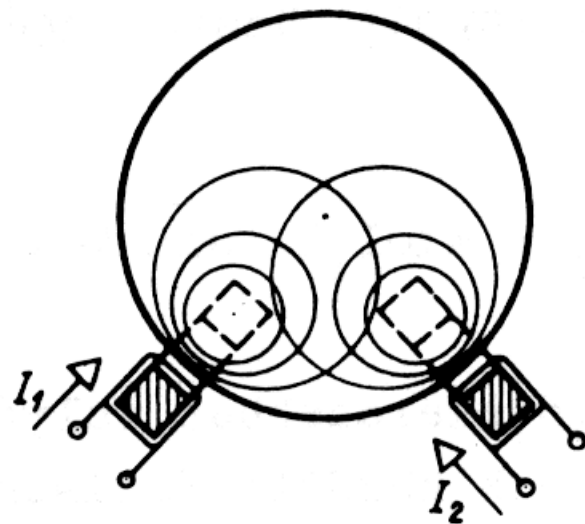
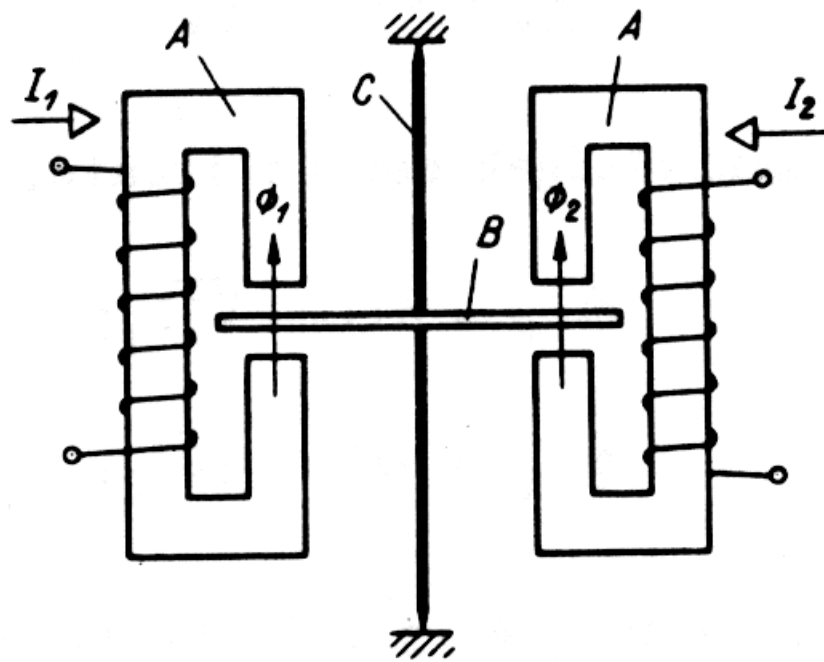


Slika 5.4. Indukciono brojilo

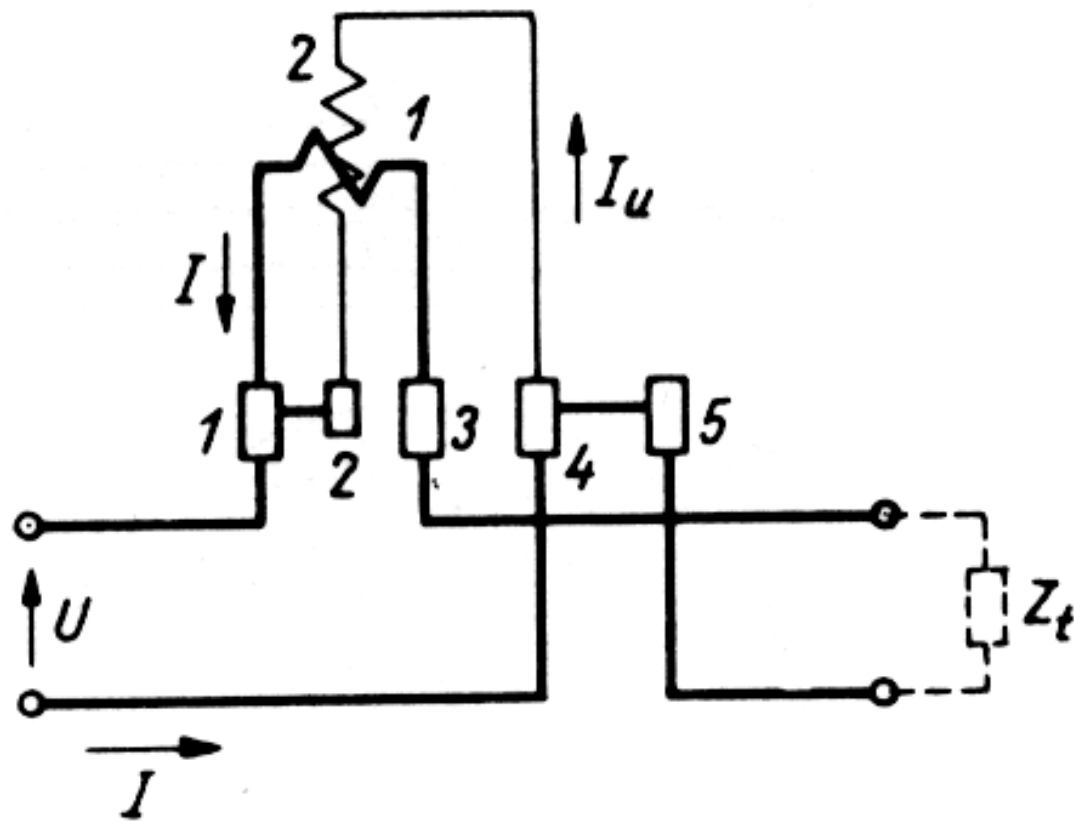
1 naponski elektromagnet; 2 strujni elektromagnet; 3 stremen za povrat magnetskog toka; 4 aluminijska ploča; 5 permanentni magnet; 6 petlja od otpornog materijala za ugađanje faznog pomaka; 7 zupčani prenos na brojač



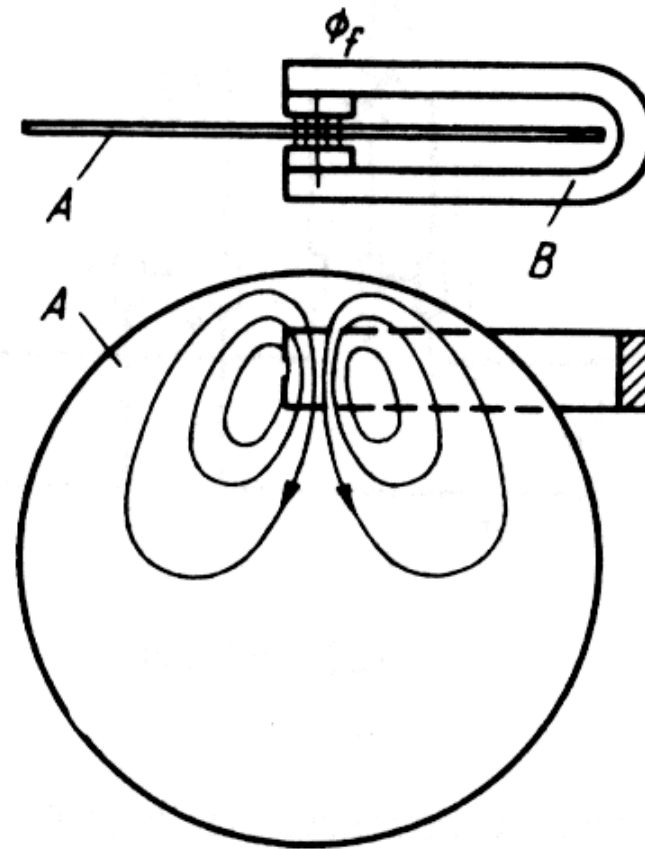
Slika 5.5. Vektorski dijagram indukcionog brojila djelatne snage



6.4 ábra



6.5 ábra



6.6 ábra

Vihorne struje u aluminiskoj ploči usled delovanja permanentnog magneta prilikom kretanja al. ploče.

Merenje impedanse

Merenje impedanse pomaže nam pri rešavanju mnogih praktičnih problema, pre svega u proizvodnji, u kontroli kvaliteta i u električnim merenjima neelektričnih veličina.

Merenje otpora izolacije kablova, otpora izolacije električnih mašina, pomaže pri sprečavanju havarija sa katastrofalnim posledicama.

U procesnim merenjima prisutni su kapacitivni, induktivni i omski pretvarači, koji služe za merenje dužine, ugla, pritiska, nivoa. Postoje kapacitivne metode za merenje sastava ili vlažnosti pojedinih materija.

Promena otpora tenzoelemenata omogućuje merenje sile, momenta, deformacije pojedinih konstrukcionih elemenata.

Induktivni i kapacitivni senzori upotrebljavaju se u potrazi za metalnim predmetima u zidovima kuća, kablovskih vodova itd.

Merenjem impedanse mogu se odrediti otpornost, kapacitivnost, induktivnost kao i međuiinduktivitet.

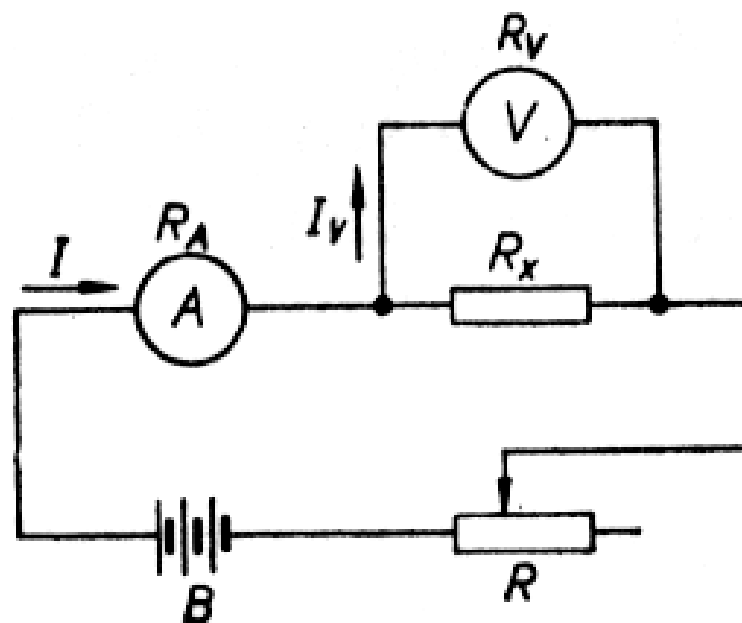
Merenje otpornosti

Merenje otpornosti pomoću jednosmerne struje moguće je vršiti na razne načine počev od ommetara, **U-I** metoda i raznih uporednih metoda i mostova.

Princip rada ommetra je izložen prilikom predavanja o osnovnim instrumentima.

Merenje otpornosti U-I metodom

Ova metoda zasniva se na primeni Omovog zakona. Ako je otpor vezan na izvor napona, onda kroz njega protiče struja $I = U/R$. Merenjem struje i napona možemo prema tome naći otpor. Međutim, ovde postoje dve mogućnosti vezivanja ampermetra i voltmetra. Oba načina daju izvesnu grešku, pa se merenjem po ovoj metodi uvek čini sistematska greška.



Slika 9.56. Mjerenje djelatnog otpora mjerenjem napona i struje (naponski spoj)

U prvom slučaju struja koju ampermetar pokazuje je zbir struja koje prolaze kroz otpor R_x i struje koja prolazi kroz voltmetar, mada je potrebno poznavati samo vrednosti struje koja prolazi kroz otpor R_x . Odatle prolazi da je tačna vrednost otpora u ovom slučaju:

$$R = \frac{U}{I' - I_v}$$

Voltmetar meri stvaran napon koji vlada na krajevima otpora R_x dok ampermetar meri veću struju od one koja teče kroz taj otpor i jednaku zbiru struja kroz otpor (I) i kalem voltmetra (I_v)

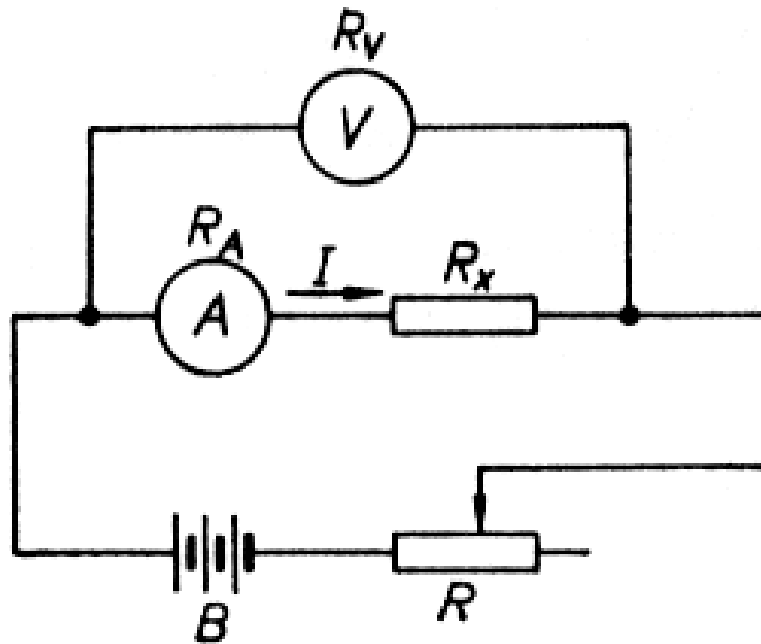
$$I' = I + I_v$$

Računska vrednost otpora (R') dobijena na osnovu rezultata ovog merenja biće uvek manja od stvarne vrednosti otpora:

$$R' = \frac{U}{I'} < R = \frac{U}{I} \quad \text{pošto je} \quad I' > I$$

Apsolutna greška koja se pri takvom merenju čini može se naći kao razlika:

$$\Delta R = R' - R = \frac{R_v R}{R_v + R} - R = \frac{R_v R - R_v R - R^2}{R_v + R} = -\frac{R^2}{R_v + R}$$



Slika 9.57. Mjerenje djelatnog otpora mjerenjem napona i struje (strujni spoj)

U drugom slučaju voltmetar ne meri pad potencijala samo na otporu, već ukupan napon na otporu R_x i unutrašnjem otporu ampermetra. Odatle izlazi da je tačna vrednost otpora u ovom slučaju:

$$R = \frac{U' - u_a}{I}$$

Gde je sa u_a označen pad potencijala na ampermetru.

Ako sa R_a označimo unutrašnji otpor ampermetra, sa U' napon koji meri voltmetar, sa R_V otpor voltmetra, a sa U napon koje stvarno vlada na krajevima otpora R_x , apsolutna greška u ovom slučaju biće:

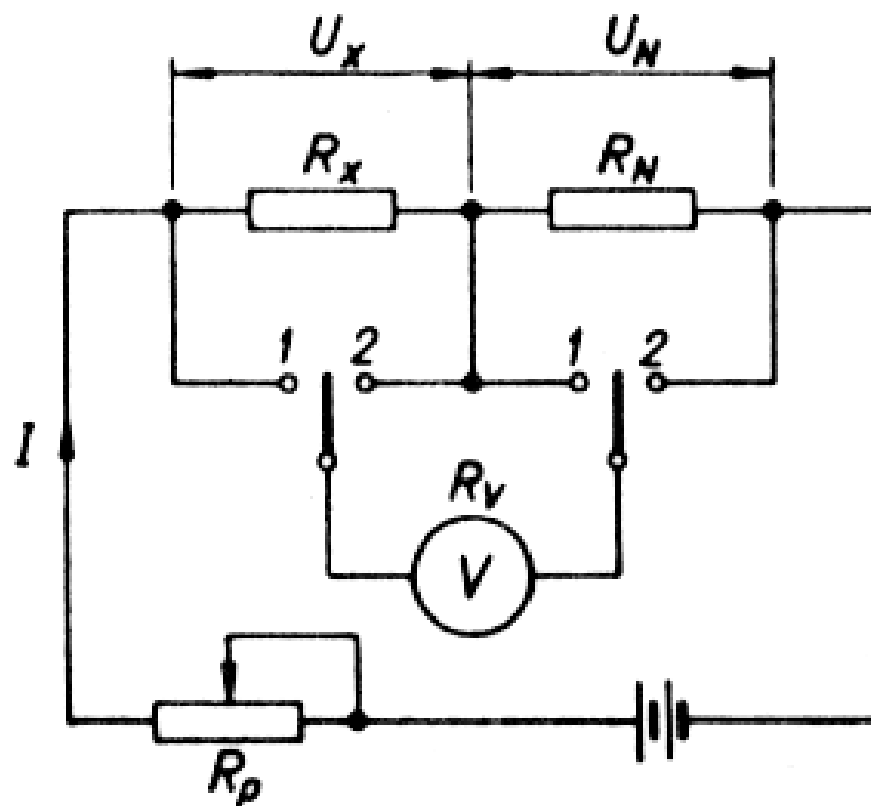
$$\Delta R = R' - R = \frac{U'}{I} - \frac{U}{I} = \frac{U' - U}{I} = \frac{R_a I}{I} = R_a$$

Metoda voltmetra i poznatog otpora

Ovom metodom mogu se meriti nepoznati otpori pomoću poznatih otpora i jednog voltmetra čija skala ne mora biti baždarena u voltima, u čemu leži prednost metode. Metoda se sastoji u tome da se voltmetrom sa visokim unutrašnjim otporom pad napona jednom meri na nepoznatom otporu, a drugi put na poznatom otporu. Oba otpora su zajedno sa izvorom, vezana na red.

Neka se na nepoznatom otporu, pri prekidaču u položaju 1, izmeri pad napona:

$$U_x = I \frac{R_x R_v}{R_x + R_v}$$



Slika 9.62. Poredbena metoda mjerenja otpora u serijskom spoju

gde je R_v otpor voltmetra. Pri prekidaču u položaju 2 voltmetar meri pad napona na poznatom otporu:

$$U_N = I \frac{R_N R_v}{R_N + R_v}$$

Iz gornjih izraza dobijamo uz pretpostavku da se struja za vreme merenja ne menja:

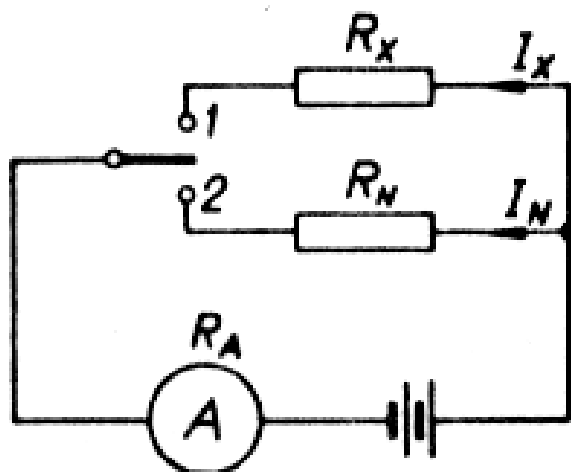
$$R_x = R_N \frac{U_x}{U_N} \cdot \frac{R_v}{R_v + R_N (1 - U_x / U_N)}$$

Ako su otpori R_x i R_N znatno manji od otpora voltmetra R_v , možemo otpor R_x odrediti iz jednostavnog izraza:

$$R_x = R_N \frac{U_x}{U_N}$$

To je razlog, da se ovaj spoj obično koristi pri merenju malih otpora.

Pri merenju velikih otpora pogodniji je spoj prema slici 9.63.



Slika 9.63. Poredbena metoda mjerenja otpora u paralelnom spoju

Tu merimo uz konstantni napon izvora struje I_x i I_N kroz nepoznati i poznati otpor:

$$I_x = \frac{U}{R_x + R_A}$$

$$I_N = \frac{U}{R_N + R_A}$$

odnosno:

$$R_x = (R_N + R_A) \frac{I_N}{I_x} - R_A$$

Obično se pri merenju velikih otpora može zanemariti otpor ampermetra R_A pa dobijamo jedostavni izraz:

$$R_x = R_N \frac{I_N}{I_x}$$

Da bismo što više eliminisali uticaj netačnosti ampermetra, najbolje je kao poznati otpor uzeti promenljiv otpornik i dotle ga menjati, dok instrument ne postigne isti otklon kao i pri nepozntom otporu.

Tada je $R_x = R_N$. U takvom postupku ne utiče na rezultat otpor instrumenta i izvora napona.

Metoda skretanja - ommetar

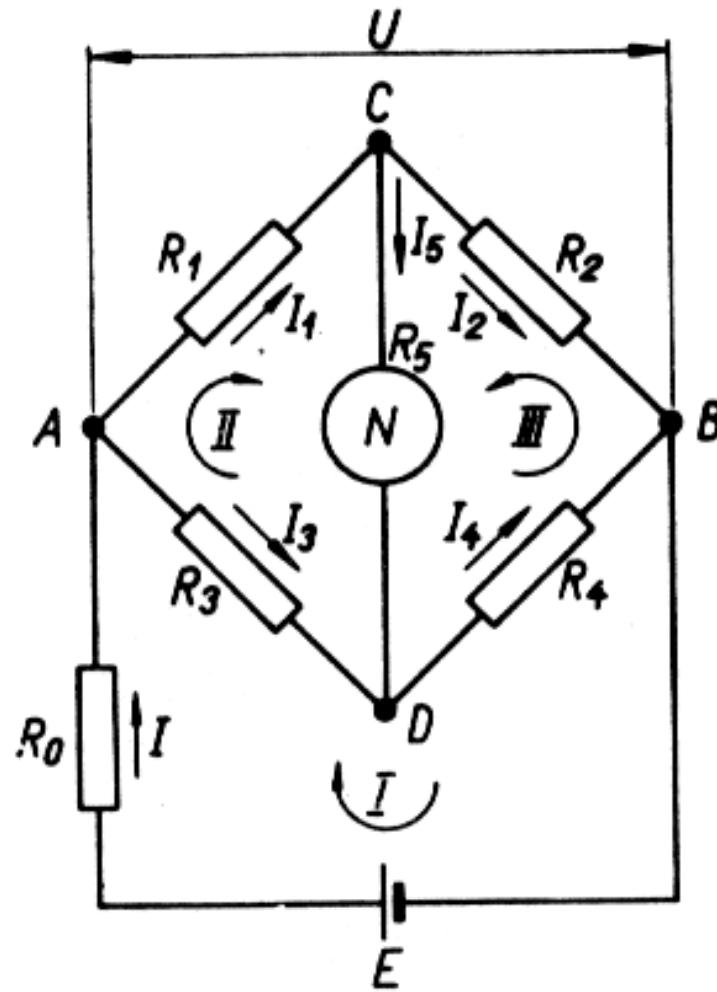
Ova metoda se vrlo često primenjuje. U tu svrhu izrađuje se aparat u kome se nalaze baterija, reostat i voltmetar. Zbog nepostojanosti suve baterije potrebno ga je stalno, pre svakog merenja podešavati. Tačnost mu nije velika.

Vitstonov most

Merenje impedanse - otpora pomoću Vitstonovog (Wheatstone) mosta vrši se po nultoj metodi, i tako, tačnost je velika.

Vitstonov most je merni most sa četiri grane, namenjen merenju otpornosti otpornika koje se nalazi u jednoj grani, dok ostale tri grane čine otpornici od kojih je bar jedan podesiv.

Obično se za tu svrhu uzimaju dekadne kutije otpora. U jednoj dijagonali mosta nalazi se instrument za kontrolisanje struje, a u drugoj dijagonali izvor napona. Izvor može biti, ako se mere omski otpori, galvanski element ili akumulator. Ako se umesto aktivnih otpora upotrebe prividni otpori, mostom se mogu meriti takođe i reaktivni otpori. Tada napajanje treba vršiti naizmeničnom strujom.



Slika 6.2. Cjelokupni spoj Wheatstoneova mosta

Vitstonov most se koristi za pogonska i laboratorijska merenja otpora srednjih i visokih vrednosti. Jačina struje u pojedinim granama zavisi od vrednosti otpora u tim granama, i određenom kombinacijom otpora može se postići da kroz nulindikator ne teče struja. Tada nema pada napona na nulindikatoru, pa su jednaki padovi napona na otpornicima R_1 i R_3 , a isto tako i padovi napona na otpornicima R_2 i R_4 :

$$I_1 R_1 = I_3 R_3 \qquad I_2 R_2 = I_4 R_4$$

Zbog $I_5 = 0$ biće : $I_1 = I_2$ i $I_3 = I_4$, pa deljenjem ovih jednačina dobijamo:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Nepoznati otpor možemo odrediti iz izraza:

$$R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

Vidi se da je za određivanje nepoznatog otpora potrebno poznavati samo jedan od preostala tri otpora (R_2) i odnos druga dva otpora (R_3/ R_4).

Ravnoteža mosta neće se promeniti ako međusobno zamenimo priključke izvora napona i nulindikatora. To je lako uvideti, jer jednačinu uslova ravnoteže možemo preurediti u oblik:

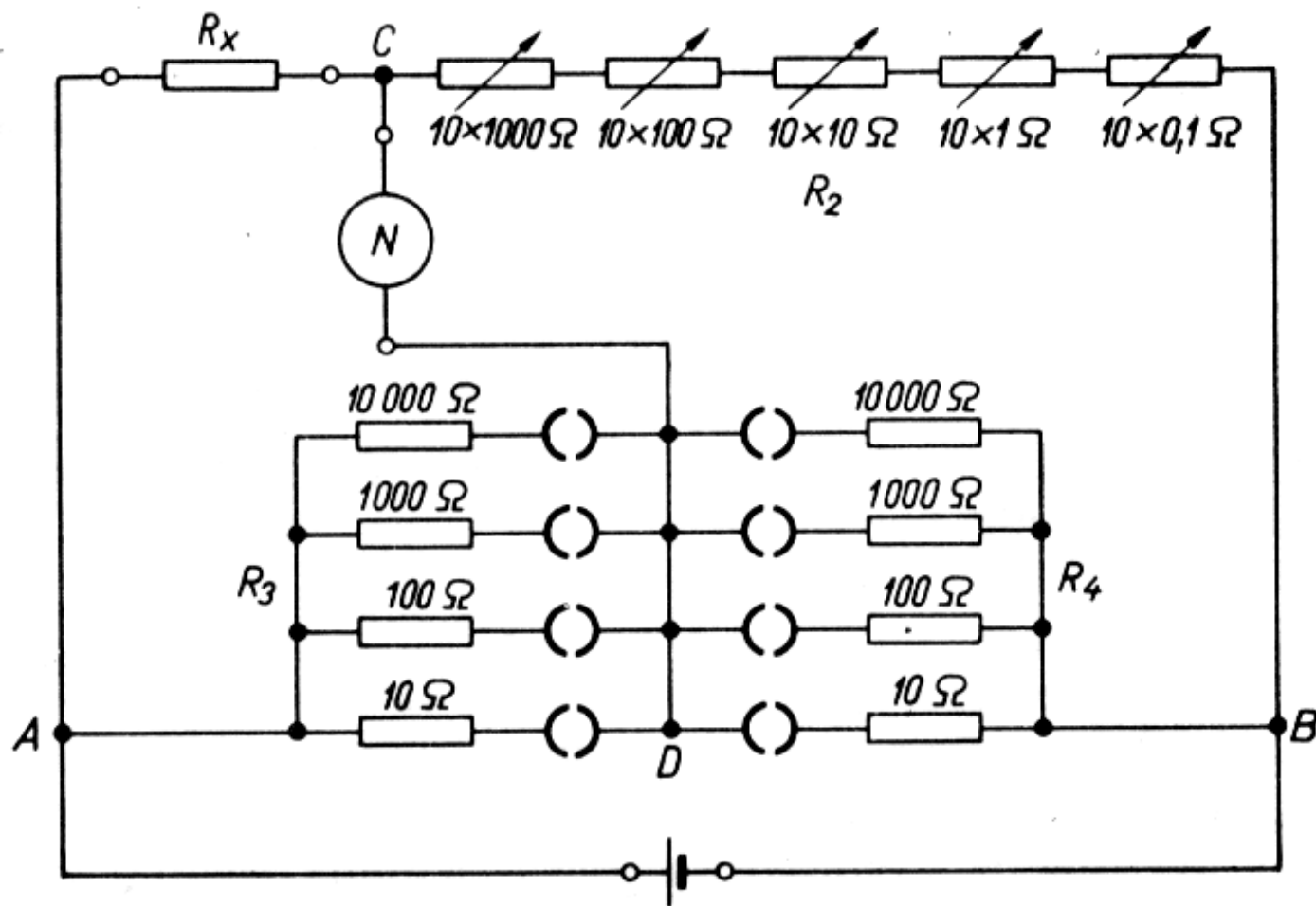
$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$$

Promena napona ne utiče na ravnotežu mosta, ipak treba paziti da se izborom prevelikog napona ne preopterate otpornici u mostu i prouzrokuje promena njihova otpora..

Izvedbe Vitstonovog mosta

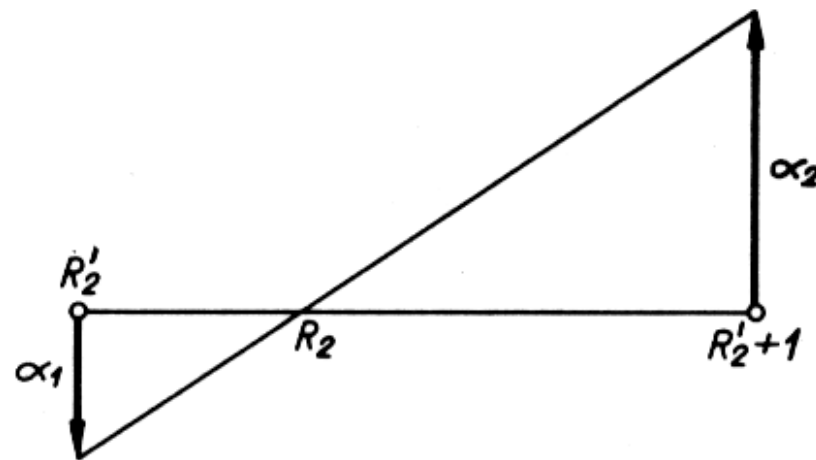
Prema izvedbi razlikujemo most s dekadnim otpornicima i most sa kliznom žicom.

U Vitstonovom mostu sa dekadnim kutijama najčešće se u drugoj grani nalazi kutija sa dekadnim otpornicima, na primer: $10 \times 0,1$, 10×1 , 10×10 , 10×100 , i $10 \times 1000 \Omega$ tako da se vrednost otpora R_2 može menjati u skokovima po $0,1 \Omega$, od $0,1$ do 11111Ω . Za odnos R_3 / R_4 zbog jednostavnosti računa odabere se $1/100$, $1/10$, 1 , 10 , 100 itd.



Slika 6.3. Wheatstoneov most s dekadskim otpornicima

Kako se otpor u drugoj grani može menjati samo u skokovima od 1Ω ili $0,1 \Omega$ nije uvek moguće postići nulti otklon na osetljivom nulindikatu. Nulindikator će, na primer kod vrednosti R_2' imati skretanje α_1 na jednu stranu, a već kod sledeće moguće vrednosti $R_2'+1$ skretanje α_2 na drugu stranu. Vrednost R_2 , pri kojoj bi se dobilo nulto skretanje može redovno dovoljno tačno odrediti linearnom interpolacijom:



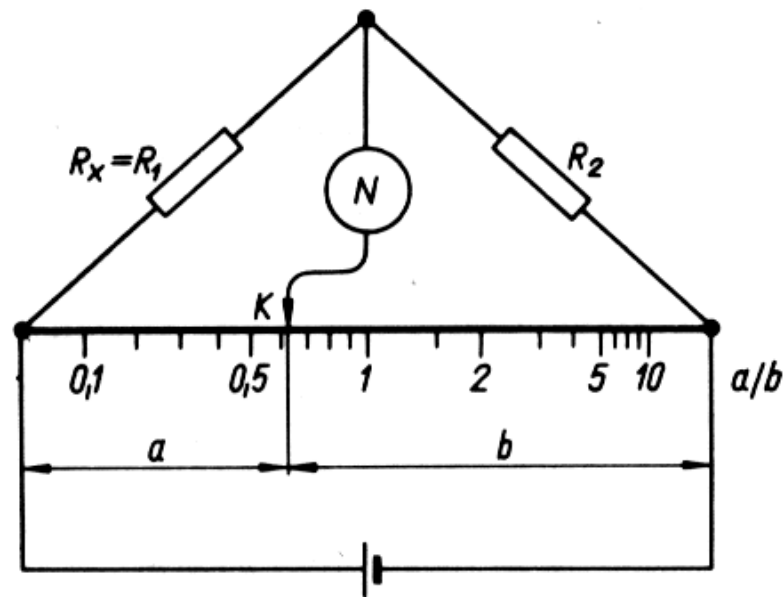
Slika 6.4. Određivanje mjerne vrednosti interpolacijom otklona nulindikatora

$$R_2 = R_2' + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

ili, ako najmanja moguća promena otpora u drugoj grani iznosi 0,1 Ω :

$$R_2 = R_2' + 0,1 \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

Često se upotrebljava Vitstonov most sa kliznom žicom, koji je po konstrukciji jednostavniji od onoga sa dekadama, a ipak daje za praksu zadovoljavajuće tačnosti. Kod njega se odnos R_3/R_4 podešava promenom daljina a i b precizno kalibrisane žice pomerajući klizač K , dok se otporu R_2 daje odgovarajuća fiksna vrednost.



Slika 6.5. Wheatstoneov most s kliznom žicom

u položaju ravnoteže vredi:

$$R_1 = R_2 \frac{a}{b}$$

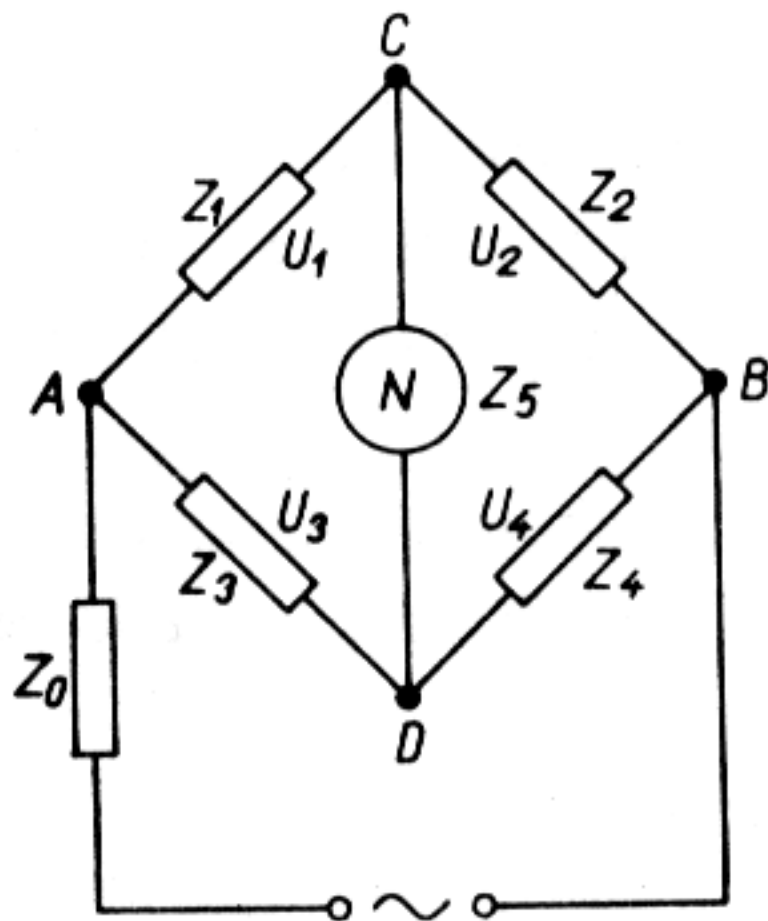
daljinu a ne moramo posebno očitavati jer je možemo odrediti iz razlike ukupne dužine klizne žice: l i daljine b , odnosno mereni otpor možemo odrediti iz izraza:

$$R_1 = R_2 \frac{l - b}{b}$$

Vitstonov most za naizmeničnu struju

Uslovi ravnoteže

Kod naizmeničnih struja merni mostovi omogućuju upoređenje impedansi, što se izborom odgovarajućih elemenata u pojedinim granama mosta mnogo koristi za merenje aktivnih otpora, samoinduktiviteta, međuintuktiviteta, kapaciteta, frekvencije itd. Pri tome je osnovni spoj Vitstonovog mosta za naizmeničnu struju, koji se sastoji od četiri impedanse:



Slika 6.17. Osnovni spoj
Wheatstoneova mosta za
izmjenične struje

Na jednu dijagonalu mosta priključuje se naizmenični izvor napona, a na drugu odgovarajući nulindikator. Ako se u granama mosta nalaze impedanse Z_1, Z_2, Z_3 i Z_4 , uslov ravnoteže biće slično kao kod Vitstonovog mosta za jednosmernu struju:

$$\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_4 = \bar{Z}_2 \cdot \bar{Z}_3$$

Ako impedanse prikažemo u obliku $\bar{Z} = R + jX$, dobijamo:

$$(R_1 + jX_1)(R_4 + jX_4) = (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3)$$