

5. Merna nesigurnost

Merenja su od posebnog značaja za praktično sve oblasti elektrotehnike, ali i za većinu aktivnosti u životu.

Merna nesigurnost – tip A i tip B, kombinovana merna nesigurnost, merna nesigurnost pri primeni analognih instrumenata sa kazaljkom i digitalnih instrumenata, nesigurnost indirektnih merenja, greška u metodi merenja i korekcija.

Merenje ima za cilj da nam pokaže kvantitet „pojave“ od interesa. Rezultat merenja nije kompletan ako sa sobom ne nosi informaciju o tačnosti.

Klasični oblik izražavanja tačnosti koristi termin „greška merenja“.

$$\Delta(x) = X_{(M)} - X_{(S)} \text{ apsolutna greška}$$

$$\delta(x) = (X_{(M)} - X_{(S)}) / X_{(S)} \text{ relativna greška}$$

U prethodnim jednačinama je $X_{(M)}$ izmerena vrednost, a $X_{(S)}$ tačna vrednost. Osnovni problem u ovoj definiciji je što tačna vrednost nije poznata.

Evaluacija merne preciznosti – merna tačnost.

Različite pojave koje deluju na proces merenja u trenutku merenja prouzrokuju razliku između tačne i izmerene vrednosti.

Ako su uticaji na merenje sistematski i njihov uticaj je poznat, onda je moguće korigovati rezultat.

Tačna vrednost se sa nekom verovatnoćom nalazi u opsegu oko izmerene vrednosti. Širina tog opsega je informacija i mernoj nesigurnosti.

1993 je Internacionalna organizacija za standardizaciju (International Standard Organization - ISO) izdala Vodič za prikazivanje nesigurnosti merenja (Guide to the Expression of Uncertainty of Measurements) u kome su definisane osnovne oznake i relacije, kao i primeri primene.

Definicije:

Izmerena veličina je centralni element seta koji reprezentuje mernu veličinu.

Merna nesigurnost je parametar koji se pridružuje rezultatima merenja. Mernu nesigurnost karakteriše disperzija vrednosti koja odgovara standardnoj devijaciji za koju se definiše nesigurnost.

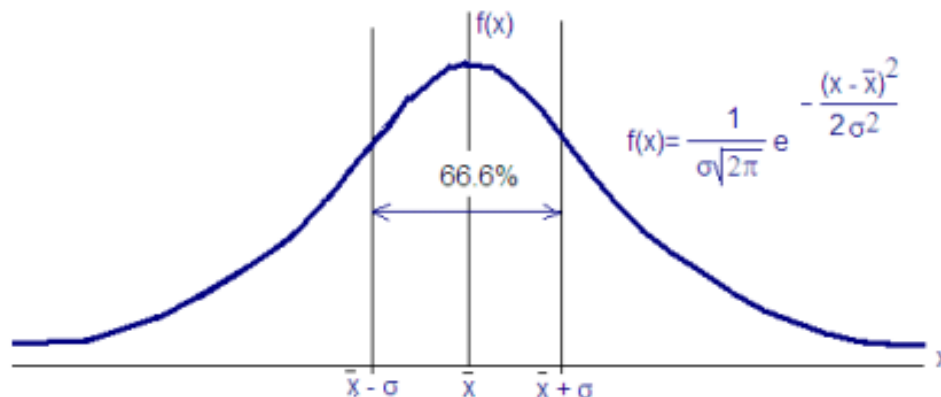
Nesigurnost merenja u opštem slučaju uključuje nekoliko komponenti:

a) Komponente koje se određuju iz statističke raspodele izmerenih vrednosti i mogu da budu karakterisane eksperimentalnom standardnom devijacijom (ove nesigurnosti u osnovi odgovaraju slučajnim greškama u klasičnoj terminologiji).

Standardna nesigurnost tipa A (označavamo je sa u_A) se određuje statističkom analizom rezultata koji su određeni ponavljanjem merenja. Postojanje standardne nesigurnosti se smatra neodređenim i veličina se smanjuje pri povećanju broja merenja.

Standardna nesigurnost tipa B (označavamo sa u_B) se odnosi na komponente nesigurnosti koje nastaju zbog očekivanih događaja, tj. Očekivane verovatnoće pojavljivanja (npr., nesigurnost pri očitavanju vrednosti sa instrumenta, nesigurnosti pasivnih elemenata pri merenjima). Ove nesigurnosti odgovaraju sistematskim greškama u klasičnoj terminologiji. Ove nesigurnosti treba minimizirati. Standardne nesigurnosti tipa B se određuju drugačijim postupcima od statističke analize rezultata dobijenih ponavljanjem merenja. Ove nesigurnosti se određuju pojedinačnom analizom merenja, i one ne zavise od broja ponavljanja merenja.

5.1 Fizičko značenje standardne nesigurnosti



Standardna nesigurnost merne veličine x postoji ako:

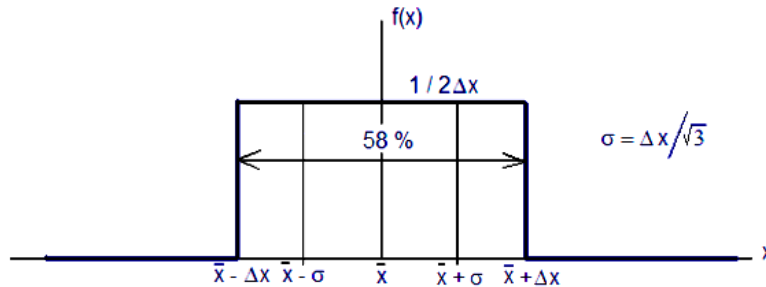
a) rezultati merenja imaju normalnu raspodelu, tj. ako se u intervalu određenom dvostrukom varijansom 2σ u odnosu na srednju vrednost merenja \bar{x} nalazi dve trećine rezultata merenja (66.6%). Normalna raspodela, koja se često naziva i Gausova raspodela, je karakterisana verovatnoćom nalaženja rezultata datom jednačinom:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

Slučajna raspodela je karakteristika slučajnih događaja i karakteriše merne nesigurnosti tipa A.

b) rezultati merenja imaju uniformnu raspodelu ako sve izmerene vrednosti pripadaju intervalu $2\Delta x$ u odnosu na srednju vrednost merenja \bar{x} . U ovom slučaju 58% rezultata merenja pripada intervalu 2σ u odnosu na centralnu vrednost \bar{x} , i važi jednačina

$$\sigma = (2\Delta x) / \sqrt{12} = \Delta x / \sqrt{3}$$



Uniformna raspodela često obuhvata merne nesigurnosti tipa B.

5.2 Kombinovana standardna nesigurnost u_C :

Standardne nesigurnosti tipa A i B su ortogonalne pa je rezultujuća nesigurnost data jednačinom

$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}$$

Proširena nesigurnost. Verovatnoća da se rezultat merenja nalazi u intervalu 2σ je relativno mala (66.6% u slučaju normalne raspodele i 58% u slučaju uniformne raspodele). Proširena nesigurnost se definiše jednačinom

$$U(x) = k u_C(x)$$

U kojoj su: U proširena nesigurnost, k faktor proširenja, u_C kombinovana standardna nesigurnost, i x merna veličina. Shodno tome menjajući faktor proširenja k utičemo na sigurnost da veći broj merenja pripada intervalu koji smatramo sigurnim. Za vrednost $k = 2$ i slučajnu raspodelu dobijamo da je 95% rezultata merenja pripada intervalu 2σ .

Napomena: Merne nesigurnosti mogu da se izražavaju i kao relativne veličine u odnosu na merenu veličinu. U ovom slučaju relativna nesigurnost se dobija kao količnik apsolutne merne nesigurnosti i srednje vrednosti merenja. Ovo je moguće u svim slučajevima kada je srednja vrednost različita od 0.

5.3 Određivanje nesigurnosti direktnih merenja

Određivanje nesigurnosti tipa B. Procena se zasniva na postojećim informacijama:

- Specifikacije proizvođača (klasa tačnost elektromehaničkog instrumenta, parovi parametara koji karakterišu tačnost digitalnog instrumenta, tolerancija pasivnih elemenata),
- Podaci o kalibraciji na osnovu sertifikata o mernom uređaju

- Nesigurnosti referentnih podataka iz uputstava za upotrebu

Pri svemu ovome se podrazumeva da se merenje vrši pri propisanim uslovima!

5.4 Merna nesigurnost tipa B za pokazne analogne instrumente

“Greška instrumenta” definisana na klasičan način definiše moguće odstupanje rezultata merenja od stvarne vrednosti. Ova nesigurnost je:

$$\Delta_p = \frac{K}{100} M .$$

U ovoj jednačini je K klasa tačnosti, a M maksimalna vrednost koju može da pokaže instrument.

Određivanje standardne nesigurnosti očitavanja:

Interval $\{-\Delta_{z_{\max}}, \Delta_{z_{\max}}\}$ će da uključi rezultate koji se pojavljuju sa verovatnoćom u intervalu $\{-\Delta_p, \Delta_p\}$. Pri ovome pretpostavljamo da postoji uniformna raspodela.

Nesigurnost čitanja se određuje iz jednačine:

$$u_B = \sigma = \frac{\Delta_{z_{\max}}}{\sqrt{3}} = \frac{K/100}{\sqrt{3}} M .$$

Primer:

Odrediti proširenu mernu nesigurnost voltmetra sa pokretnim gvoždem. Pri ovom smatrati da je klasa tačnosti $K = 0,5$, maksimalno pokazivanje instrumenta (opseg merenja) $M = 130 \text{ V}$, i da je faktor proširenja $k = 2$. Pri merenju pokazana vrednost napona je bila $71,1 \text{ V}$.

S obzirom da na merenje mogu da utiču temperatura, magnetsko polje, i druge pojave, važno je da se obezbedi da pri merenju sve te “smetnje” budu u propisanim granicama.

Procenićemo prvo standardnu nesigurnost tipa B:

$$u_B = \frac{\Delta_{z_{\max}}}{\sqrt{3}} = \frac{K/100}{\sqrt{3}} M = \frac{0,5/100}{\sqrt{3}} 130 = 0,375 \text{ V} .$$

S obzirom da se radi o merenju napona, merna nesigurnost je u voltima.

Koristeći zadati faktor proširenja $k = 2$ dobijamo da je

$$U_x = (71,1 \pm 0,75) \text{ V} .$$

Ova merna nesigurnost se može prikazati i kao relativna vrednost. Merna nesigurnost se dobija deljenjem merne nesigurnosti i merenog napona, pa dobijamo da je ona 1.1%.

5. 5 Merna nesigurnost tipa B za pokazne digitalne instrumente

Greška instrumenta Δ_p u klasičnom smislu se definiše kao najveće odstupanje prikazane vrednosti od tačne vrednosti.

Greška u procentima očitavanja δ_1 i greška u procentima od opsega δ_2 . Greška pokazivanja je

$$\Delta_x = \frac{\delta_1}{100} X + \frac{\delta_2}{100} M$$

gde je X izmerena vrednost, a M opseg merenja (najveća vrednost koju može da pokaže instrument).

Greška u procentima od očitavanja δ_1 i broj kvantizacionih koraka $\pm N$. Greška pokazivanja je

$$\Delta_x = \frac{\delta_1}{100} X + NR$$

gde je R rezolucija instrumenta, tj. vrednost veličine izražena kroz broj kvantizacionih koraka.

Interval $\{-\Delta_{z_{\max}}, \Delta_{z_{\max}}\}$ će da uključi rezultate koji se pojavljuju sa verovatnoćom u intervalu $\{-\Delta_x, \Delta_x\}$. Pri ovome pretpostavljamo da postoji uniformna raspodela.

Nesigurnost čitanja se određuje iz jednačine:

$$u_B = \sigma = \frac{\Delta_{z_{\max}}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{\delta_1}{100} X + \frac{\delta_2}{100} M}{\sqrt{3}} \quad \text{ili}$$

$$u_B = \sigma = \frac{\Delta_{z_{\max}}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{\delta_1}{100} X + NR}{\sqrt{3}}$$

Primer:

Odrediti proširenu mernu nesigurnost digitalnog ampermetra. Pri ovom koristiti podatke proizvođača (opseg merenja $M = 200$ mA, relativne greške: $\pm 0,1\%$ od čitanja, $\pm 0,05$ od opsega). Pri ponavljanju merenja dobijen je rezultat $I_x = 60$ mA.

Procenićemo standardnu nesigurnost tipa B:

$$u_B = \frac{\frac{\delta_1}{100} X + \frac{\delta_2}{100} M}{\sqrt{3}} = \frac{0,1}{100} 60 + \frac{0,05}{100} 200}{\sqrt{3}} = 0,09 \text{ mA}$$

Ako uključimo i faktor proširenja, npr. $k = 2$, dobijamo:

$$I_x = (60 \pm 0,18) \text{ mA}, \quad k = 2$$

Ako mernu nesigurnost izrazimo kao relativnu veličinu dobijamo da je nesigurnost merenja struje od 60 mA $\pm 0,3\%$.

Pokazaćemo sada kako se uključuje u ovu procenu broj cifara pokazivanja. Potrebno je odrediti mernu nesigurnost tipa B ako je opseg instrumenta $M = 200$ mA, greška očitavanja je $\pm 0,1\%$ od broja, a ekran ima 4 cifre. Pokazivanje instrumenta i u ovom slučaju je $I_x = 60$ mA.

$$u_B = \frac{\frac{\delta_1}{100} X + NR}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,1}{100} X + \frac{2}{2000} 200}{\sqrt{3}} = 0,15 \text{ mA}$$

Shodno tome sa faktorom proširenja 2 dobijamo konačno:

$$I_x = (60 \pm 0,3) \text{ mA}, \quad k = 2$$

U ovom slučaju dobijamo da relativna nesigurnost pri merenju struje od 60 mA iznosi 0,5%.

5. 6 Procena nesigurnosti merenja tipa A

Procena nesigurnosti tipa A je slična evaluaciji slučajne greške u klasičnoj metrologiji. Procena nesigurnosti je bazirana na statističkoj analizi n nezavisnih i jednako tačnih ponovljenih merenja ($n \geq 1$). U ovom slučaju pretpostavljamo da je tačna vrednost veličine od interesa jednaka srednjoj vrednosti (aritmetičkoj sredini) pojedinačnih rezultata merenja.

Merna nesigurnost je shodno tome:

$$u_A(x) = \hat{\sigma}(\bar{X}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Gde je n broj ponavljanja merenja veličine x . Ova procedura ima smisla samo ako je broj merenja veći od 10.

Primer

Odrediti mernu nesigurnost ako su u toku ponavljanja merenja napona dobijeni sledeći naponi:

5.0009, 5.0019, 4.9992, 4.9998, 5.0011, 4.9989, 5.0007, 5.0003, 4.9995, 5.0014 u voltima. Opseg mernog instrumenta je $M = 10 \text{ V}$, tačnost očitavanja je $\pm 0,01\%$, a tačnost opsega je $\pm 0,005\%$.

Procenjena tačna vrednost merenja je:

$$\bar{U}_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (U_X)_i = 5,00037 \text{ V} = 5,0004 \text{ V}$$

Procenjena merna nesigurnost tipa A je:

$$u_{A,U_X} = \hat{\sigma}(\bar{U}_X) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n ((U_X)_i - \bar{U}_X)^2} = 0,00032 \text{ V}$$

Procenjena merna nesigurnost tipa B je:

$$u_{B,U_X} = \frac{\frac{\delta_1}{100} \bar{U}_X + \frac{\delta_2}{100} M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,01}{100} 5,0004 + \frac{0,005}{100} 10}{\sqrt{3}} = 0,00058 \text{ V}$$

Kombinovana nesigurnost je:

$$u_{C,U_X} = \sqrt{u_{A,U_X}^2 + u_{B,U_X}^2} = \sqrt{0,00032^2 + 0,00058^2} = 0,00066 \text{ V}$$

Ako se ovaj rezultat proširi ($k = 2$) dobijamo proširenu nesigurnost

$$U_X = (5,0004 \pm 0,0013) \text{ V} \quad (k = 2)$$

Konačno, možemo napisati i da je izmereni napon $U_X = 5,00037 \text{ V}$ sa nesigurnošću od $\pm 0,026\%$, i faktorom proširenja $k = 2$.

5.7 Procena nesigurnosti indirektnih merenja

Indirektna merenja su procedure pri kojima nam rezultati merenja veličine X omogućuju da primenom poznate relacije $Y = f(X)$ odredimo veličinu Y . Pri ovome veličina od interesa može da zavisi od N veličina X_i , $i = 1, 2, \dots, N$. Ako je $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ tada postoji i funkcionalna jednačina $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$, gde su x_1, x_2, \dots, x_N , procenjene vrednosti veličina X_1, X_2, \dots, X_N . U ovom slučaju je merna nesigurnost za međusobno nekorelisane promenljive

$$u_y = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u_{x_i}^2}$$

gde je u_y kombinovana standardna nesigurnost promenljive y , a u_{x_i} je kombinovana standardna nesigurnost veličine x_i .

Primer:

Procena merne nesigurnosti otpora koristeći voltmetar i ampermetar.

Digitalni voltmetar može da meri u opsegu od 200 mV, $\pm 0,1\%$ je tačnost očitavanja, a $\pm 0,05$ tačnost opsega. U toku merenja napon je $U_x = 150$ mV.

S obzirom na podatke je merna nesigurnost voltmetra

$$u_U = \frac{\frac{0,1}{100} 150 + \frac{0,05}{100} 200}{\sqrt{3}} = 0,14 \text{ mV} \quad \text{ili} \quad 0,1\%$$

Analogno ampermetar može da meri u opsegu do 1,2 A, klasa tačnosti je $K = 0,5$, i struja u toku merenja je $I_x = 0,4$ A. Merna nesigurnost ampermetra je

$$u_I = \frac{\frac{0,5}{100} \times 1,2}{\sqrt{3}} = 0,0034 \text{ A} \quad \text{ili} \quad 0,87\%$$

Standardna nesigurnost merenja otpornosti V-A metodom je:

$$u_{R_x} = \sqrt{\left(\frac{\partial(U/I)}{\partial U} u_U\right)^2 + \left(\frac{\partial(U/I)}{\partial I} u_I\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{I} u_U\right)^2 + \left(\frac{U}{I^2} u_I\right)^2} = 3,2 \text{ m}\Omega \quad \text{ili} \quad 0,88\%$$

Ako uvedemo i proširenu nesigurnost sa koeficijentom proširenja $k = 2$ dobijamo da je veličina od interesa:

$$R_x = U/I = 0,375 \Omega \pm 6,4 \text{ m}\Omega; \quad (k = 2) \quad \text{ili}$$

$$R_x = 0,375 \Omega, \text{ sa tačnošću od } 1,7\% \text{ i faktorom proširenja } k = 2.$$

Primer:

Odrediti mernu nesigurnost merenja snage trofazne mreže: $P_x = P_1 + P_2 + P_3$.

Vatmetar koji se koristi za merenje ima opseg od 2400 W, klasa tačnosti je 0,5, a snage koje se mere su $P_1 = 1600$ W, $P_2 = 1200$ W i $P_3 = 2000$ W.

Prvo ćemo odrediti standardnu nesigurnost instrumenta:

$$u_{P_1} = u_{P_2} = u_{P_3} = \frac{0,5 \times 2400}{100\sqrt{3}} = 6,9 \text{ W}$$

Standardna nesigurnost snage je, ako koristimo tri vatmetra:

$$u_{P_x} = \sqrt{\left(\frac{\partial(P_1 + P_2 + P_3)}{\partial P_1} u_{P_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial(P_1 + P_2 + P_3)}{\partial P_2} u_{P_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial(P_1 + P_2 + P_3)}{\partial P_3} u_{P_3}\right)^2} = 12 \text{ W}$$

Uzimajući i faktor proširenja 2 dobijamo da je

$$P_x = P_1 + P_2 + P_3 = 4800 \text{ W} \pm 24 \text{ W},$$

ili ako se koristi relativna nesigurnost $P_x = 4800 \text{ W}$ sa nesigurnošću od $\pm 0,5\%$.

Feszültségmérés

Feszültségméréskor a feladat a vizsgálandó jel egyes szakaszai - általában a földhöz viszonyított - feszültségének megállapítása.

Első feladat az „alapvonal” azaz a „0” feszültségszint beállítása az ernyőn. Ha a csatornabemenetre nem kapcsolunk feszültséget, ott értelemszerűen 0 a feszültség, de ha a mérőfejet már a bemenetre kapcsoltuk, és a bemenő osztó érzékeny állásba van kapcsolva, a mérőfejen kapacitív úton is keletkezhet akkora (pl. a hálózatból, vagy valamilyen közeli jelforrásból származó) feszültség, ami az ernyőn a sugár függőleges kitérését okozza. (Ha a zavarfeszültség a hálózatból származik, a trigger 20 ms-enként indul, ha ugyanekkor a TIME/DIV kapcsoló rövid időre pl. $(0,2 \mu s)/DIV$ -re van állítva, $[K_x = (0,2 \mu s)/DIV]$ a sugár ritkán és olyan gyorsan fut le, hogy a fénye szinte nem is látszik. Ilyenkor a kezdő kezelő nem érti, hogy miért nincs sugár az ernyőn, holott a trigger automata üzemmódban van.) Természetesen, ha a mérőcsúcsot földeljük, ez a jel megszűnik (a sugár meg előkerül...), de még ez sem szükséges: azért van az oszcilloszkóp bemenetén a GND földelő kapcsoló, hogy ilyenkor használjuk. Az alapvonalat pedig a szerint állítsuk az ernyő közepére, aljára vagy tetejére, hogy a földhöz képest milyen irányú feszültséget kívánunk mérni. (Ha a mérendő feszültségről semmit sem tudunk, az alapvonalat állítsuk az ernyő közepére, a csatorna bemeneti osztóját pedig a legérzéktelebb állásába. Így a jel biztosan az ernyő aktív felületén marad, és megállapítható, hogy a földhöz képest milyen irányú ill. nagyságú.)

Ez után állítsuk be a mérendő jel várható értékének megfelelően a csatorna bemenő osztóját. (Ha túl érzékenyre állítjuk, az sem okoz semmi károsodást, legfeljebb a sugár az ernyő aktív felületén kívülre kerül. Arra viszont ügyeljünk, hogy a csatornabemenetre megengedett legnagyobb feszültséget ne lépjük túl, mert az a műszer meghibásodását okozza.)

Állítsuk be az AC/DC átkapcsolót. AC állásba csak akkor kapcsoljunk, ha nagy egyenfeszültségre szuperponált kis váltakozófeszültség megmérése a feladat.

Állítsuk be a vízszintes eltérítés (TIME/DIV) és a trigger áramkör kezelőszerveit a mérendő jelnek megfelelően. Ha nincs nyomás okunk más beállításra, a trigger üzemmódját automatába, a trigger csatolásválasztót AC állásba kapcsoljuk.

Ellenőrizzük, hogy az alapvonal beállítása után a GND gombot kikapcsoltuk-e, majd a mérőfejet a mérendő feszültségre csatlakoztathatjuk. Ha egy vezetékre, vagy egy alkatrész kivezetésére kell csatlakozni, használjuk a mérőfejhez tartozó csiptetőt. Ha pl. egy integrált áramkör valamely kivezetésén kell a feszültséget mérni, a mérőfej mérőcsúcsát (a csiptető levétele után) érintsük e ponthoz. A mérőfejet saját, rövid földelő vezetékével földeljük a mérendő áramkör föld pontjához.

Az ernyőn megjelenik a vizsgált jel időképe. Ha a sugár valamely irányban elhagyja az ernyőt, az eltérítési érzékenységet csökkenteni kell (nagyobb V/DIV érték beállítása). Ha Y irányban az ernyő egy része kihasználatlan, *a pontosabb mérés érdekében az*

alapvonalat állítsuk be újra, így esetleg nagyobb eltérítési érzékenység is alkalmazható, ami pontosabb leolvasást tesz lehetővé.

Ez után következhet a jel kiválasztott szakasza feszültségének megmérése. Ez a következő módon történik:

a) A biztonság kedvéért a csatorna GND kapcsolójának felhasználásával meggyőződünk arról, hogy hova állítottuk az alapvonalat: ez lesz a 0 feszültség szint.

b) A vízszintes (X) pozíciószabályozó gombbal a jel feszültségmérésre kiválasztott szakaszát *az ernyő függőleges középvonalára állítjuk*. Azért ide, mert a függőleges középvonal a pontosabb leolvasást lehetővé teendő, sűrűbb osztással van ellátva.

c) Kiszámoljuk, hogy egy sűrű osztás milyen feszültségnek felel meg (pl. ha a bemenő osztó $(0,2 \text{ V})/\text{DIV}$ -re van állítva, $[K_y = (0,2 \text{ V})/\text{DIV}]$ a mérőfej 10-es osztása miatt $1 \text{ DIV} = 2 \text{ V}$ lesz, a sűrű osztás ennek az ötöde, pedig $(2 \text{ V})/5 = 0,4 \text{ V}$.)

d) Leolvassuk, hogy a jel mérendő szakasza az alapvonaltól számított hány DIV és hány kis osztás függőleges távolságra esik, és kiszámítjuk, hogy e távolságnak mekkora feszültség felel meg.

Pl. az 59. ábra szerinti szinuszjel csúcserőssége (ha az alapvonal az ernyő vízszintes középvonala)

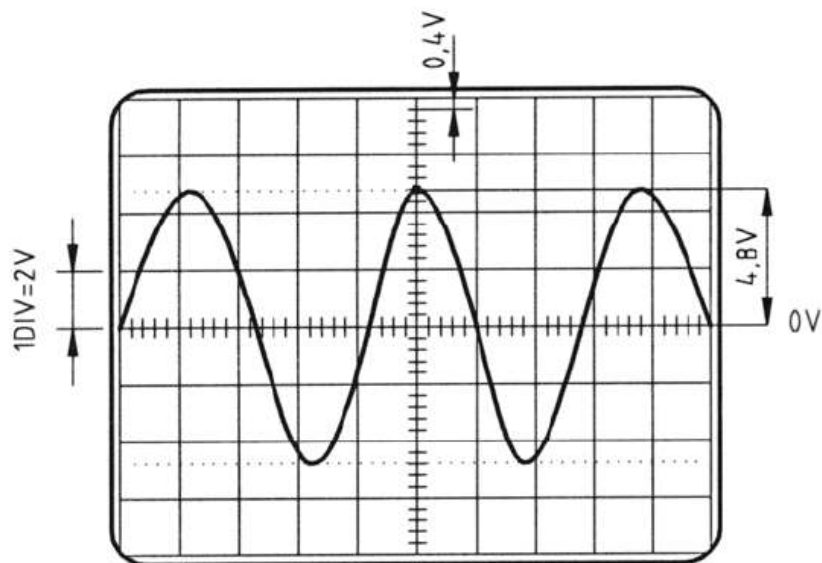
2 DIV + 2 kis osztás.

Ha a bemenő osztó $(0,2 \text{ V})/\text{DIV}$ -en áll,

1 DIV = 2 V, 1 kis osztás = $(2 \text{ V})/5 = 0,4 \text{ V}$,

tehát a jel csúcserőssége

$2 \cdot 2 + 2 \cdot 0,4 = 4,8 \text{ V}$.



59. ábra
Szinuszjel pozitív csúcsértékének mérése

Ha ez után a jel más részeinek feszültségét kell megmérni, a jel adott részével a b)- d) pontokat értelemszerűen ismétéljük.

Időmérés

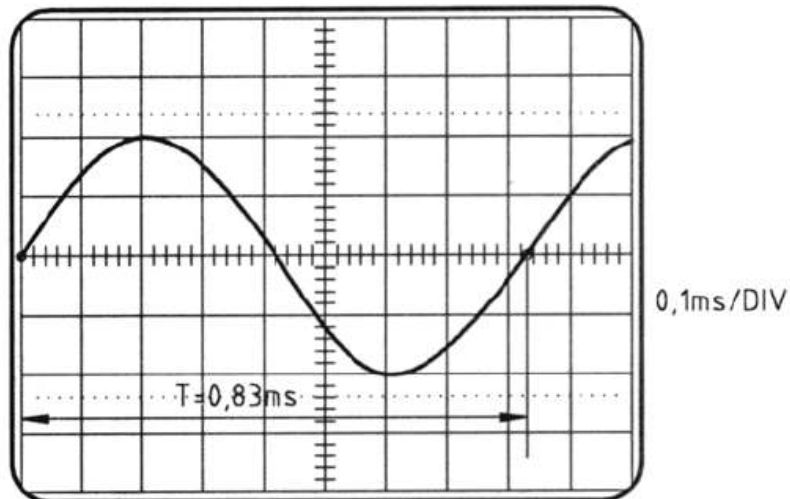
A feladat az ernyőn megjelenő jel egyes szakaszai időtartamának meghatározása.

Az időmérésre az ernyő vízszintes közép-vonalát használjuk fel, amely (hasonlóan a függőleges közép-vonalhoz) a mérés megkönnyítésére sűrűbb osztásvonalakkal van ellátva.

A mérés annál pontosabb lesz, minél nagyobb a leolvasandó távolság, ezért a TIME/DIV fokozatkapcsolót úgy állítsuk be (szükség szerint a triggerelést is utánállítva), hogy a jel mérendő szakasza minél jobban széthúzódjon (de a teljes szakasz látható legyen) az ernyőn.

A jel vizsgált szakaszának kezdetét az X és Y irányú pozíciószabályozó potenciométerekkel a sűrű osztású vízszintes vonal kezdetére állítjuk, és leolvassuk, hogy az adott szakasz vége a kezdettől hány DIV-re ill. kis osztásra esik. (Mivel egy DIV-re vízszintesen is 5 kis osztás esik, a kis osztás a TIME/DIV kapcsolóval beállított érték ötöde.)

Pl. a 60. ábrán látható szinuszjel periódusideje $8 \text{ DIV} + 1,5 \text{ kis osztás}$. Ha a TIME/DIV kapcsoló $(0,1 \text{ ms})/\text{DIV}$ (egy kisosztás $(0,1 \text{ ms})/5 = 0,02 \text{ ms}$) állásban van, $[K_x = (0,1 \text{ ms})/\text{DIV}]$ a periódusidő $8 \cdot 0,1 + 1,5 \cdot 0,02 = 0,83 \text{ ms}$.



60. ábra
Szinuszjel periódusidejének mérése

Dvokanalnim osciloskopom se meri kašnjenje signala na izlazu (kanal B) u odnosu na ulaz (kanal A) mernog pojačavača. Prikazani grafik je dobijen za sledeće pozicije preklopnika faktora otklona:

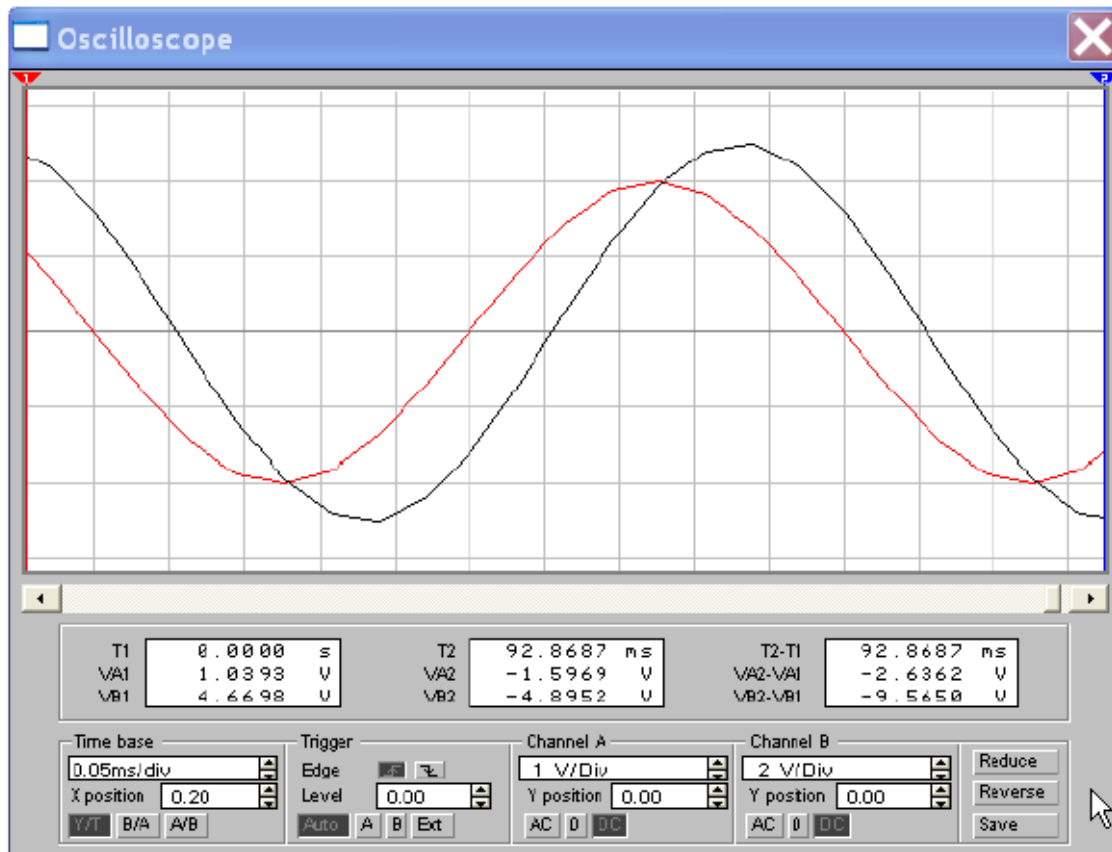
kanal A : $(2 \text{ V})/\text{DIV}$. $[K_y = (2 \text{ V})/\text{DIV}]$ i

kanal B : $(4 \text{ V})/\text{DIV}$. $[K_y = (4 \text{ V})/\text{DIV}]$

Koji grafik odgovara kanalu A , a koji kanalu B ?

Koliko je pojačanje mernog pojačavača?

Odrediti kašnjenje izlaznog signala u stepenima za prikazanu frekvenciju ako se preklopnik vremenske baze nalazi u položaju $(0,02 \text{ ms})/\text{DIV}$? $[K_x = (0,02 \text{ ms})/\text{DIV}]$



Osciloskopom se meri dvostrano ispravljen sinusni napon. Kolika je srednja vrednost ovog napona ako se preklopnik za faktor otklona nalazi u položaju $(0,5 \text{ V})/\text{DIV}$, $[K_y = (0,5 \text{ V})/\text{DIV}]$ a na ekranu katodne cevi se dobija crta dužine 4 DIV kada je isključen testerasti napon?

Na vertikalni ulaz osciloskopa doveden je napon. Nacrtati talasni oblik i odrediti periodu testerastog napona horizontalnog otklonskog sistema za prikaz pozitivnog dela periode posmatranog signala. Kolika je vrednost preklopnika faktora otklona K_y da bi visina dobijene figure bila $h = 5 \text{ DIV}$?

Merenje fazne razlike osciloskopom

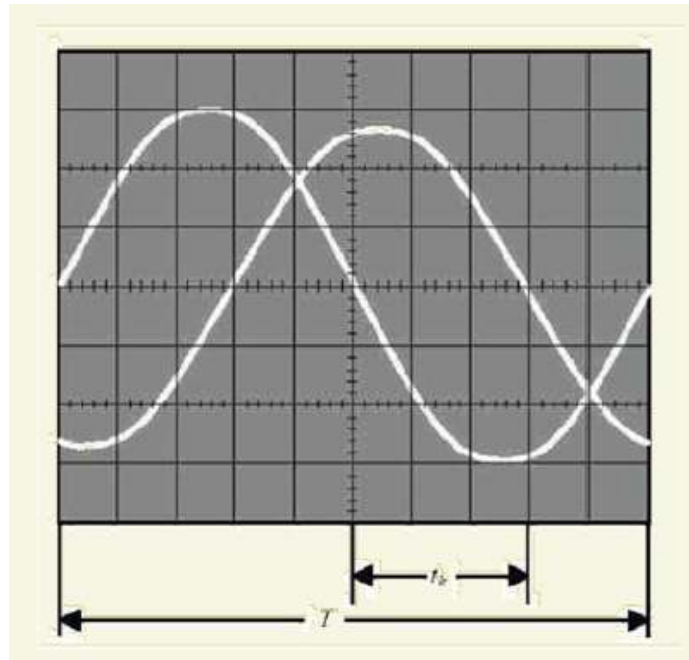
Fazna razlika se može meriti pomoću osciloskopa na dva načina:

- direktnim posmatranjem dva signa na dvokanalnom osciloskopu i

- merenjem fazne razlike pomoću Lisažuovih figura.

Direktno merenje fazne razlike pomoću osciloskopa obavlja se veoma jednostavno, priključenjem dva signala čija se fazna razlika želi izmeriti na ulaze 1 i 2 dvokanalnog osciloskopa i njihovim posmatranjem na ekranu.

Najpre se meri perioda sinusoidnih signala T , a zatim, vremenski interval kašnjenja t_k (prolazak signala kroz nulu). Metoda primenjena u vežbi 1. Pri tome se vremenska baza osciloskopa razvuče što je više moguće. Zašto?



$$\varphi = \frac{t_k}{T} 360^\circ$$

Merenje frekvencije/ periode

Merenje frekvencije osciloskopom sa relativno velikom greškom (nekoliko procenata) se može obaviti i korišćenjem kalibrisane vremenske baze osciloskopa.

Signal čija se frekvencija meri dovodi se na ulaz osciloskopa za vertikalno skretanje, a potom se meri dužina u podeocima (DIV) jednog njegovog ciklusa.

Ova dužina se potom množi sa postavljenom vrenenskom bazom na osciloskopu.

Ako je rastojanje između prve i treće nule sinusoidnog signala

$$l = 6,4 \text{ DIV} ,$$

vremenska baza je postavljena na $K_{vb} = (10 \text{ ms})/\text{DIV}$, $[K_x = (10 \text{ ms})/\text{DIV}]$

Perioda ovog signala

$$T = l \cdot K_{vb} = [6,4 \text{ DIV}] \cdot [(10 \text{ ms})/\text{DIV}] = 64 \text{ ms} ,$$

Frekvencija

$$f = 1/T = 1/(64 \cdot 10^{-3}) = 15,625 \text{ Hz}$$

4.2 Merenje napona

Merenje naponskog nivoa se svodi na merenje rastojanja na ekranu osciloskopa pogodnim korišćenjem njegove graduacije. Da bi se odredili naponski nivoi potrebno je znati gde se nalazi linija nultog potencijala i kolika je podela naponske ose. Podela naponske ose se može odrediti ispravnim očitavanjem sa preklopnika za podelu naponske ose specificiranog kanala, dok se pozicija linije nultog potencijala može odrediti prebacivanjem tropoložajnog preklopnika za selekciju tipa prikazivanja signala u položaj GND (slika 10). Na ekranu će se pojaviti horizontalna linija koja označava liniju nultog potencijala. Podešavanjem potenciometra \updownarrow POSITION (slika 10) moguće je dovesti liniju nultog potencijala na pogodno mesto radi lakšeg očitavanja, a obično je to neka od linija graduacije ekrana.

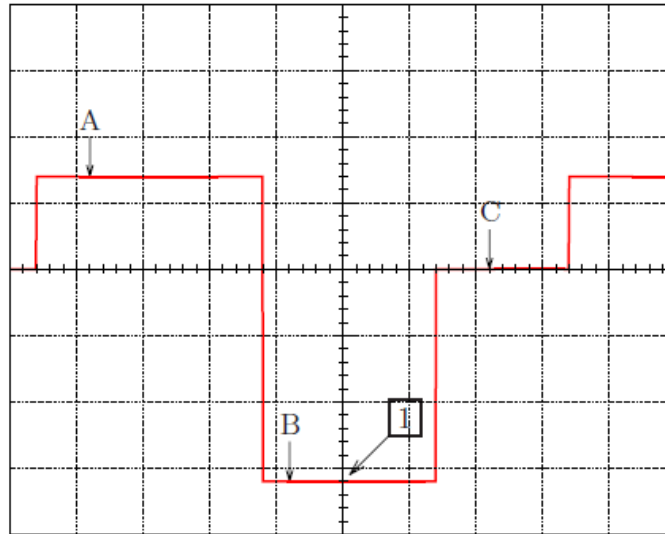


Slika 10: Komande za kontrolu pojačavača za vertikalno skretanje mlaza.

U slučaju da se posmatraju samo pozitivni signali, pogodno je koristiti krajnju donju liniju, a za posmatranje stalno negativnih signala krajnju gornju. Naponski nivo se dobija množenjem rastojanja od linije nultog potencijala sa podelom naponske ose. Na slici 38. je prikazan jedan vremenski dijagram napona. Ukoliko je podela naponske ose $(2\text{ V})/\text{DIV}$ ($1\text{ DIV}=2\text{ V}$) [$K_y=(2\text{ V})/\text{DIV}$] i ako je linija nultog potencijala na centralnoj horizontalnoj liniji graduacije ekrana, naponski nivo A do koga od centralne linije ima 1,4 podeoka ($1,4\text{ DIV}$) je $2,8\text{ V}$, dok je naponski nivo B do koga od linije nultog napona ima -3,2 podeoka je $-6,4\text{ V}$.

Radi preciznijeg očitavanja naponskih nivoa pogodno je koristiti potenciometar za horizontalno pomeranje slike (slika 14, potenciometar \leftarrow POSITION \rightarrow), kako bi se

mereni naponski nivo doveo na centralnu vertikalnu liniju graduacije gde su označene podele od po 0,2 podeoka, poput merenja označenog sa 1 na slici 38. kada je utvrđen nivo napona B od $-6,4 \text{ V}$.



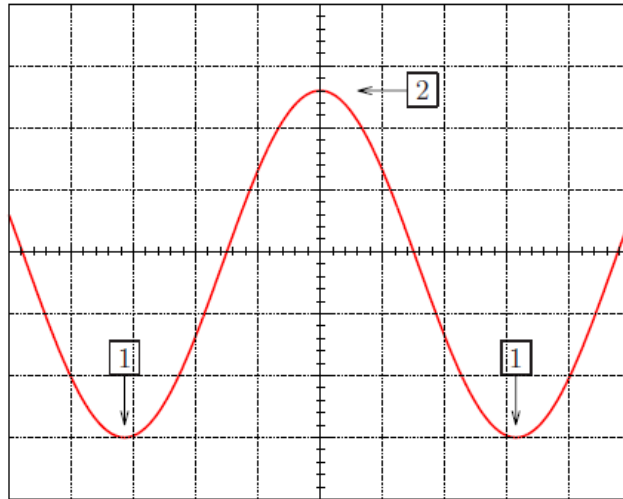
Slika 38: Merenje napona pomoću osciloskopa.

4.3 Merenje amplitude

Merenje amplitude je u osnovi merenje naponskog nivoa. Kako bi se što tačnije izmerila amplituda naizmeničnog signala, moguće je koristiti sledeći postupak:

1. Vertikalnim pomeranjem slike pozicionira se slika tako da minimalna vrednost signala leži na nekoj od horizontalnih linija, kako je prikazano na slici 39. gde je horizontalna linija na koju je postavljena minimalna vrednost signala -3 DIV , na šta ukazuju strelice označene sa 1.
2. Horizontalnim pomeranjem slike pozicionira se maksimalna vrednost signala na centralnu vertikalnu liniju graduacije koja ima ucrtanu finu podelu naponske ose. Na primeru sa slike 39. maksimalna vrednost signala je na $2,6 \text{ DIV}$, na šta ukazuje strelica označena sa 2.
3. Očita se rastojanje od minimuma do maksimuma signala, u slučaju sa slike 39. to je $5,6$ podeoka.
4. Izračuna se napon koji odgovara tom rastojanju, u slučaju da je podela naponske ose $(5 \text{ V})/\text{DIV}$ [$K_y = (5 \text{ V})/\text{DIV}$] to je 28 V .

5. Izračuna se amplituda kao polovina vrednosti dobijene u prethodnoj tački, u slučaju sa slike 39. to je 14 V.



Slika 39: Merenje amplitude.

4.4 Merenje jednosmerne komponente

Ponekad je potrebno izmeriti jednosmernu komponentu naizmeničnih signala, što predstavlja problem u slučaju da je naizmenična komponenta složenoperiodična. U takvom slučaju se može koristiti sledeći postupak:

1. Posmatrani signal se dovede na oba kanala osciloskopa i posmatra se sa istom podelom naponske ose i istom linijom nultog potencijala.
2. Na kanalu 1 se prikaže trenutna vrednost signala, preklopnik za način prikazivanja signala je u položaju DC.
3. Na kanalu 2 se prikaže naizmenična komponenta signala, preklopnik za način prikazivanja signala je u položaju AC.
4. Pomeranjem potenciometra za vertikalno pozicioniranje slike sa kanala 2, \uparrow POSITION, dovede se do poklapanja obe slike.
5. Preklopnik za način prikazivanja signala kanala 2 se prebaci u položaj GND. Rastojanje od nivoa nultog potencijala kanala 1 do linije koju pokazuje kanal 2 u položaju GND odgovara jednosmernoj komponenti posmatranog signala.

4.5 *Merenje vremenskih intervala*

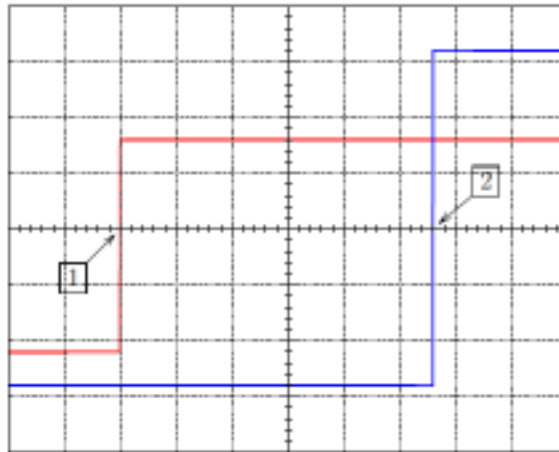
Poput merenja naponskih nivoa, osciloskopom je moguće vršiti merenja vremenskih intervala. Ukoliko se mere intervali vremena na jednom signalu, merenje je potpuno analogno merenju napona, potrebno je samo izmeriti horizontalno rastojanje između dve tačke koje definišu mereni vremenski interval i preračunati ga u vreme u skladu sa podelom vremenske ose. Pri tom treba proveriti da li je potenciometar za kontinualnu promenu podele vremenske ose u kalibrisanom položaju i u kome je položaju preklopnik za povećavanje rezolucije vremenske ose.

U slučaju da se meri vremenski interval definisan karakterističnim tačkama na dva signala prikazanim preko dva kanala, treba biti izuzetno oprezan zbog različitih mogućnosti sinhronizacije u ovom slučaju. Na primer, kod osciloskopa Tektronix 2215A ukoliko se posmatraju dva signala i položaj preklopnika za izbor tipa prikazivanja (CHOP, ALT, ADD) je na ALT, te ukoliko je tip sinhronizacije VERTICAL MODE, sinhronizacija se vrši tako što je za prikazivanje vremenskog dijagrama svakog od posmatranih signala taj signal sinhronizacioni. Na ovaj način se gubi informacija o međusobnom faznom stavu signala i pravi se greška prilikom merenja vremenskih intervala definisanih između tačaka na signalima koje prikazuju različiti kanali. Stoga, u ovakvim slučajevima treba uvek imati jedinstven sinhronizacioni signal, bilo sa kanala 1, bilo sa kanala 2.

Procedura merenja vremenskih intervala definisanih karakterističnim tačkama na dva signala se stoga može formalizovati na sledeći način:

1. Postaviti izvor sinhronizacionog signala na CH 1, CH 2, LINE ili EXTERNAL, zavisno od potrebe, nikako ne koristiti VERTICAL MODE.
2. Koristiti isti način prikazivanja ulaznog signala na oba kanala (bilo AC ili DC). Na ovaj način se eliminiše (DC) ili kompenzuje (AC) uticaj ulaznog filtra u položaju AC.
3. Kod merenja kratkih vremenskih intervala na oba kanala treba koristiti sonde sa identičnim kašnjenjem, najbolje identične sonde.
4. Ukoliko je to moguće, koristiti istu podelu naponske ose za oba signala. Ovo je važno za signale visokih frekvencija, bliskih propusnom opsegu osciloskopa, kada kanalski pojačavači unose značajno fazno kašnjenje. Ukoliko su pojačanja pojačavača ista, ista su i fazna kašnjenja, pa se međusobno potiru.
5. Podesiti podele naponske i vremenske ose tako da se očitavanje rastojanja može izvršiti što tačnije.
6. Pogodnim horizontalnim i vertikalnim pozicioniranjem dovesti sliku u položaj da se očitavanje može izvršiti na centralnoj horizontalnoj liniji graduacije.
7. Očitati rastojanje između tačaka koje definišu mereni interval vremena i preračunati ga u vreme u skladu sa podelom vremenske ose.

Na slici 40. je dat primer merenja vremenskog intervala definisanog uzlaznim ivicama dva nezavisna signala. Vremenski dijagrami oba signala su ispravno pozicionirani da se lako može izvršiti očitavanje sa malom greškom. Rastojanje između vremenskih trenutaka označenih sa 1 i 2 je 5,6 podeoka. Ako je podela vremenske ose bila $(50 \mu\text{s})/\text{DIV}$, $[K_x = (50 \mu\text{s})/\text{DIV}]$ mereni vremenski interval traje $280 \mu\text{s}$.

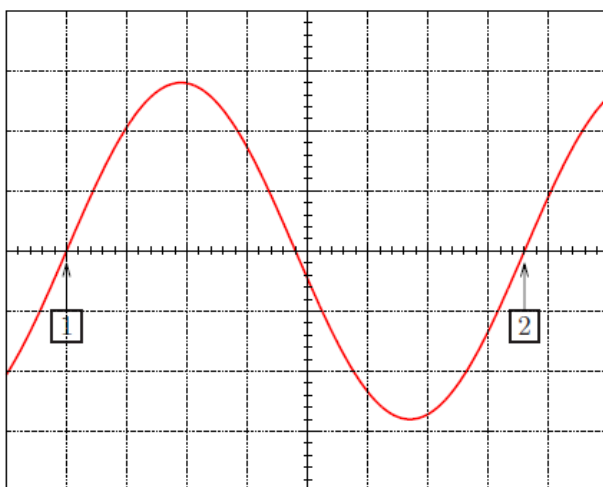


Slika 40: Merenje intervala vremena.

4.6 Merenje periode i frekvencije

Merenje periode se svodi na merenje vremenskog intervala na dijagramu posmatranog signala. Na ekranu osciloskopa treba obezbediti prikazivanje jedne cele periode signala. Treba očitati rastojanje između početka i kraja posmatrane periode (za ovu svrhu je pogodno koristiti presečne tačke sa centralnom horizontalnom linijom graduacije ekrana) i izmereno rastojanje preračunati u vreme u skladu sa podelom vremenske ose.

Na slici 41 je prikazan primer merenja periode. Označeno je rastojanje koje definiše periodu, između dva uzlazna prolaska kroz nulu posmatranog signala. Prvi uzlazni prolazak kroz nulu, na koji ukazuje strelica označena sa 1, je horizontalnim pozicioniranjem slike postavljen na -4 DIV , a sledeći uzlazni prolazak kroz nulu posmatranog signala, na koji ukazuje strelica označena sa 2, se nalazi na $3,6 \text{ DIV}$. Stoga, perioda signala iznosi $7,6$ podeoka ($7,6 \text{ DIV}$). Ako je podela vremenske ose $(2 \text{ ms})/\text{DIV}$, $[K_x = (2 \text{ ms})/\text{DIV}]$ perioda posmatranog signala traje $15,2 \text{ ms}$, što odgovara frekvenciji od $65,8 \text{ Hz}$.



Slika 41: Merenje periode.

4.8 Merenje trajanja usponske i silazne ivice digitalnih signala

Trajanje usponske ivice digitalnih signala se definiše kao vreme koje protekne dok signal promeni nivo sa 10% na 90% razlike između početne i krajnje vrednosti. Analogno se definiše trajanje silazne ivice.

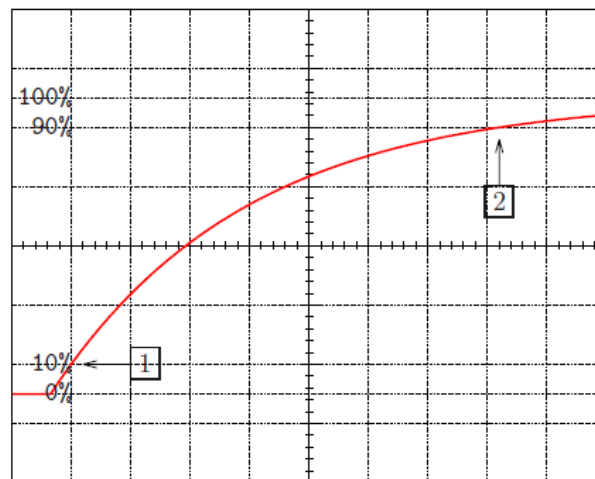
Za merenje trajanja usponske i silazne ivice digitalnih signala pogodno je koristiti pomoćne (tačkaste) linije graduacije ekrana. Pre svega, na ekranu treba obezbediti stabilno prikazivanje signala na kome se merenje vrši (sinhronizovati sliku) i postaviti nivo logičke nule na donju pomoćnu liniju graduacije (tačkasta linija sa oznakom 0%), a nivo logičke jedinice na gornju pomoćnu liniju (tačkasta linija sa oznakom 100%). Kako bi se ovo postiglo, potrebno je podešavati vertikalnu poziciju slike i koristiti kontinualnu podelu naponske ose (apsolutni nivoi napona nisu bitni, već njihovi odnosi, normalizovane vrednosti na razliku naponskih nivoa logičke jedinice i logičke nule). Izborom sinhronizacije na usponsku ili na silaznu ivicu, podešavanjem nivoa praga za sinhronizaciju (trigger level) i izborom pogodne podele vremenske ose treba obezbediti sliku na ekranu osciloskopa sa koje je moguće izvršiti očitavanje trajanja ivice sa malom greškom. Primer ispravno pozicionirane slike i dobro određene podele vremenske ose je prikazan na slici 46.

Početak trajanja usponske ivice je označen trenutkom kada signal dostigne 10% svoje krajnje vrednosti, odnosno presekom dijagrama posmatranog signala sa drugom horizontalnom linijom graduacije ispod centralne horizontalne linije. Radi lakšeg očitavanja, horizontalnim pozicioniranjem slike treba obezbediti da ova tačka leži na

nekoj od vertikalnih linija graduacije ekrana, kako je to prikazano na slici 46, gde je tačkom 1 označen početak trajanja usponske ivice.

Kraj trajanja usponske ivice je definisan trenutkom kada signal dostigne 90% svoje krajnje vrednosti, odnosno presekom dijagrama posmatranog signala sa drugom horizontalnom linijom graduacije iznad centralne horizontalne linije, što je označeno tačkom 2 na dijagramu sa slike 46. Kako bi se odredilo trajanje usponske ivice treba odrediti horizontalno rastojanje između tačaka 1 i 2, koje u primeru sa slike 46. iznosi 7,2 podeoka. Na kraju treba u skladu sa podelom vremenske ose preračunati rastojanje između tačaka 1 i 2 u vreme. U slučaju da je podela vremenske ose u analiziranom primeru $(0,5 \mu s)/DIV$, $[K_x = (0,5 \mu s)/DIV]$ trajanje usponske ivice iznosi $3,6 \mu s$.

Potpuno analogno merenju trajanja usponske ivice meri se trajanje silazne ivice. Najčešće je potrebno samo promeniti ivicu signala na koju se sinhronizacija vrši na silaznu, izvršiti malo podešavanje horizontalne pozicije slike i očitati trajanje silazne ivice.



Slika 46: Merenje trajanja usponske ivice.

4.9 Merenje fazne razlike

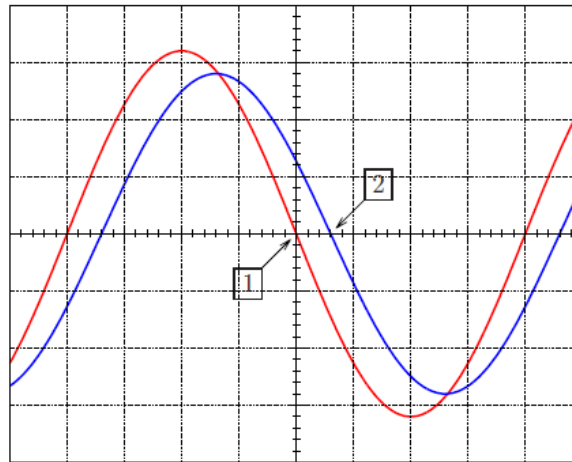
Za merenje fazne razlike je pre svega potrebno obezbediti jedinstveni izvor sinhronizacionog signala, ili sa kanala 1 ili sa kanala 2, kako je diskutovano u odeljku 4.5. Kako bi međusobni fazni stav bio očuvan, ne treba koristiti VERT MODE sinhronizaciju. Kod digitalnih osciloskopa VERT MODE način sinhronizacije najčešće nije ni implementiran. Merenje fazne razlike između dva sinusoidalna signala se može

svesti na merenje periode signala (T) i vremenske razlike između dva susedna uzlazna ili silazna prolaska kroz nulu tih signala (Δt). Postupci merenja ove dve veličine su objašnjeni u odeljcima 4.6 i 4.5, respektivno. Fazna razlika se tada izračunava kao

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T} = 360^\circ \frac{\Delta t}{T}.$$

Drugi, ali suštinski isti, način merenja fazne razlike je zasnovan na korišćenju potenciometra za kontinualnu promenu podele vremenske ose. Pre svega, signale čija se fazna razlika meri potrebno je dovesti na ulaze osciloskopa korišćenjem sonde sa identičim kašnjenjem, prikazati ih na isti način: korišćenjem istog položaja preklopnika za način prikazivanja signala (bilo AC, bilo DC), sa istim nivoom nultog potencijala za oba kanala, sa istim pojačanjem kanalskog pojačavača ako je to ikako moguće. Koristeći potenciometar za kontinualnu promenu podele vremenske ose treba podesiti podelu vremenske ose tako da jedna perioda posmatranih signala zauzima tačno 8 podeoka. Na taj način vrednost jednog podeoka horizontalne ose u faznom uglu iznosi $360^\circ/8 = 45^\circ$.

Primer merenja fazne razlike dva signala primenom kontinualnog podešavanja podele vremenske ose je prikazan na slici 47.

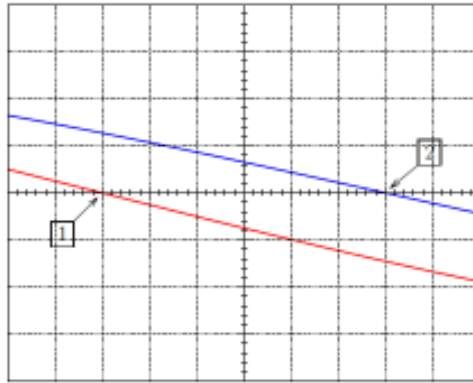


Slika 47: Merenje fazne razlike.

Fazna razlika je merena kao rastojanje između dva silazna prolaska kroz nulu posmatranih signala i u posmatranom primeru iznosi 0,6 podeoka. Stoga je merena fazna razlika $0,6 \times 45^\circ = 27^\circ$.

Kako bi se povećala tačnost merenja fazne razlike signala u slučajevima da je fazna razlika mala, moguće je koristiti prekidač za desetostruko povećanje rezolucije vremenske ose. Promenom stanja prekidača na $\times 10$ će se rezolucija povećati 10 puta, pa će vrednost jednog podeoka horizontalne ose iznositi $4,5^\circ$. Moguće je da prilikom

povećanja rezolucije prolasci posmatranih signala kroz nulu ne budu prikazani na ekranu. U tom slučaju podešavanjem horizontalne pozicije slike, ←POSITION→, sinhronizacionog nivoa (trigger level, LEVEL) i eventualno promenom sinhronizacione ivice (SLOPE), treba prvo obezbediti prikazivanje dva susedna prolaska kroz nulu na ekranu osciloskopa, pa tek onda izvršiti očitavanje. Povećanje rezolucije vremenske ose na primeru sa slike 47. dovodi do dijagrama prikazanih na slici 48. Rastojanje između prolazaka kroz nulu posmatranih signala iznosi 6 podeoka, što odgovara faznoj razlici od $6 \times 4,5^\circ = 27^\circ$. Na ovaj način je moguće tačnije merenje faznih razlika u opsegu do 45° , što odgovara širini ekrana osciloskopa od 10 DIV.



Slika 48: Merenje fazne razlike sa povećanom rezolucijom.

4.10 Merenje fazne razlike primenom Lisažuovih figura

Osciloskop se može koristiti i za prikazivanje međusobne zavisnosti dva naponska signala prebacivanjem preklopnika za promenu podele vremenske ose u X – Y položaj. Ovaj način formiranja slike na osciloskopu se koristi za snimanje prenosne karakteristike nelinearnih kola, snimanje karakteristike magnećenja feromagnetskih materijala, kao i merenje faznog stava i frekvencije primenom Lisažuovih figura. U ovom odeljku će biti opisano merenje fazne razlike dva sinusoidalna signala primenom Lisažuovih figura.

Pretpostavimo da je na kanal osciloskopa koji kontroliše horizontalno skretanje elektronskog mlaza doveden signal oblika

$$x(t) = X_0 \sin(\omega_0 t), \quad (32)$$

a da je na kanal koji kontroliše ploče za vertikalno skretanje doveden signal oblika

$$y(t) = Y_0 \sin(\omega_0 t - \varphi), \quad (33)$$

pri čemu je pretpostavljeno da je $X_0 > 0$, $Y_0 > 0$ i $-\pi \leq \varphi \leq \pi$. Cilj je da analizom dobijene slike identifikujemo vrednost φ . Signali određeni sa (32) i (33) su za $X_0 = 3 \text{ DIV}$ i $Y_0 = 2 \text{ DIV}$ i $\varphi = \pi/4 = 45^\circ$ u vremenskom domenu prikazani na slici 49, dok je njihova međusobna zavisnost prikazana na slici 50.

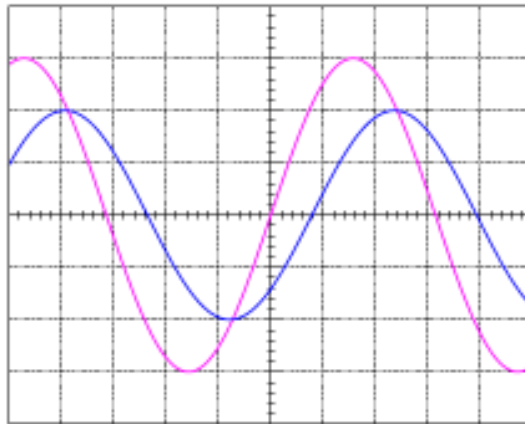
Posmatrajmo tačke u kojima je $x(t_k) = 0$, kada je $\omega_0 t_k = k\pi$. Tada je

$$y(t_k) = (-1)^{k+1} Y_0 \sin(\varphi) \quad (34)$$

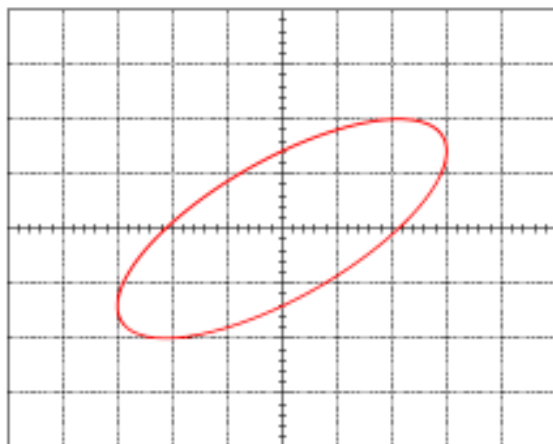
Uslov $x(t_k) = 0$ daje dve moguće vrednosti za $y(t_k)$, $y(t_k) = \pm Y_0 \sin(\varphi)$, pa svakako važi

$$|y(t_k)| = |y|_{x=0} = \pm Y_0 |\sin(\varphi)|, \quad (35)$$

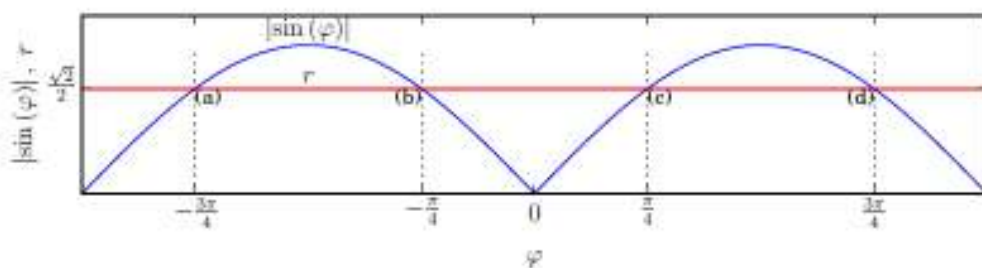
pošto je podrazumevano $Y_0 > 0$. Poznavanje Y_0 i $y|_{x=0}$ obezbeđuje informaciju potrebnu da se izračuna $|\sin(\varphi)|$.



Slika 49: Merenje fazne razlike primenom Lisažuovih figura, vremenski domen.



Slika 50: Merenje fazne razlike primenom Lissajouovih figura, (x, y) ravan.



Slika 51: Rešenja jednačine $|\sin(\varphi)| = r$ za $-\pi \leq \varphi \leq \pi$.

Ako postavimo uslov $y(t_n) = 0$, što važi za $\omega_0 t_n - \varphi = n\pi$, za korespondentne vrednosti $x(t_n)$ dobija se

$$x(t_n) = (-1)^n X_0 \sin(\varphi). \quad (36)$$

Uslov $y(t_n) = 0$ daje dve moguće vrednosti za $x(t_n)$, $x(t_n) = \pm X_0 \sin(\varphi)$, pa važi

$$|x(t_n)| = |x|_{y=0} = \pm X_0 |\sin(\varphi)| \quad (37)$$

pošto je podrazumevano $X_0 > 0$. Poznavanje X_0 i $x|_{y=0}$ takođe obezbeđuje informaciju potrebnu da se izračuna $|\sin(\varphi)|$.

Na osnovu jednačina (35) i (37) se za apsolutnu vrednost sinusa fazne razlike dobija

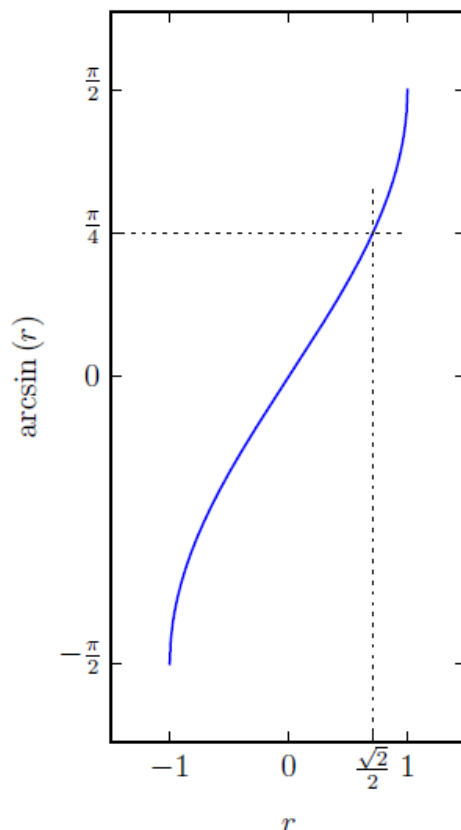
$$r \triangleq |\sin(\varphi)| = \frac{|y|_{x=0}}{Y_0} = \frac{|x|_{y=0}}{X_0}. \quad (38)$$

Na ovom mestu valja napomenuti da poznavanje $|\sin(\varphi)|$ određuje četiri vrednosti φ u opsegu $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ koje zadovoljavaju $|\sin(\varphi)| = r$, gde je r vrednost utvrđena iz (38) merenjem:

$$\varphi = \begin{cases} -\pi + \arcsin(r) & \text{za } -\pi \leq \varphi \leq -(\pi/2) & \text{(a)} \\ -\arcsin(r) & \text{za } -(\pi/2) \leq \varphi \leq 0 & \text{(b)} \\ \arcsin(r) & \text{za } 0 \leq \varphi \leq (\pi/2) & \text{(c)} \\ \pi - \arcsin(r) & \text{za } (\pi/2) \leq \varphi \leq \pi & \text{(d)} \end{cases}, \quad (39)$$

što je za $r = \sqrt{2}/2$ prikazano na slici 51. Razlozi ovome su mogući opseg vrednosti faznog ugla $-\pi \leq \varphi \leq \pi$, širine 2π , još uvek nepoznata vrednost znaka $\sin(\varphi)$, a time i znaka φ u datom opsegu, kao i funkcija $\varphi = \arcsin(r)$ koja ima kodomen $-(\pi/2) \leq \varphi \leq (\pi/2)$, širine π , u kome se nalazi njena glavna vrednost. Na slici 52 je prikazana funkcija $\arcsin(r)$ u celom svom domenu i kodomenu, što je moguće prikazati jer su i domen i kodomen ove funkcije ograničeni. Kako je po svojoj definiciji $r \geq 0$, samo polovina krive sa slike 52 će biti od koristi, a za konkretan primer ona daje informaciju $\arcsin(\sqrt{2}/2) = \pi/4$. Izbor jedne od četiri vrednosti date sa (39) zahteva informaciju u kom se kvadrantu φ nalazi. Ova informacija se lako može dobiti posmatranjem signala u vremenskom domenu, a kasnije će biti razmotrene i tehnike identifikovanja kvadranta u kome je φ analizom smera iscertavanja i oblika dobijene Lisažuove figure. Za početak ćemo na primeru razmotriti tehnike određivanja r merenjem.

Na slici 49. prikazani su vremenski dijagrami dva signala čiju faznu razliku je potrebno odrediti. Jedan od načina za rešavanje ovog problema, uobičajen, jeste primena metoda opisnaog u poglavlju 4.9. Drugi način, razmatran u ovom poglavlju, je da se nacrt parametarska kriva međusobne zavisnosti signala $x(t)$ i $y(t)$, prikazana na slici 50. Za određivanje apsolutne vrednosti sinusa fazne razlike dva sinusoidalna signala primenom Lisažuovih figura, označenog sa r ,



Slika 52: Funkcija $\arcsin(r)$.

potrebno je odrediti maksimalno skretanje elektronskog mlaza duž x ili y ose i presečnu tačku dobijene Lisažuove figure sa tom osom, kako je dato sa (38). Iako je merenja X_0 , $x|_{y=0}$, Y_0 i $y|_{x=0}$ moguće vršiti i na ovom dijagramu, u cilju preciznijeg očitavanja povoljno je kontinualnom promenom pojačanja Lisažovu figuru povećati tako da u potpunosti ispuni ekran osciloskopa, a zatim izvršiti relativno merenje, pošto se ne traže vrednosti navedenih promenljivih, već njihovi odnosi. Cilj je da se kontinualnom promenom pojačanja kanalskih pojačavača dobije dijagram poput prikazanog na slici 53, gde je kontinualnom promenom pojačanja postignuto $Y_0 = 4 \text{ DIV}$ i $X_0 = 5 \text{ DIV}$. Sa 1 je označeno merenje po kome je $y|_{x=0} = 2,8 \text{ DIV}$, dok je sa 2 označeno merenje po kome je $x|_{y=0} = 3,6 \text{ DIV}$. Po merenju 1 je

$$|\sin(\varphi)| = \frac{y|_{x=0}}{Y_0} = \frac{2,8 \text{ DIV}}{4 \text{ DIV}} = 0,7 \quad (40)$$

što odgovara glavnoj vrednosti $|\varphi| = 44,43^\circ$, dok je po merenju 2

$$|\sin(\varphi)| = \frac{x|_{y=0}}{X_0} = \frac{3,6 \text{ DIV}}{5 \text{ DIV}} = 0,72 \quad (41)$$

što odgovara glavnoj vrednosti $|\varphi| = 46,05^\circ$. Srednja vrednost dva dobijena rezultata, koji bi u idealnom slučaju bili jednaki, je $|\varphi| = 45,24^\circ$. Primer je generisan na računaru sa $\varphi = 45^\circ$, pa se dobijeni numerički rezultati i njihovo međusobno neslaganje mogu iskoristiti kao ilustracija greške očitavanja na prilično gruboj skali osciloskopa, koja je jedini izvor greške u razmatranom numerički generisanom primeru. Takođe, valja napomenuti da je u navedenom primeru određen $r = |\sin(\varphi)|$, još uvek ne i φ .

Nakon uspešno određene vrednosti $|\sin(\varphi)|$, pitanje koje se nužno nameće je pitanje znaka, što je prvi od dva dodatna koraka u određivanju φ . Sama Lisažuova figura u određivanju znaka neće pomoći. Uvidom u Atlas Lisažuovih figura [7], uočava se da su one simetrične po φ , da je Lisažuova figura za npr. 30° ista kao i za -30° . Razlog tome je što je pri eliminaciji parametra $\omega_0 t$, u kome su združene dve promenljive, ω_0 i t , izgubljena i informacija o vremenu i informacija o frekvenciji. Ista je Lisažuova figura i za signale sa malom i za signale sa velikom frekvencijom. Ovo razmatranje može otići i korak dalje, dopuštajući i negativne vrednosti frekvencije, ne ulazeći u fizičku interpretaciju. Rezultat bi bio isti kao u slučaju da je frekvencija pozitivna, a da vreme teče unazad. Ova promena toka vremena dovodi do promene interpretacije šta ide prvo, šta prednjači, a šta kasni. Stoga, da bi odredili znak φ , moramo se vratiti u vremenski domen i pogledati u kom smeru se kreće tačka koja iscertava Lisažuovu figuru, odnosno u kom smeru teče vreme, jer ta informacija određuje znak fazne razlike.

Za određivanje smer rotacije tačke koja iscertava Lisažuovu figuru prikazanu na slici 53 potrebno je na vremenskim dijagramima sa slike 49 uočiti da je prilikom uzlaznih prolazaka kroz nulu signala $x(t)$ signal $y(t) < 0$, dok je prilikom silaznih prolazaka kroz nulu signala $x(t)$ signal $y(t) > 0$. Samo jedna od ove dve informacije je dovoljna da se odredi smer rotacije po putanji prilikom iscertavanja Lisažuove figure kao obrnut od smer kazaljke na satu. Strelicama iscertanim u tačkama gde je razmatranje vršeno, na slici 54 označen je smer rotacije tačke koja iscertava Lisažuovu figuru.

U slučaju da je $\varphi < 0$ (podrazumevan opseg $-\pi \leq \varphi \leq \pi$), signal $y(t)$ fazno prednjači signalu $x(t)$, kako je prikazano na slici 55. Ovo za rezultat daje Lisažuovu figuru prikazanu na slici 56, koja je po obliku ista kao figura na slici 54, ali ima obrnut smer rotacije tačke koja je iscertava, koji je sada u smeru kazaljke na satu.

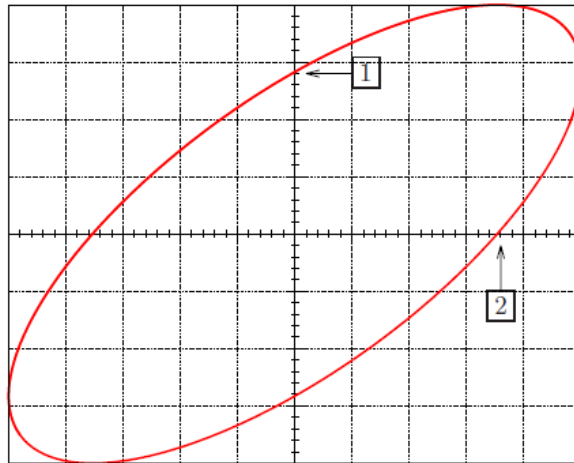
Na opisani način je moguće, izlaskom iz „fazne ravni“ u vremenski domen, utvrditi znak fazne razlike, izuzev u slučajevima kada se Lisažuova figura degeneriše u duž, kada je $\varphi = 0$ i nema smisla govoriti o znaku, i kada je $\varphi = \pi$, kada su signali u protivfazi i potpuno je svejedno da li $y(t)$ fazno kasni za π ili fazno prednjači za π ; zbog periodičnosti sa 2π , rezultat je identičan.

Za određivanje znaka φ , $-\pi \leq \varphi \leq \pi$, neophodno je vraćanje u vremenski domen, samo poznavanje međusobne zavisnosti x i y nije dovoljno da se znak odredi. Informacija o tome koji signal kasni je informacija o smeru u kome teče vreme, a u $X-Y$ ravni ona je sadržana u smeru iscrtavanja krive. Slično tome, informacija o frekvenciji je sadržana u brzini iscrtavanja.

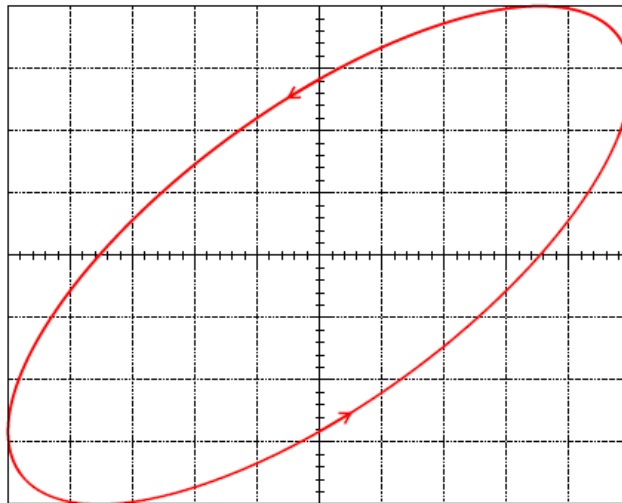
Nakon što je utvrđen znak fazne razlike, što je od četiri rešenja iz (39) eliminisalo dva, potrebno je još utvrditi da li je po apsolutnoj vrednosti fazna razlika veća ili manja od $(\pi/2)$, što će jednoznačno odrediti faznu razliku. Zbog simetrije u odnosu na znak, dovoljno je analizirati slučaj $\varphi > 0$, a nakon toga generalizovati zaključak. Nakon ove redukcije, sve što je potrebno je da se ustanovi razlika između slučajeva $0 < \varphi < (\pi/2)$ i $(\pi/2) < \varphi < \pi$. Uvidom u Atlas Lisažuovog figura [7], uočava se razlika između razmatrana dva slučaja u trenucima kada je $y = 0$ i $x > 0$. U slučaju da je $0 < \varphi < (\pi/2)$, $x(t)$ raste, kako je prikazano na slikama 49 i 54, a u slučaju $(\pi/2) < \varphi < \pi$ opada, kako je prikazano na slikama 57 i 58. U slučaju da je $\varphi = (\pi/2)$, $x(t)$ dostiže maksimum. Stoga, u slučaju $0 < \varphi < (\pi/2)$ velika osa elipse prolazi kroz prvi i treći kvadrant, a u slučaju da $(\pi/2) < \varphi < \pi$ velika osa prolazi kroz drugi i četvrti kvadrant, kako je prikazano na slikama 54 i 58. Slučajevi sa slika 54, 56 i 58 imaju istu vrednost $r = |\sin(\varphi)| = \sqrt{2}/2 \approx 0,7071$.

Na osnovu navedenog, algoritam za određivanje fazne razlike primenom Lisažuovih figura se može svesti na sledeća četiri koraka:

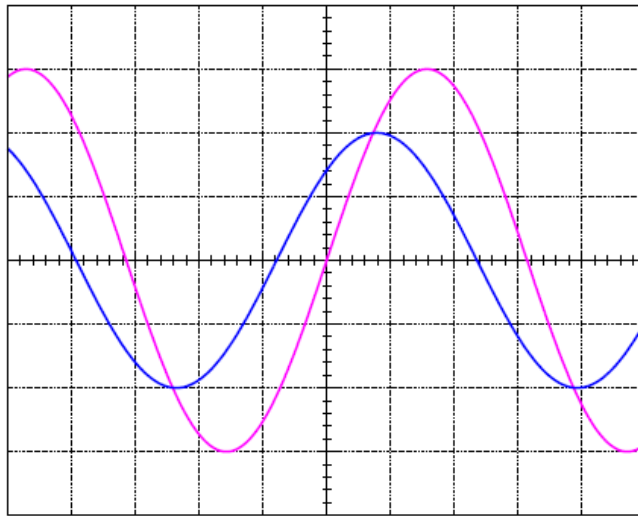
1. Merenjem i primenom (38) se odredi $r = |\sin(\varphi)|$.
2. Ustanovi se smer iscrtavanja Lisažuove figure. Ako je u smeru obrnutom od smera kazaljke na satu, $\varphi > 0$ i φ se određuje iz (39) (c) ili (d). Ako je u smeru kazaljke na satu, $\varphi < 0$ i φ se određuje iz (39) (a) ili (b).



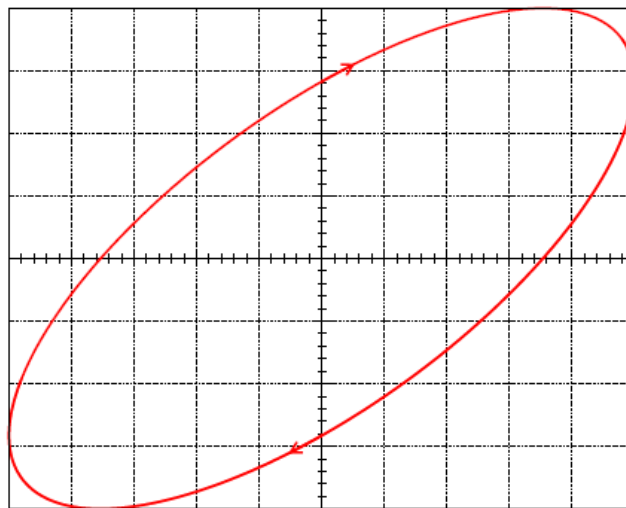
Slika 53: Merenje fazne razlike primenom Lisažuovih figura, (x, y) ravan, podešeno pojačanje da se dobije maksimalna veličina Lisažuove figure.



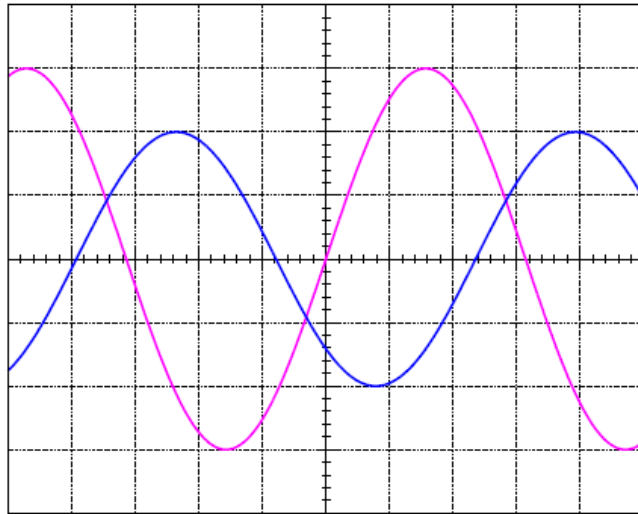
Slika 54: Merenje fazne razlike primenom Lisažuovih figura, $\varphi > 0$, slučaj (39) pod (c).



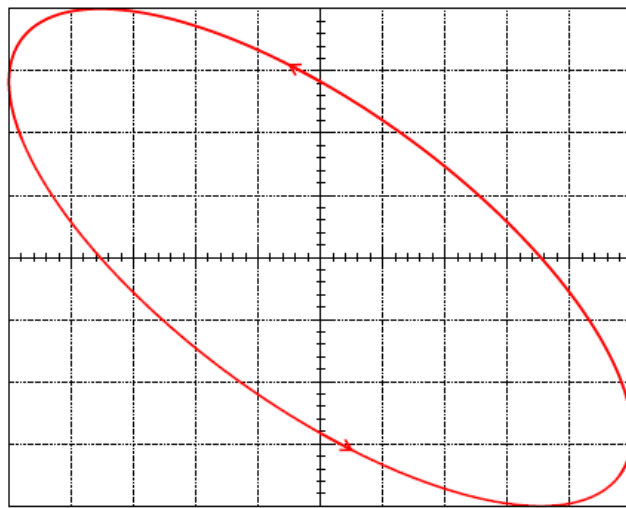
Slika 55: Merenje fazne razlike primenom Lisažuovih figura, vremenski domen, $\varphi < 0$.



Slika 56: Merenje fazne razlike primenom Lisažuovih figura, $\varphi < 0$, slučaj (39) pod (b).



Slika 57: Merenje fazne razlike primenom Lisažuovih figura, vremenski domen, $\varphi > \frac{\pi}{2}$.



Slika 58: Merenje fazne razlike primenom Lisažuovih figura, $\varphi > \frac{\pi}{2}$, slučaj (39) pod (d).

3. Ustanovi se pozicija velike ose elipse razmatrane Lisažuoove figure. Ako je u prvom i trećem kvadrantu, φ se određuje iz (39) (b) ili (c). Ako je u drugom i četvrtom kvadrantu, φ se određuje iz (39) (a) ili (d).
4. Primenom odgovarajuće formule iz (39) se odredi φ .

Za $|\sin(\varphi)| = \sqrt{2}/2$ slučaj (c) je prikazan na slici 54, slučaj (b) je prikazan na slici 56, dok je slučaj (d) prikazan na slici 58. U sva tri prikazana slučaja $|\sin(\varphi)|$ ima istu vrednost, a vrednost φ je određena analizom dodatnih parametara slike: nagnutošću velike ose i smeru iscrtavanja.

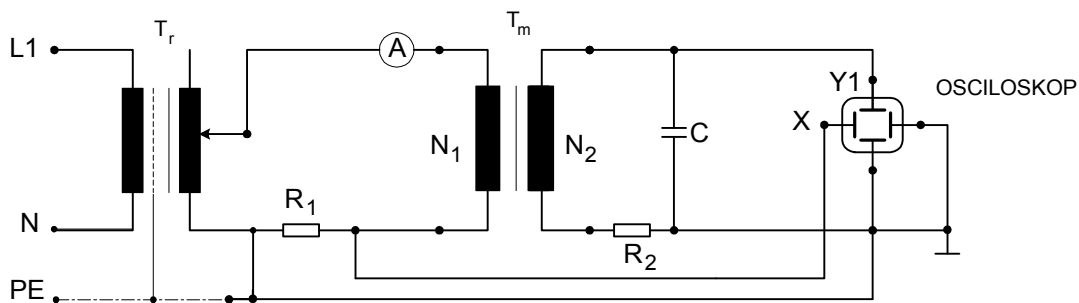
U zaključcima vezanim za metod određivanja fazne razlike primenom Lisažuovih figura valja napomenuti da slika 49 sadži više informacija od slike 50. Uvek je moguće na osnovu slike 49 konstruisati sliku 50, ali obrnuto nije jednoznačno moguće: slika 50 ne sadrži informaciju o brzini promene signala, odnosno frekvenciji, kao ni o znaku fazne razlike, odnosno smeru toka vremena.

Sada je pogodan trenutak da se uporedi upravo opisani algoritam sa algoritmom izloženim u odeljku 4.9, što ćemo ostaviti čitaocu. Bez obzira na prilično jasan zaključak, određivanje faznog stava primenom Lisažuovih figura ima nesumnjivu obrazovnu vrednost i omogućava pogled na dinamičke procese iz drugog ugla, iz koga se ponekad može uočiti više, što će postati očigledno kroz odeljke koji slede.

Snimanje dinamičke petlje histerezisa osciloskopom

Kratak uvod iz teorije

Snimanje histerezisne petlje može se izvršiti jednosmernom ili naizmničnom strujom. Histerezisna petlja snimljena jednosmernom strujom naziva se statička petlja histerezisa i ona je uža, dok histerezisna petlja snimljena naizmničnom strujom naziva se dinamička petlja i ona je šira. Osciloskopom se može snimiti dinamička petlja histerezisa primenom relativno jednostavnog sklopa koji je dat na *slici 12.1*.



Slika 12.1. Snimanje dinamične petlje histerezisa feromagnetnog uzorka osciloskopom

Primarni namotaj, koji ima N_1 namotaja, namotan je oko feromagnetnog materijala i priključen preko otpornika R_1 na izvor naizmeničnog napona. Na sekundarni namotaj, koji ima N_2 namotaja, priključeni su serijski spojeni otpornik R_2 i kondenzator C . Pad napona U_{R_1} na otporniku R_1 dovodi se na pojačavač za horizontalni otklon. Otklon elektronskog snopa u smeru ose x biće proporcionalan struji magnetisanja i_1 , jer je :

$$U_{R_1} = i_1 R_1$$

U prstenastom (torusnom) ili štapnom uzorku (zatvorenom jarmom neznatnog magnetskog otpora), jačina magnetnog polja je srazmerna struji magnetisanja i_1 , jer je tada :

$$H = \frac{N_1 i_1}{l}$$

gde je l dužina uzorka za štapasti feromagnetni uzorak, dok za prstenasti (torusni) uzorak feromagnetnog materijala je :

$$l = l_{sr} = 2\pi \cdot r_{sr},$$

gde je r_{sr} srednja vrednost unutrašnjeg r_u i vanjskog poluprečnika r_v prstenastog uzorka tj :

$$r_{sr} = \frac{r_u + r_v}{2}$$

Stoga je horizontalni otklon snopa srazmeran jačini magnetskog polja H u uzorku:

$$U_{R_1} = \frac{R_1 \cdot l}{N_1} \cdot H = k_h H$$

Pad napona na kondenzatoru C dovodi se na vertikalni pojačavač osciloskopa. Pri tome se odabere da je :

$$R_2 \gg \frac{1}{\omega C}$$

pa u sekundarnom krugu teče struja :

$$i_2 \approx \frac{e_2}{R_2}$$

Kod uzorka čiji je električni presek S , indukuje se u sekundarnom namotaju napon:

$$e_2 = -N_2 \cdot S \frac{dB}{dt}$$

pa u sekundarnom krugu teče struja :

$$i_2 = \frac{N_2 \cdot S}{R_2} \cdot \frac{dB}{dt}$$

Na kondenzatoru C vlada napon :

$$U_C = \frac{1}{C} \int i_2 \cdot dt$$

Pad napona na kondenzatoru C , a time i otklon u smeru y ose je srazmeran indukciji B u uzorku :

$$U_C = -\frac{N_2 S}{R_2 C} \cdot B = k_b B$$

Zadatak

Snimanje dinamičke petlje histerezisa osciloskopom

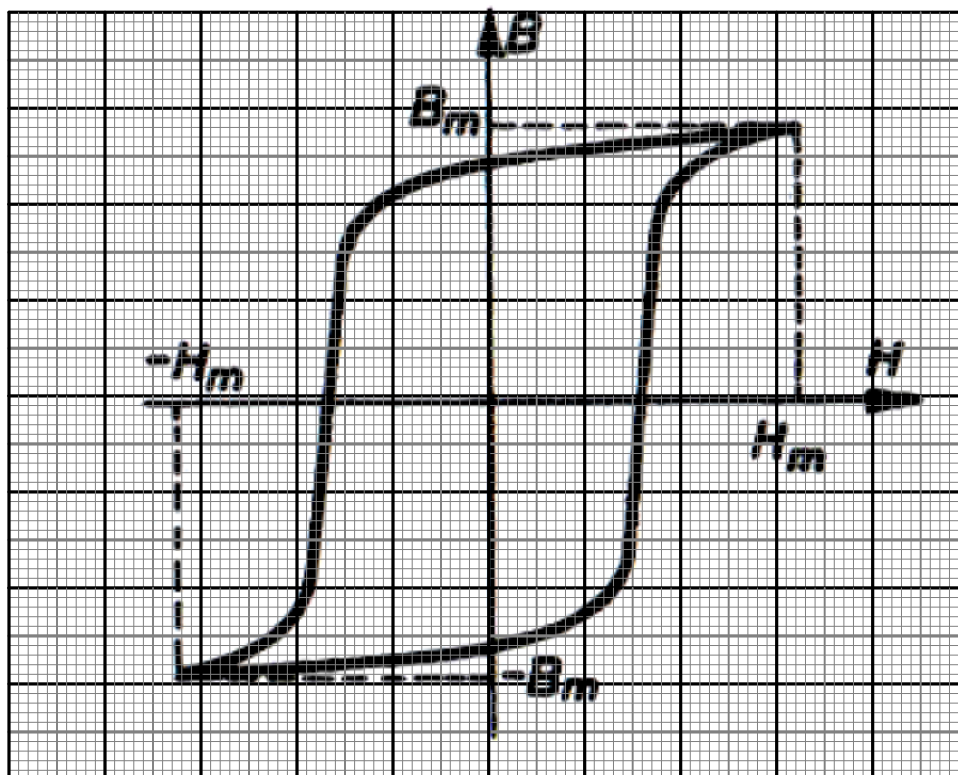
U tabelu 12.1 su date vrednosti pojedinih komponenata i karakteristika mernih instrumenata, koje treba da su poznate da bi kolo na slici 12.1 funkcionisalo na predviđen način.

R_1 [Ω]	R_2 [k Ω]	C [μ C]	K_x [V/DIV]	K_y [V/DIV]	N_1 [zav]	N_2 [zav]	S [cm ²]	L [cm]
1	5	10	0.8	0.5	300	50	8.75	62.8

Tabela 12.1. Vrednosti komponenata i karakteristika mernih instrumenata

Regulacionim transformatorom povećati napon dok ampermetar ne pokaže 1 A.

Na slici 12.2 nacrtati krivu dinamičke petlje histereza uzoraka dobijenu na ekranu osciloskopa, izmeriti podeoke (DIV) po osi x i y koje odgovaraju koercitivnom polju H_c i remanentnoj indukciji B_r . Rezultat merenja uneti u tabelu 12.2.



Slika 12.2. Dinamička petlja histereze za materijal od koga je načinjeno jezgro transformatora T_m

Izračunati vrednosti remanentne indukcije B_r i koercitivnog polja H_c korišćenjem izraza :

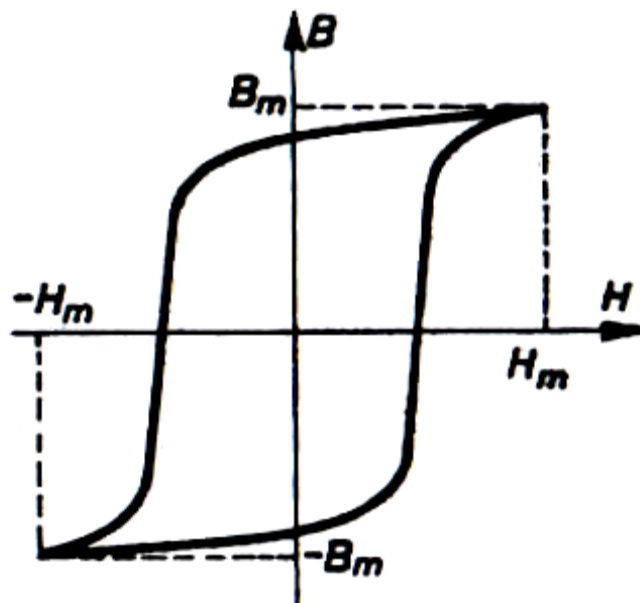
$$B_r = \frac{R_2 \cdot C \cdot K_y \cdot y}{N_2 \cdot S}$$

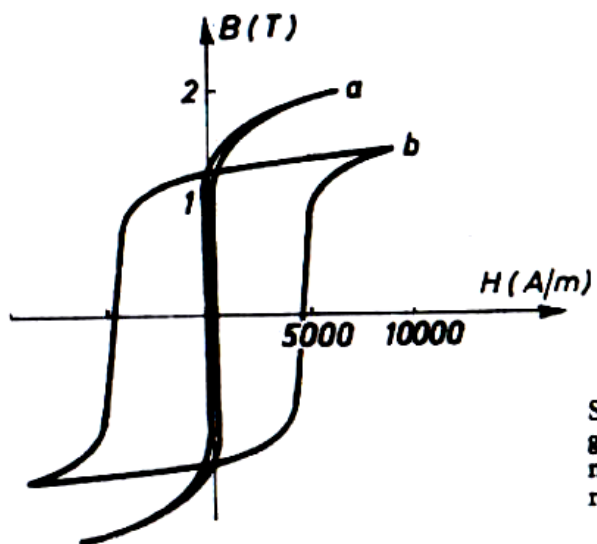
$$H_c = \frac{N_1 \cdot K_x \cdot x}{R_1 \cdot l}$$

rezultate uneti u tabelu 12.2.

x [DIV]	y [DIV]	B_r [T]	H_c [A/m]

Tabela 12.2. Rezultati merenja remanentne indukcije i koercitivnog polja





Sl. 20.28. Histerezisna petlja (a) mekog gvožđa i (b) kaljenog čelika. Na crtežu nije moguće nacrtati dve vrlo bliske (u datoj razmeri) linije za meko gvožđe, pa su malo više razmaknute nego što treba.

8. Merenja u simetričnom i nesimetričnom trofaznom sistemu

Laboratorijska vežba br.8

8.2 Simetrični trofazni sistem sa četiri provodnika. Potrošač je vezan u zvezdu.

Poznate su elektromotorne sile trofaznog generatora: Efektivna vrednost elektromotorne sile u svakoj fazi je 220 V.

Pokazivanje voltmetra je $V_1 = 220$ V.

Trenutne vrednosti elektromotornih sila u pojedinim fazama su:

$$e_1(t) = 220 \cdot \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$e_2(t) = 220 \cdot \sqrt{2} \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

$$e_3(t) = 220 \cdot \sqrt{2} \cos(\omega t - 4\pi/3)$$

Kompleksne efektivne vrednosti pojedinih elektromotornih sila su:

$$\underline{E}_1 = 220 \cdot e^{j0} = 220 \cdot (\cos 0 - j \sin 0) = 220 \text{ V},$$

($E_1 = 220$ V)

$$\underline{E}_2 = 220 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = (-110 - j190,526) \text{ V}$$

($E_2 = 220$ V)

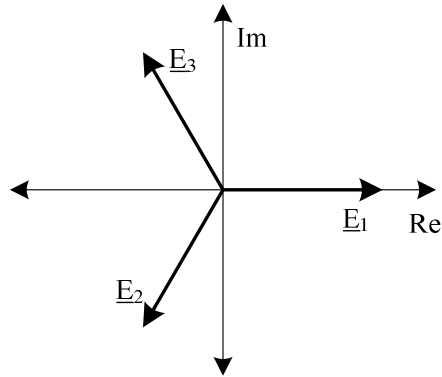
$$\underline{E}_3 = 220 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = (-110 + j190,526) \text{ V}$$

($E_3 = 220$ V)

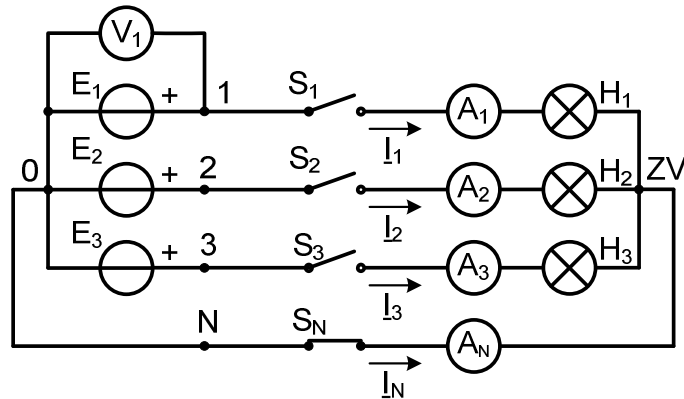
Efektivne vrednosti iz kompleksnih efektivnih vrednosti se određuju tako da se uzima kvadratni koren iz zbira kvadrata realnog i imaginarnog dela kompleksnog broja.

$$I = \sqrt{(\operatorname{Re} \underline{I})^2 + (\operatorname{Im} \underline{I})^2}$$

Instrumenti mere efektivnu vrednost naizmeničnih veličina. Efektivna vrednost je skalarna veličina i iz te veličine ne može se odrediti kompleksna efektivna vrednost niti trenutna vrednost naizmeničnih veličina.



Sl.1 Elektromotorne sile u kompleksnoj ravni.



Sl.2 Simetrični trofazni potrošač vezan u zvezdu

Voltmetar i ampermetri su savršeni instrumenti, njihove unutrašnje otpornosti se ne uzimaju u obzir, generatori se mogu smatrati idealnim. Sijalice na radnoj temperaturi imaju otpornost $R = 500 \Omega$. Struja u grani generator E_1 je:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1}{R} = \frac{220}{500} = 0,44 \text{ A}, \quad (I_1 = 0,44 \text{ A})$$

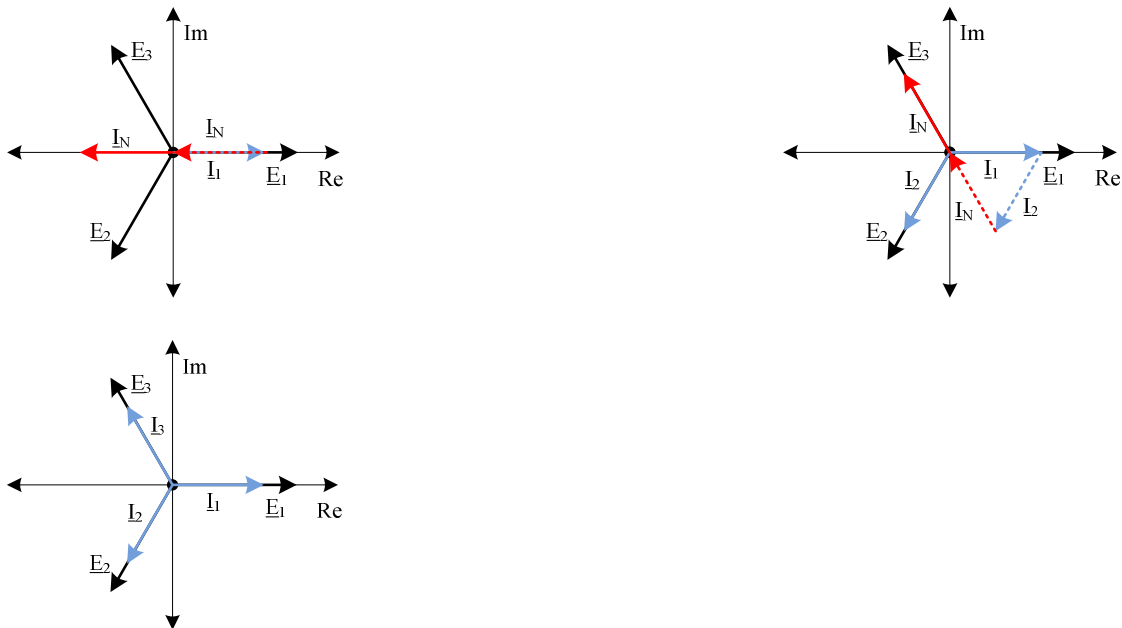
Struje u ostalim granama:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2}{R} = \frac{-110 - j190,526}{500} = -0,22 - j0,381 \text{ A}, \quad (I_2 = 0,44 \text{ A})$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_3}{R} = \frac{-110 + j190,526}{500} = -0,22 + j0,381 \text{ A}, \quad (I_3 = 0,44 \text{ A})$$

$$\underline{I}_N = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3) = -[0,44 + (-0,22 - j0,381) + (-0,22 + j0,381)] = 0 \text{ A} .$$

$(I_N = 0 \text{ A})$



Sl.3 Strujni dijagrami u kompleksnoj ravni, kada je uključen prekidač S_1 , zatim uključuje se i prekidač S_2 , i na kraju uključena su sva tri prekidača.

8.3 Nesimetričan potrošač vezan u zvezdu:

Pokazivanje voltmetra je $V_1 = 220 \text{ V}$. Kapacitivnost kondenzatora $C_1 = 5,305 \mu\text{F}$

Kompleksne efektivne vrednosti pojedinih elektromotornih sila su:

$$\underline{E}_1 = 220 \cdot e^{j0} = 220 \cdot (\cos 0 - j \sin 0) = 220 \text{ V},$$

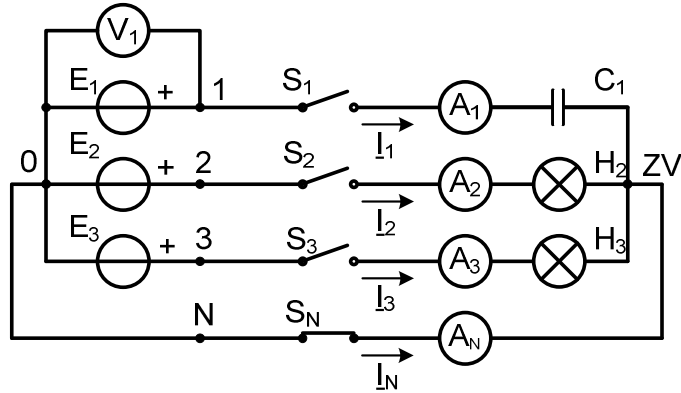
$(E_1 = 220 \text{ V})$

$$\underline{E}_2 = 220 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = (-110 - j190,526) \text{ V}$$

$(E_2 = 220 \text{ V})$

$$\underline{E}_3 = 220 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = (-110 + j190,526) \text{ V}$$

$(E_3 = 220 \text{ V})$



Sl.7 Naponi u kompleksnoj ravni.

Impedansa kondenzatora:

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j2\pi \cdot 50 \cdot 5,305 \cdot 10^{-6}} = -j600 \Omega$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_C} = \frac{220}{-j600} = j0,367 \text{ A}, \quad (I_1 = 0,367 \text{ A})$$

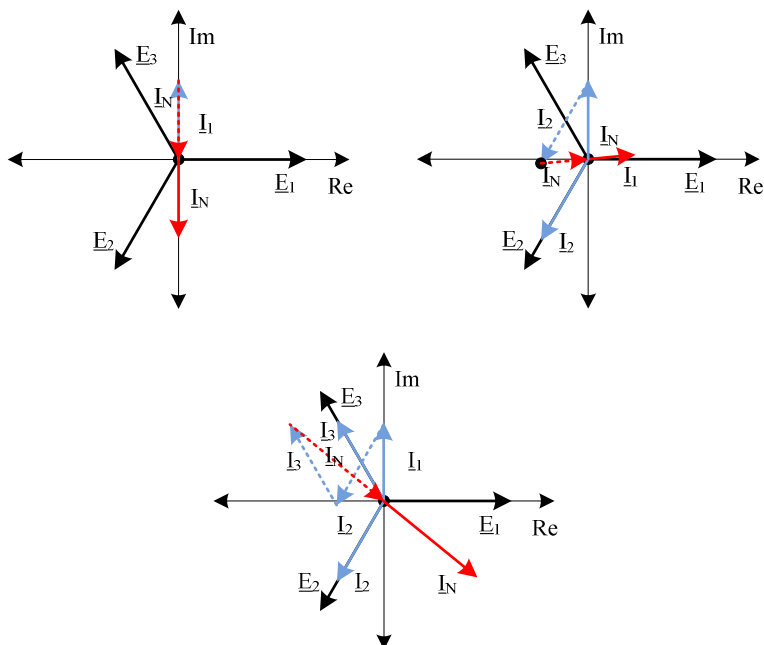
Struje u ostalim granama:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2}{R} = \frac{-110 - j190,526}{500} = -0,22 - j0,381 \text{ A}, \quad (I_2 = 0,44 \text{ A})$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_3}{R} = \frac{-110 + j190,526}{500} = -0,22 + j0,381 \text{ A}, \quad (I_3 = 0,44 \text{ A})$$

$$\underline{I}_N = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3) = -[j0,367 + (-0,22 - j0,381) + (-0,22 + j0,381)] = 0,44 - j0,367 \text{ A}$$

$(I_N = 0,573 \text{ A})$



S1.5 Strujni dijagrami u kompleksnoj ravni, kada je uključen prekidač S_1 , zatim uključuje se i prekidač S_2 , i na kraju uključena su sva tri prekidača.

8.4 Nesimetričan potrošač vezan u zvezdu sa prekinutim nultim provodnikom:

Pokazivanje voltmetra je $V_1 = 220 \text{ V}$. Kapacitivnost kondenzatora $C_1 = 5,305 \mu\text{F}$, otpornost sijalica na radnoj temperature je $R_2 = 500 \Omega$ i $R_3 = 160 \Omega$.

Kompleksne efektivne vrednosti pojedinih elektromotornih sila su:

$$\underline{E}_1 = 220 \cdot e^{j0} = 220 \cdot (\cos 0 - j \sin 0) = 220 \text{ V},$$

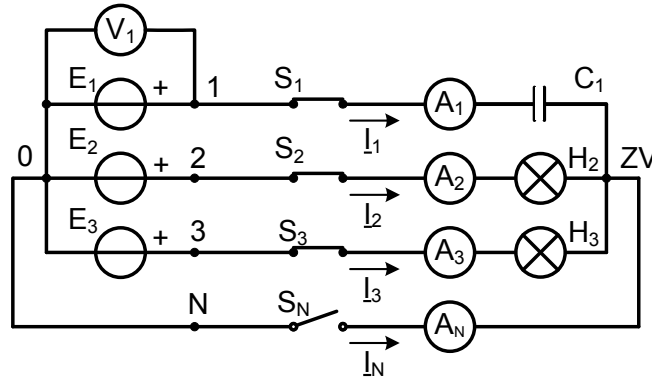
$(E_1 = 220 \text{ V})$

$$\underline{E}_2 = 220 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = (-110 - j190,526) \text{ V}$$

$(E_2 = 220 \text{ V})$

$$\underline{E}_3 = 220 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = (-110 + j190,526) \text{ V}$$

$(E_3 = 220 \text{ V})$



Sl.6 Nesimetrični trofazni potrošač vezan u zvezdu sa odvojenom nultom tačkom.

Potencijal zvezdišta potrošača određuje se metodom potencijala čvorova na sledeći način:

$$\underline{U}_{ZV0} = \frac{\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3}}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} = \frac{\frac{220}{-j600} + \frac{(-110 - j190,526)}{500} + \frac{(-110 + j190,526)}{160}}{\frac{1}{-j600} + \frac{1}{500} + \frac{1}{160}} =$$

$$= (-78,009 + j158,354) \text{ V}$$

$$(U_{ZV0} = 176,513 \text{ V})$$

$$\underline{U}_{1ZV} = \underline{E}_1 - \underline{U}_{ZV0} = 220 - (-78,009 + j158,354) = (298,009 - j158,354) \text{ V}$$

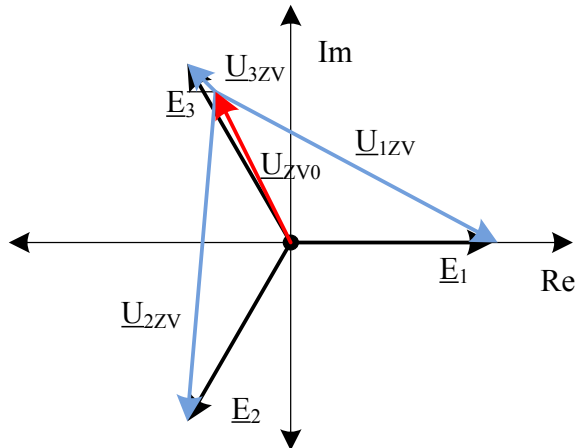
$$(U_{1ZV} = 337,461 \text{ V})$$

$$\underline{U}_{2ZV} = \underline{E}_2 - \underline{U}_{ZV0} = -110 - j190,526 - (-78,009 + j158,354) = (-31,991 - j348,88) \text{ V}$$

$$(U_{2ZV} = 350,344 \text{ V})$$

$$\underline{U}_{3ZV} = \underline{E}_3 - \underline{U}_{ZV0} = -110 + j190,526 - (-78,009 + j158,354) = (-31,991 + j32,172) \text{ V}$$

$$(U_{3ZV} = 45,370 \text{ V})$$



Sl.7 Naponi u kompleksnoj ravni.

Napomena:

U slučaju nesimetričnog potrošača vezanog u zvezdu prekid nultog provodnika može da prouzrokuje značajne prenapone na faznim potrošačima. Zbog toga se ne stavlja osigurač na nulti provodnik.

Struje u granama:

$$\underline{I}_1 = \frac{U_{1ZV}}{Z_C} = \frac{298,009 - j158,354}{-j600} = 0,264 + j0,497 \text{ A}, \quad (I_1 = 0,563 \text{ A})$$

$$\underline{I}_2 = \frac{U_{2ZV}}{R_2} = \frac{-31,991 - j348,88}{500} = -0,064 - j0,698 \text{ A}, \quad (I_2 = 0,701 \text{ A})$$

$$\underline{I}_3 = \frac{U_{3ZV}}{R_3} = \frac{-31,991 + j32,172}{160} = -0,200 + j0,201 \text{ A}, \quad (I_3 = 0,284 \text{ A})$$

8.5 Simetričan potrošač vezan u trougao.

Pokazivanje voltmetra $V_1 = 127 \text{ V}$.

$$\underline{E}_1 = 127 \cdot e^{j0} = 127 \cdot (\cos 0 - j \sin 0) = 127 \text{ V},$$

$$(E_1 = 127 \text{ V})$$

$$\underline{E}_2 = 127 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 127 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = (-63,5 - j109,985) \text{ V}$$

$(E_2 = 127 \text{ V})$

$$\underline{E}_3 = 127 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 127 \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = (-63,5 + j109,985) \text{ V}$$

$(E_3 = 127 \text{ V})$

$$\underline{U}_{12} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 = 127 - (-63,5 - j109,985) = (190,5 + j109,985) \text{ V}$$

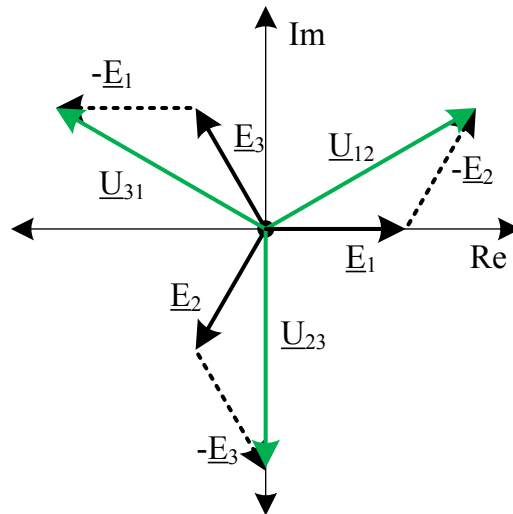
$(U_{12} = 219,970 \text{ V})$

$$\underline{U}_{23} = \underline{E}_2 - \underline{E}_3 = (-63,5 - j109,985) - (-63,5 + j109,985) = (j219,970) \text{ V}$$

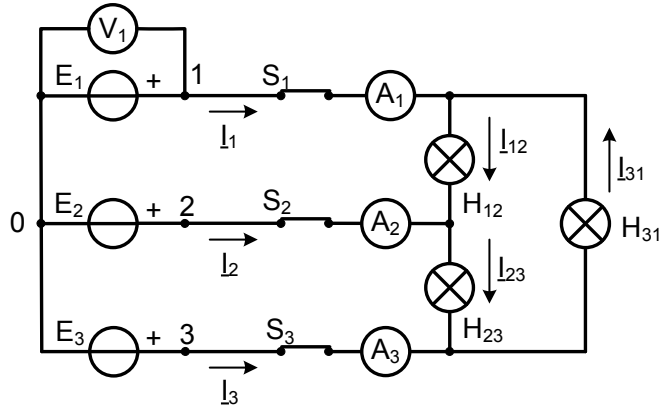
$(U_{23} = 219,970 \text{ V})$

$$\underline{U}_{31} = \underline{E}_3 - \underline{E}_1 = (-63,5 + j109,985) - 127 = (-190,5 + j109,985) \text{ V}$$

$(U_{31} = 219,970 \text{ V})$



Sl.8 Naponi u kompleksnoj ravni.



Sl.9 Simetričan potrošač vezan u trougao.

Struje u granama:

$$\underline{I}_{12} = \frac{U_{12}}{R} = \frac{190,5 + j109,985}{500} = 0,381 + j0,220 \text{ A}, \quad (I_{12} = 0,440 \text{ A})$$

$$\underline{I}_{23} = \frac{U_{23}}{R} = \frac{j219,985}{500} = j0,440 \text{ A}, \quad (I_{23} = 0,440 \text{ A})$$

$$\underline{I}_{31} = \frac{U_{31}}{R} = \frac{-190,5 + j109,985}{500} = 0,381 + j0,220 \text{ A}, \quad (I_{31} = 0,440 \text{ A})$$

Struje u napojnim vodovima:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = (0,381 + j0,220) - (-0,381 + j0,220) = 0,762 \text{ A}$$

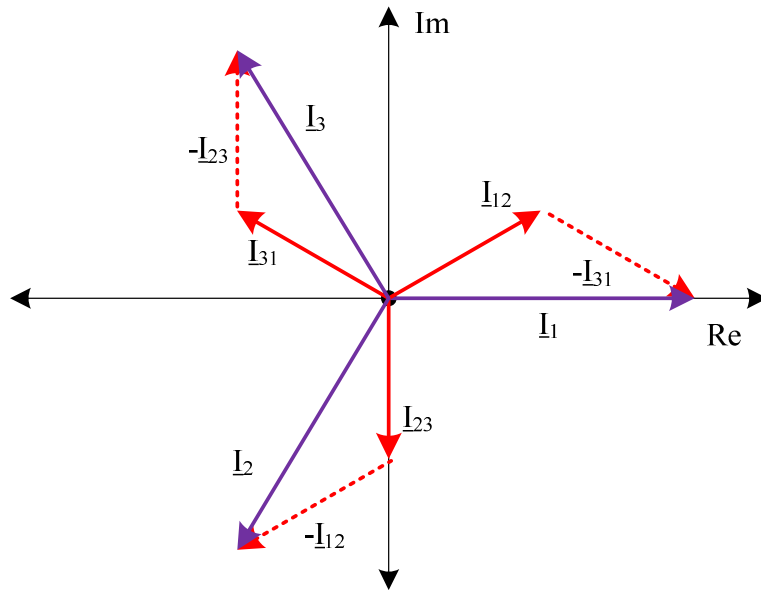
$$(I_1 = 0,762 \text{ A})$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} = -j0,440 - (0,381 + j0,220) = -0,381 - j0,660 \text{ A}$$

$$(I_2 = 0,762 \text{ A})$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} = (-0,381 + j0,220) - j0,440 = (-0,381 + j0,660) \text{ A}$$

$$(I_3 = 0,762 \text{ A})$$



Sl.10 Struje simetričnog potrošača vezanog u trougao.

8.6 Nesimetričan potrošač vezan u trougao.

Pokazivanje voltmetra $V_1 = 127 \text{ V}$.

Kompleksna efektivna vrednost elektromotornih sila generatora je:

$$\underline{E}_1 = 127 \cdot e^{j0} = 127 \cdot (\cos 0 - j \sin 0) = 127 \text{ V},$$

$(E_1 = 127 \text{ V})$

$$\underline{E}_2 = 127 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 127 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = (-63,5 - j109,985) \text{ V}$$

$(E_2 = 127 \text{ V})$

$$\underline{E}_3 = 127 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 127 \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = (-63,5 + j109,985) \text{ V}$$

$(E_3 = 127 \text{ V})$

$$\underline{U}_{12} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 = 127 - (-63,5 - j109,985) = (190,5 + j109,985) \text{ V}$$

$(U_{12} = 219,970 \text{ V})$

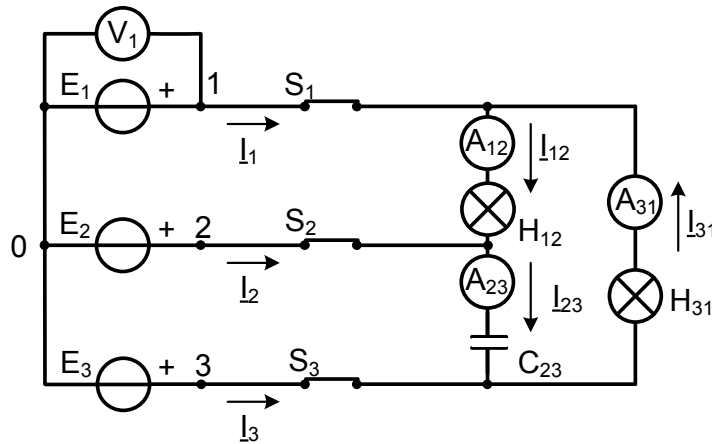
$$\underline{U}_{23} = \underline{E}_2 - \underline{E}_3 = (-63,5 - j109,985) - (-63,5 + j109,985) = (-j219,970) \text{ V}$$

$$(U_{23} = 219,970 \text{ V})$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{E}_3 - \underline{E}_1 = (-63,5 + j109,985) - 127 = (-190,5 + j109,985) \text{ V}$$

$$(U_{31} = 219,970 \text{ V})$$

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j2\pi \cdot 50 \cdot 5,305 \cdot 10^{-6}} = -j600 \ \Omega$$



Sl.11 Nesimetričan potrošač vezan u trougao.

Struje u granama:

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{R} = \frac{190,5 + j109,985}{500} = 0,381 + j0,220 \text{ A}, \quad (I_{12} = 0,440 \text{ A})$$

$$\underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_C} = \frac{-j219,985}{-j600} = 0,367 \text{ A}, \quad (I_{23} = 0,367 \text{ A})$$

$$\underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{R} = \frac{-190,5 + j109,985}{500} = -0,381 + j0,220 \text{ A}, \quad (I_{31} = 0,440 \text{ A})$$

Struje u napojnim vodovima:

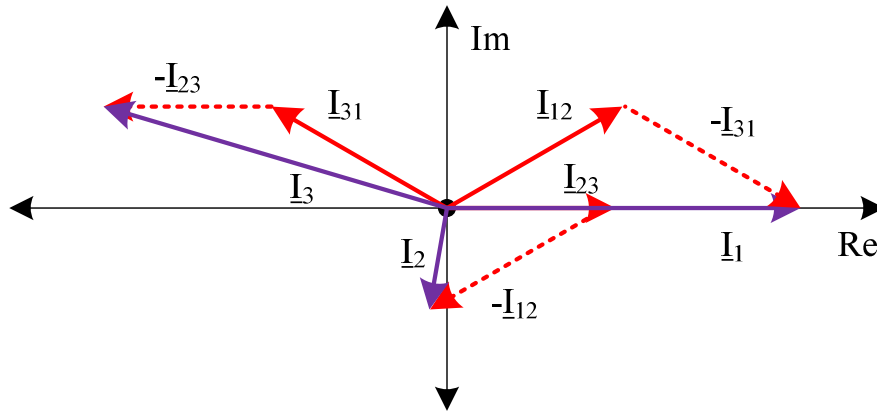
$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = (0,381 + j0,220) - (-0,381 + j0,220) = 0,762 \text{ A} \quad (I_1 = 0,762 \text{ A})$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} = 0,367 - (0,381 + j0,220) = -0,014 - j0,220 \text{ A}$$

$$(I_2 = 0,220 \text{ A})$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} = (-0,381 + j0,220) - (0,367) = (-0,748 + j0,220) \text{ A}$$

$(I_3 = 0,780 \text{ A})$



Sl.12 Struje nesimetričnog potrošača vezanog u trougao.

9. Merenje snage nesimetričnog potrošača u četvorožičnom trofaznom sistemu

Snaga u neuravnoteženim polifaznim kolima

Trenutna snaga neuravnoteženog polifaznog kola je jednaka zbiru trenutnih snaga pojedinih faznih kola.

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t) + \dots + p_n(t) = u_1(t)i_1(t) + u_2(t)i_2(t) + \dots + u_n(t)i_n(t)$$

Stoga je i srednja ili aktivna snaga jednaka zbiru aktivnih snaga pojedinih faza.

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = \sum_{k=1}^n U_k I_k \cos \phi_k$$

Isto pravilo važi i za reaktivnu snagu, jer se i ona održava.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n = \sum_{k=1}^n U_k I_k \sin \phi_k$$

Kako aktivna i reaktivna snaga predstavljaju projekcije fazora prividne snage, to je i projekcija fazora prividne snage jednak zbiru projekcija fazora prividnih snaga pojedinih faza. Za samu prividnu snagu ovo ne možemo reći, pošto fazori koji se odnose na pojedine faze nisu kolinearni, kao u slučaju uravnoteženog kola. Ona je definisana jednačinom:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^n U_k I_k \cos \phi_k\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^n U_k I_k \sin \phi_k\right)^2}$$

Faktor snage je definisan količnikom aktivne i prividne snage

$$k = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \cos \beta$$

i on je jednak kosinusu ugla koji fazor prividne snage zaklapa sa faznom osom. Merni broj ovog ugla ne predstavlja nikakvu faznu razliku između napona i struje.

Nesimetrični potrošač spojen u zvezdu sastoji se u prvoj fazi od omskog, u drugoj od induktivnog i u trećoj fazi od kapacitivnog potrošača. Idealnim instrumentima izmereni su naponi na priključcima pojedinih faznih potrošača, struje kroz njih i aktivne snage sva tri elementa. Pored ovih veličina meri se i struja nulprovodnika. Dobijeni su sledeći podaci:

$$U_1 = 220 \text{ V}, U_2 = 220 \text{ V}, U_3 = 220 \text{ V}.$$

$$I_1 = 4,5 \text{ A}, I_2 = 2,9 \text{ A}, I_3 = 1,8 \text{ A}, I_N = 0,535 \text{ A}.$$

$$P_1 = 990 \text{ W}, P_2 = 45 \text{ W}, P_3 = 20 \text{ W}.$$

Određiti impedanse pojedinih faza, prividnu, aktivnu i reaktivnu snagu celog potrošača.

Prividne snage:

$$S_1 = U_1 I_1 = 220 \cdot 4,5 = 990 \text{ VA}$$

$$S_2 = U_2 I_2 = 220 \cdot 2,9 = 638 \text{ VA}$$

$$S_3 = U_3 I_3 = 220 \cdot 1,8 = 396 \text{ VA}$$

Reaktivne snage:

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{990^2 - 990^2} = 0 \text{ VAr}$$

$$Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = \sqrt{638^2 - 45^2} = 636,411 \text{ VAr}$$

$$Q_3 = \sqrt{S_3^2 - P_3^2} = \sqrt{396^2 - 20^2} = -395,495 \text{ VAr (kapacitivni potrošač)}$$

Prividne kompleksne snage:

$$\underline{S}_1 = P_1 + jQ_1 = (990 + j0) \text{ VA}$$

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 = (45 + j636,411) \text{ VA}$$

$$\underline{S}_3 = P_3 + jQ_3 = (20 - j395,495) \text{ VA (kapacitivni potrošač)}$$

Impedanse pojedinih elemenata:

$$\underline{Z}_1 = \frac{S_1}{I_1^2} = \frac{990}{4,5^2} = 48,889 \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{S_2}{I_2^2} = \frac{45 + j636,411}{2,9^2} = (5,351 + j75,673) \Omega$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{S_3}{I_3^2} = \frac{20 - j395,495}{1,8^2} = (6,173 - j122,066) \Omega$$

Aktivna snaga potrošača:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 990 + 45 + 20 = 1055 \text{ W}$$

Reaktivna snaga potrošača:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 + 636,411 - 395,495 = 240,916 \text{ VAr}$$

Prividna snaga potrošača:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1055^2 + 240,916^2} = 1082,158 \text{ VA}$$

Fazni naponi napajanja

$$\underline{U}_1 = 220 \cdot e^{j0} = 220 \cdot (\cos 0 - j \sin 0) = 220 \text{ V},$$

$$(U_1 = 220 \text{ V})$$

$$\underline{U}_2 = 220 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = (-110 - j190,526) \text{ V}$$

$$(U_2 = 220 \text{ V})$$

$$\underline{U}_3 = 220 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = (-110 + j190,526) \text{ V}$$

$$(U_3 = 220 \text{ V})$$

Struje pojedinih elemenata:

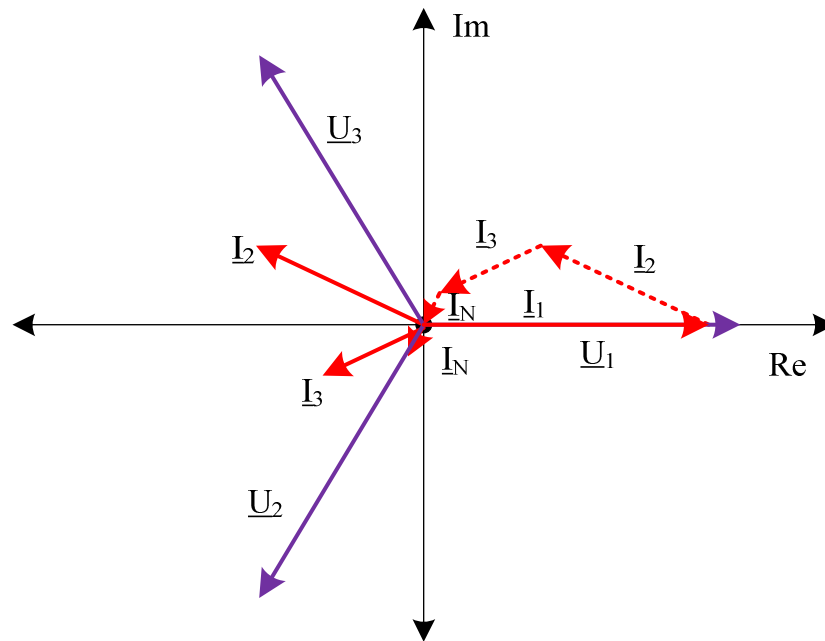
$$\underline{I}_1 = \frac{U_1}{\underline{Z}_1} = \frac{220}{48,889} = 4,5 \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{U_2}{\underline{Z}_2} = \frac{-110 - j190,526}{5,351 + j75,673} = (-2,608 + j1,269) \text{ A} \quad (I_2 = 2,9 \text{ A})$$

$$\underline{I}_3 = \frac{U_3}{\underline{Z}_3} = \frac{-110 + j190,526}{6,173 - j122,066} = (-1,602 - j0,820) \text{ A} \quad (I_3 = 1,8 \text{ A})$$

$$\underline{I}_N = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3) = -(4,5 - 2,608 + j1,269 - 1,602 - j0,820) = (-0,29 - j0,449) \text{ A}$$

$$(I_N = 0,535 \text{ A})$$



Sl.1 Prikaz struja i napona u kompleksnoj ravni