Szabadkai Műszaki Szakfőiskola

Mintafeladatok a villamos mérések laboratóriumi gyakorlatai második ciklusához

Összeállította:

Nagy Károly és Šarčević Péter

Szabadka 2018.

8. Gyakorlat:

8. Mérések szimmetrikus és nemszimmetrikus háromfázisú rendszerben

8.2 Négyvezetékes szimmetrikus rendszer. A fogyasztó csillagkötésben

Ismertek a háromfázisú generátor elektromotoros erői: Az elektromotoros erő effektív értéke mindegyik fázisban 220 V.

A voltmérő értékmutatása $V_1 = 220 \text{ V}$.

Az egyes fázisokban az elektromotoros erő pillanatértékei:

$$e_1(t) = 220 \cdot \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$e_2(t) = 220 \cdot \sqrt{2} \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

$$e_3(t) = 220 \cdot \sqrt{2} \cos(\omega t - 4\pi/3)$$

Az egyes fázisokban az elektromotoros erő komplex effektív értéke:

$$\underline{E}_1 = 220 \cdot e^{j0} = 220 \cdot (\cos 0 - j \sin 0) = 220 \text{ V}, \qquad (E_1 = 220 \text{ V})$$

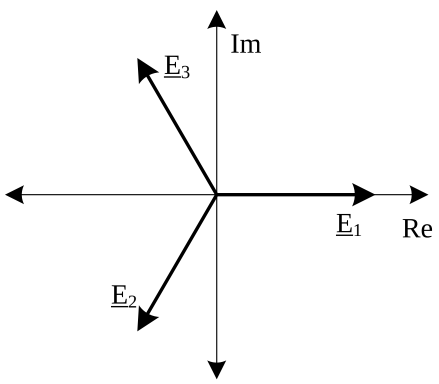
$$\underline{E}_2 = 220 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos\frac{2\pi}{3} - j \sin\frac{2\pi}{3} \right) = (-110 - j190,526) \text{ V} \qquad (E_2 = 220 \text{ V})$$

$$\underline{E}_3 = 220 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos\frac{4\pi}{3} - j \sin\frac{4\pi}{3} \right) = (-110 + j190,526) \text{ V} \qquad (E_3 = 220 \text{ V})$$

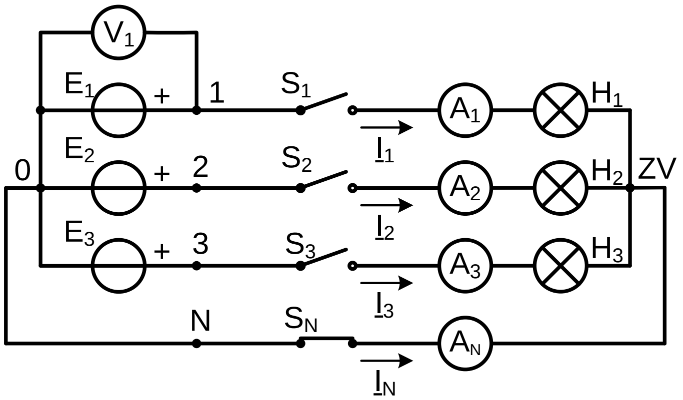
Az effektív értékeket a komplex effektív értékekből úgy határozzuk meg, hogy a komplex szám valós és immaginárius része négyzeteinek összegéből négyzetgyököt vonunk.

$$I = \sqrt{(\mathrm{Re}\,\underline{I})^2 + (\mathrm{Im}\,\underline{I})^2}$$

A műszerek a váltakozó nagyságok effektív értékét mérik. Az effektív érték skaláris nagyság és abból nem határozható meg sem a komplex effektív érték sem a pillanatérték.



8.1.ábra: *Az elektromotoros erők a komplex síkban.*



8.2. ábra: *Szimmetrikus háromfázisú fogyasztó csillagkötésben*

A voltmérőt és az ampermérőket tökéletes műszereknek tekintjük, a belső ellenállásukat nem vesszük figyelembe, a generátorok is ideálisnak tekinthetők. Az izzók ellenállása munkahőmérsékleten $R = 500\ \Omega$. Az E_1 generátor ágában az áram:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1}{R} = \frac{220}{500} = 0,44\ \text{A}, \qquad (I_1 = 0,44\ \text{A})$$

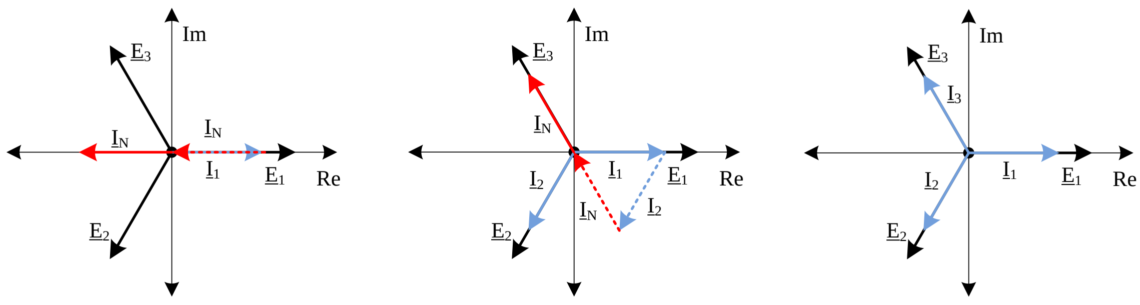
Az áramok a többi ágakban:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2}{R} = \frac{-110 - j190,526}{500} = -0,22 - j0,381\ \text{A}, \qquad (I_2 = 0,44\ \text{A})$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_3}{R} = \frac{-110 + j190,526}{500} = -0,22 + j0,381\ \text{A}, \qquad (I_3 = 0,44\ \text{A})$$

$$\underline{I}_N = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3) = -\left[0,44 + (-0,22 - j0,381) + (-0,22 + j0,381)\right] = 0\,\text{A}.$$

$(I_N = 0\,\text{A})$



8.3. ábra: *Áramdiagrammok a komplex síkban, ha be van kapcsolva az S_1 kapcsoló utána ha bekapcsoljuk az S_2 kapcsolót is, és végül ha mindhárom kapcsoló be van kapcsolva.*

8.3 Aszimmetrikus háromfázisú fogyasztó csillagkötésben:

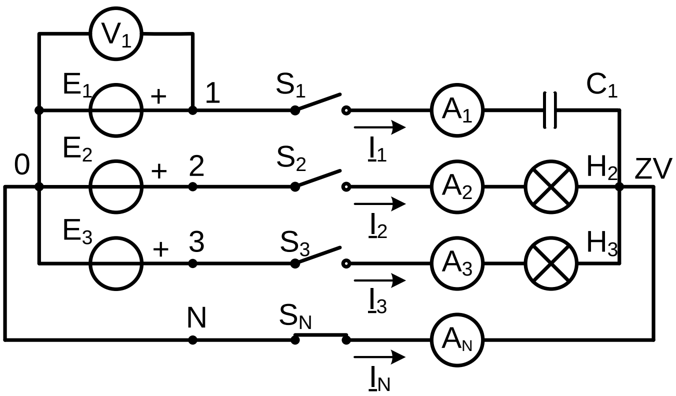
A voltmérő értékmutatása $V_1 = 220$ V. A kondenzátora kapacitása $C_1 = 5{,}305\ \mu$F

Az egyes fázisok az elektromotoros erejének komplex effektív értéke:

$$\underline{E}_1 = 220 \cdot e^{j0} = 220 \cdot \left(\cos 0 - j \sin 0\right) = 220 \text{ V}, \qquad \left(E_1 = 220 \text{ V}\right)$$

$$\underline{E}_2 = 220 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos\frac{2\pi}{3} - j\sin\frac{2\pi}{3}\right) = \left(-110 - j190{,}526\right) \text{ V} \qquad \left(E_2 = 220 \text{ V}\right)$$

$$\underline{E}_3 = 220 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos\frac{4\pi}{3} - j\sin\frac{4\pi}{3}\right) = \left(-110 + j190{,}526\right) \text{ V} \qquad \left(E_3 = 220 \text{ V}\right)$$



8.4.ábra: *Aszimmetrikus háromfázisú fogyasztó csillagkötésben*

A kondenzátor impedanciája:

$$\underline{Z}_\text{C} = \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j2\pi \cdot 50 \cdot 5{,}305 \cdot 10^{-6}} = -j600\ \Omega$$

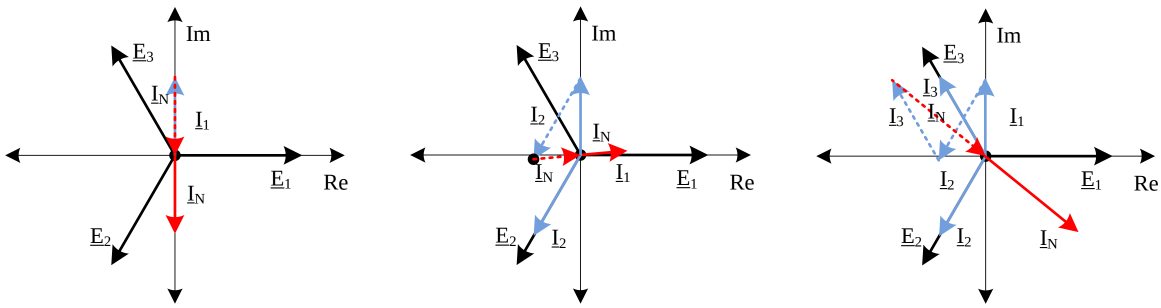
Az ágáramok:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_\text{C}} = \frac{220}{-j600} = j0{,}367 \text{ A}, \qquad \left(I_1 = 0{,}367 \text{ A}\right)$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2}{R} = \frac{-110 - j190{,}526}{500} = -0{,}22 - j0{,}381 \text{ A}, \qquad \left(I_2 = 0{,}44 \text{ A}\right)$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_3}{R} = \frac{-110 + j190{,}526}{500} = -0{,}22 + j0{,}381 \text{ A}, \qquad \left(I_3 = 0{,}44 \text{ A}\right)$$

$$\underline{I}_N = -\left(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3\right) = -\left[j0,367 + \left(-0,22 - j0,381\right) + \left(-0,22 + j0,381\right)\right] = 0,44 - j0,367\,\text{A}$$
$\left(I_N = 0,573\,\text{A}\right)$



8.5. ábra: *Áramdiagrammok a komplex síkban, ha be van kapcsolva az S_1 kapcsoló utána ha bekapcsoljuk az S_2 kapcsolót is, és végül ha mindhárom kapcsoló be van kapcsolva.*

8.4 Aszimmetrikus háromfázisú fogyasztó csillagkötésben megszakított nullvezetékkel:

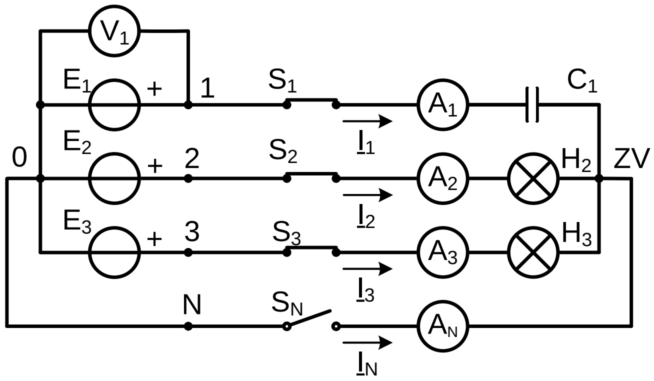
A voltmérő értékmutatása $V_1 = 220$ V. A kondenzátora kapacitása $C_1 = 5,305\ \mu\text{F}$, Az izzók ellenállása munkahőmérsékleten $R_2 = 500\ \Omega$ és $R_3 = 160\ \Omega$.

Az egyes fázisok elektromotoros erejének komplex effektív értéke:

$$\underline{E}_1 = 220 \cdot e^{j0} = 220 \cdot \left(\cos 0 - j \sin 0\right) = 220\ \text{V}, \qquad \left(E_1 = 220\ \text{V}\right)$$

$$\underline{E}_2 = 220 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos\frac{2\pi}{3} - j \sin\frac{2\pi}{3}\right) = \left(-110 - j190,526\right)\ \text{V} \qquad \left(E_2 = 220\ \text{V}\right)$$

$$\underline{E}_3 = 220 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos\frac{4\pi}{3} - j \sin\frac{4\pi}{3}\right) = \left(-110 + j190,526\right)\ \text{V} \qquad \left(E_3 = 220\ \text{V}\right)$$



8.6. ábra: *Aszimmetrikus háromfázisú fogyasztó csillagkötésben megszakított nullvezetékkel.*

A csillagpont potenciálját a csomóponti potenciálok módszerével határozzuk meg:

$$\underline{U}_{\mathrm{ZV0}} = \frac{\dfrac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1}+\dfrac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2}+\dfrac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3}}{\dfrac{1}{\underline{Z}_1}+\dfrac{1}{\underline{Z}_2}+\dfrac{1}{\underline{Z}_3}} = \frac{\dfrac{220}{-j600}+\dfrac{(-110-j190,526)}{500}+\dfrac{(-110+j190,526)}{160}}{\dfrac{1}{-j600}+\dfrac{1}{500}+\dfrac{1}{160}} =$$

$$=(-78,009+j158,354)\ \mathrm{V}$$

$$(U_{\mathrm{ZV0}}=176,513\ \mathrm{V})$$

$$\underline{U}_{\mathrm{1ZV}}=\underline{E}_1-\underline{U}_{\mathrm{ZV0}}=220-(-78,009+j158,354)=(298,009-j158,354)\ \mathrm{V}$$

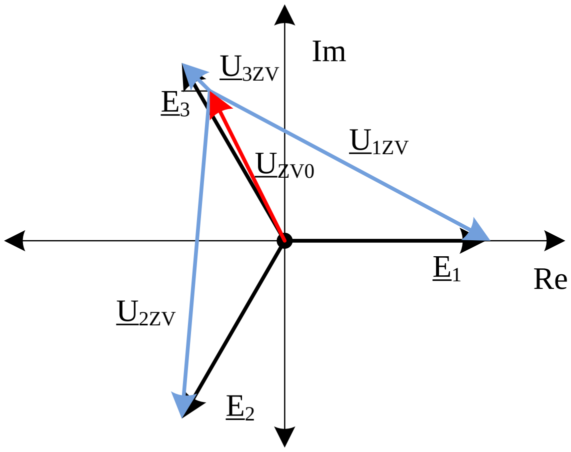
$$(U_{\mathrm{1ZV}}=337,461\ \mathrm{V})$$

$$\underline{U}_{\mathrm{2ZV}}=\underline{E}_2-\underline{U}_{\mathrm{ZV0}}=-110-j190,526-(-78,009+j158,354)=(-31,991-j348,88)\ \mathrm{V}$$

$$(U_{\mathrm{2ZV}}=350,344\ \mathrm{V})$$

$$\underline{U}_{\mathrm{3ZV}}=\underline{E}_3-\underline{U}_{\mathrm{ZV0}}=-110+j190,526-(-78,009+j158,354)=(-31,991+j32,172)\ \mathrm{V}$$

$$(U_{\mathrm{3ZV}}=45,370\ \mathrm{V})$$



8.7. ábra: *Feszültségek a komplex síkban.*

Megjegyzés:

Ha a csillagkötésű aszimmetrikus háromfázisú fogyasztónál megszakad a nullvezeték az jelentős túlfeszültségeket okozhat az egyes fázisok fogyasztóin. Ezért nem teszünk biztosítékot a nullvezetőre.

Az ágáramok:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1ZV}}{\underline{Z}_C} = \frac{298,009 - j158,354}{-j600} = 0,264 + j0,497 \text{ A}, \qquad (I_1 = 0,563 \text{ A})$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{2ZV}}{R_2} = \frac{-31,991 - j348,88}{500} = -0,064 - j0,698 \text{ A}, \qquad (I_2 = 0,701 \text{ A})$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{3ZV}}{R_3} = \frac{-31,991 + j32,172}{160} = -0,200 + j0,201 \text{ A}, \qquad (I_3 = 0,284 \text{ A})$$

8.5 Szimmetrikus háromfázisú fogyasztó háromszögkötésben.

A voltmérő értékmutatása $V_1 = 127 \text{ V}$.

$$\underline{E}_1 = 127 \cdot e^{j0} = 127 \cdot (\cos 0 - j \sin 0) = 127 \text{ V}, \qquad (E_1 = 127 \text{ V})$$

$$\underline{E}_2 = 127 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 127 \cdot \left(\cos\frac{2\pi}{3} - j\sin\frac{2\pi}{3} \right) = (-63,5 - j109,985) \text{ V} \qquad (E_2 = 127 \text{ V})$$

$$\underline{E}_3 = 127 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 127 \cdot \left(\cos\frac{4\pi}{3} - j\sin\frac{4\pi}{3} \right) = (-63,5 + j109,985) \text{ V} \qquad (E_3 = 127 \text{ V})$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 = 127 - (-63,5 - j109.985) = (190,5 + j109.985)\,\text{V}$$

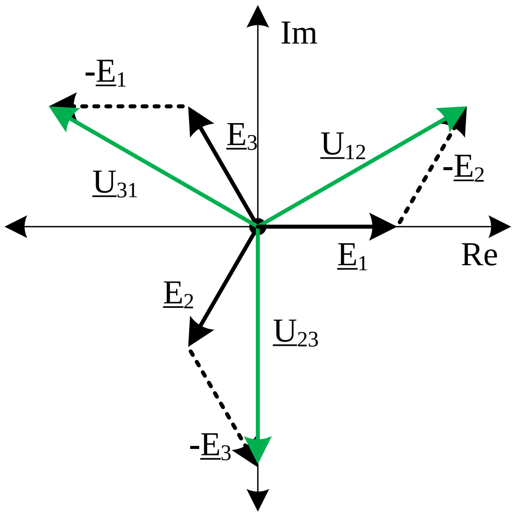
$(U_{12} = 219,970 \text{ V})$

$$\underline{U}_{23} = \underline{E}_2 - \underline{E}_3 = (-63,5 - j109.985) - (-63,5 + j109.985) = (j219.970)\,\text{V}$$

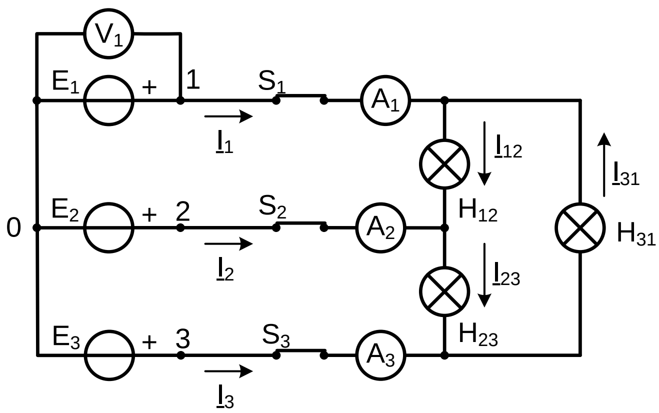
$(U_{23} = 219,970 \text{ V})$

$$\underline{U}_{31} = \underline{E}_3 - \underline{E}_1 = (-63,5 + j109.985) - 127 = (-190,5 + j109.985)\,\text{V}$$

$(U_{31} = 219,970 \text{ V})$



8.8. ábra: *Feszültségek a komplex síkban.*



8.9. Ábra: *Szimmetrikus háromfázisú fogyasztó háromszögkötésben.*

Az ágáramok:

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{R} = \frac{190,5 + j109.985}{500} = 0,381 + j0,220 \text{ A}, \qquad (I_{12} = 0,440 \text{ A})$$

$$\underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{R} = \frac{j219,985}{500} = j0,440 \text{ A}, \qquad (I_{23} = 0,440 \text{ A})$$

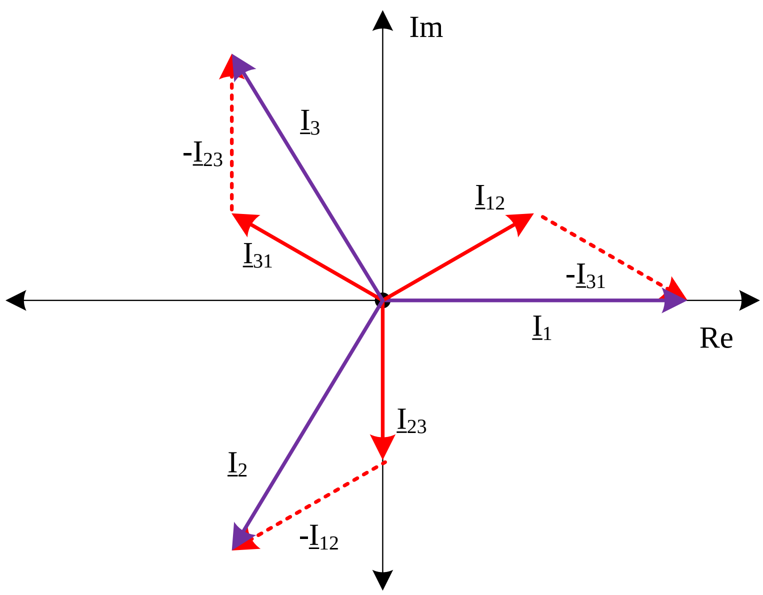
$$\underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{R} = \frac{-190,5 + j109.985}{500} = 0,381 + j0,220 \text{ A}, \qquad (I_{31} = 0,440 \text{ A})$$

A betápláló vezetékek áramai:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = (0,381 + j0,220) - (-0,381 + j0,220) = 0,762 \text{A} \qquad (I_1 = 0,762 \text{ A})$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} = -j0.440 - (0,381 + j0,220) = -0,381 - j0,660 \text{A} \qquad (I_2 = 0,762 \text{ A})$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} = (-0,381 + j0,220) - j0,440 = (-0,381 + j0,660) \text{A} \qquad (I_3 = 0,762 \text{ A})$$



8.10. ábra: *Szimmetrikus háromszögkötésű fogyasztó áramai.*

8.6 Aszimmetrikus háromszögkötésű fogyasztó.

A voltmérő értékmutatása $V_1 = 127 \text{ V}$.

A generátor elektromotoros erőinek komplex effektív értéke:

$$\underline{E}_1 = 127 \cdot e^{j0} = 127 \cdot \left(\cos 0 - j \sin 0\right) = 127 \text{ V}, \qquad \left(E_1 = 127 \text{ V}\right)$$

$$\underline{E}_2 = 127 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 127 \cdot \left(\cos\frac{2\pi}{3} - j\sin\frac{2\pi}{3}\right) = \left(-63{,}5 - j109{,}985\right) \text{ V} \qquad \left(E_2 = 127 \text{ V}\right)$$

$$\underline{E}_3 = 127 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 127 \cdot \left(\cos\frac{4\pi}{3} - j\sin\frac{4\pi}{3}\right) = \left(-63{,}5 + j109{,}985\right) \text{ V} \qquad \left(E_3 = 127 \text{ V}\right)$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 = 127 - \left(-63{,}5 - j109.985\right) = \left(190{,}5 + j109.985\right) \text{V}$$

$\left(U_{12} = 219{,}970 \text{ V}\right)$

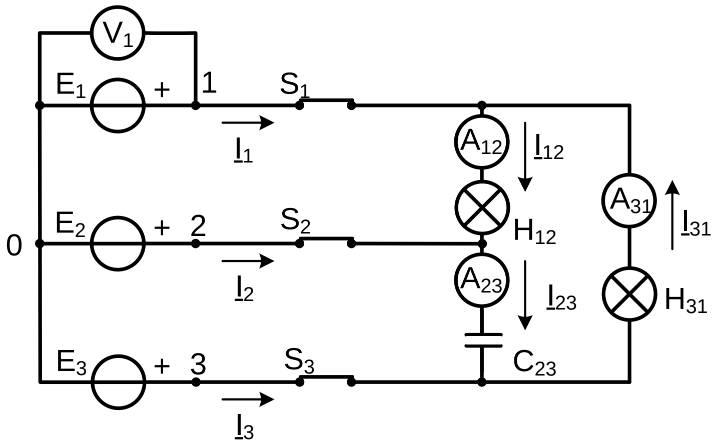
$$\underline{U}_{23} = \underline{E}_2 - \underline{E}_3 = \left(-63{,}5 - j109.985\right) - \left(-63{,}5 + j109.985\right) = \left(-j219.970\right) \text{V}$$

$\left(U_{23} = 219{,}970 \text{ V}\right)$

$$\underline{U}_{31} = \underline{E}_3 - \underline{E}_1 = \left(-63{,}5 + j109.985\right) - 127 = \left(-190{,}5 + j109.985\right) \text{V}$$

$\left(U_{31} = 219{,}970 \text{ V}\right)$

$$\underline{Z}_{\text{C}} = \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j2\pi \cdot 50 \cdot 5{,}305 \cdot 10^{-6}} = -j600\ \Omega$$



8.11. ábra: *Aszimmetrikus fogyasztó háromszögkötésben.*

Az ágáramok:

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{R} = \frac{190{,}5 + j109.985}{500} = 0{,}381 + j0{,}220 \text{ A}, \qquad \left(I_{12} = 0{,}440 \text{ A}\right)$$

$$\underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{\text{C}}} = \frac{-j219{,}985}{-j600} = 0{,}367 \text{ A}, \qquad \left(I_{23} = 0{,}367 \text{ A}\right)$$

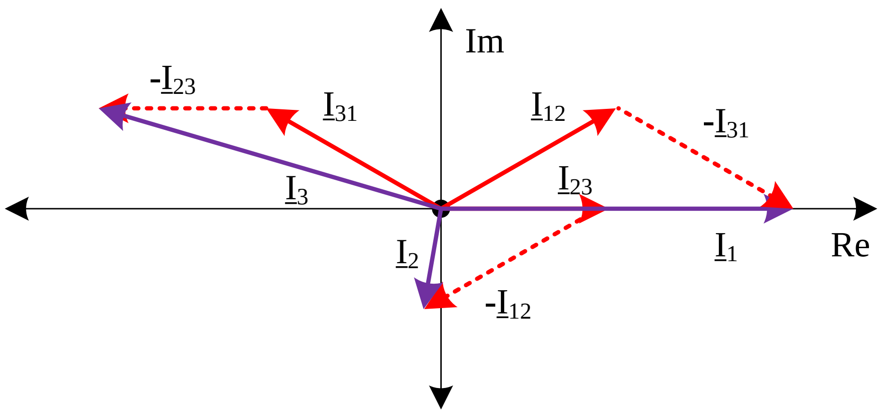
$$\underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{R} = \frac{-190{,}5 + j109.985}{500} = -0{,}381 + j0{,}220 \text{ A}, \qquad \left(I_{31} = 0{,}440 \text{ A}\right)$$

A betápláló vezetékek áramai:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = (0,381 + j0,220) - (-0,381 + j0,220) = 0,762\,\mathrm{A} \qquad (I_1 = 0,762\ \mathrm{A})$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} = 0.367 - (0,381 + j0,220) = -0,014 - j0,220\,\mathrm{A} \qquad (I_2 = 0,220\ \mathrm{A})$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} = (-0,381 + j0,220) - (0,367) = (-0,748 + j0,220)\,\mathrm{A}\ (I_3 = 0,780\ \mathrm{A})$$



8.12. ábra: *Aszimmetrikus háromszögkötésű fogyasztó áramai.*

9. gyakorlat:

9. Teljesítménymérés négyvezetékes aszimmetrikus háromfázisú rendszerben

A nemszimmetrikus többfázisú körök teljesítménye

A nemszimmetrikus többfázisú kör pillanatnyi teljesítménye egyenlő az egyes fázisok pillanatnyi teljesítményének összegével.

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t) + ... + p_n(t) = u_1(t)i_1(t) + u_2(t)i_2(t) + ... + u_n(t)i_n(t)$$

Ebből következik hogy a közép- vagy aktív teljesítmény egyenlő az egyes fázisok aktív teljesítményének összegével.

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n = \sum_{k=1}^{n} U_k I_k \cos\phi_k$$

Ugyanez a szabály érvényes a meddő teljesítményre is.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + ... + Q_n = \sum_{k=1}^{n} U_k I_k \sin\phi_k$$

Mivel a hatásos (aktív-) és a meddő (reaktív-) teljesítmény is a látszólagos teljesítmény fázorának vetületei, így a látszólagos teljesítmény fázorának vetülete egyenlő az egyes fázisok látszólagos teljesíményfázor vetületeinek összegével. Magára a látszólagos teljesítményre ez nem mondható el, mivel az egyes fázisokra vonatkozó fázorok nem kolineárisak mint a szimmetrikus rendszerek esetén. A látszólagos teljesítmény a következőképpen definiált:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{n} U_k I_k \cos\phi_k\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n} U_k I_k \sin\phi_k\right)^2}$$

A teljesítménytényező a hatásos és a meddő teljesítmény hányadosaként definiált

$$k = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \cos\beta$$

és egyenlő azon szög koszinuszával amit a látszólagos teljesítmény fázora zár be a fázistengellyel. Ezen szög mérőszáma nem képez semmilyen szöget a feszültség és az áram között.

A csillagba kötött aszimmetrikus fogyasztó első fázisában ohmos, a másodikban induktív a harmadikban pedig kapacitív fogyasztó található. Ideális műszerekkel lemértük az egyes fogyasztók kapocsfeszültségét, a rajtuk keresztülfolyó áramot és mindhárom elem hatásos (aktív) teljesítményét. E nagyságok mellett mérjük a nullvezető áramát is. A következő értékeket kaptuk:

$U_1 = 220\text{ V}$, $U_2 = 220\text{ V}$, $U_3 = 220\text{ V}$.

$I_1 = 4,5\text{ A}$, $I_2 = 2,9\text{ A}$, $I_3 = 1,8\text{ A}$, $I_N = 0,535\text{ A}$.

$P_1 = 990\text{ W}$, $P_2 = 45\text{ W}$, $P_3 = 20\text{ W}$.

Határozza meg az egyes fázisok impedanciáját, valamint az egész fogyasztó látszólagos, hatásos és meddő teljesítményét!

A látszólagos teljesítmények:

$$S_1 = U_1 I_1 = 220 \cdot 4,5 = 990\text{ VA}$$

$$S_2 = U_2 I_2 = 220 \cdot 2,9 = 638\text{ VA}$$

$$S_3 = U_3 I_3 = 220 \cdot 1,8 = 396\text{ VA}$$

A meddő teljesítmények:

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{990^2 - 990^2} = 0\text{ VAr}$$

$$Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = \sqrt{638^2 - 45^2} = 636,411\text{ VAr}$$

$$Q_3 = \sqrt{S_3^2 - P_3^2} = \sqrt{396^2 - 20^2} = -395,495\text{ VAr} \text{ (kapacitív fogyasztó)}$$

A látszólagos komplex teljesítmények:

$$\underline{S}_1 = P_1 + jQ_1 = (990 + j0)\text{ VA}$$

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 = (45 + j636,411)\text{ VA}$$

$$\underline{S}_3 = P_3 + jQ_3 = (20 - j395,495)\text{ VA} \quad \text{(kapacitív fogyasztó)}$$

Az egyes elemek impedanciája:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{S}_1}{I_1^2} = \frac{990}{4,5^2} = 48,889\ \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{S}_2}{I_2^2} = \frac{45 + j636,411}{2,9^2} = (5,351 + j75,673)\ \Omega$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{S}_3}{I_3^2} = \frac{20 - j395,495}{1,8^2} = (6,173 - j122,066)\ \Omega$$

Az egész (háromfázisú) fogyasztó hatásos teljesítménye?

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 990 + 45 + 20 = 1055\text{ W}$$

Az egész (háromfázisú) fogyasztó meddő teljesítménye:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 + 636,411 - 395,495 = 240,916\text{ VAr}$$

Az egész (háromfázisú) fogyasztó látszólagos teljesítménye:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1055^2 + 240,916^2} = 1082,158\text{ VA}$$

A betáplálás fázisfeszültségei:

$$\underline{U}_1 = 220 \cdot e^{j0} = 220 \cdot (\cos 0 - j \sin 0) = 220 \text{ V}, \qquad (U_1 = 220 \text{ V})$$

$$\underline{U}_2 = 220 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = (-110 - j190,526) \text{ V} \qquad (U_2 = 220 \text{ V})$$

$$\underline{U}_3 = 220 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 220 \cdot \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = (-110 + j190,526) \text{ V} \qquad (U_3 = 220 \text{ V})$$

Az egyes elemek árama:

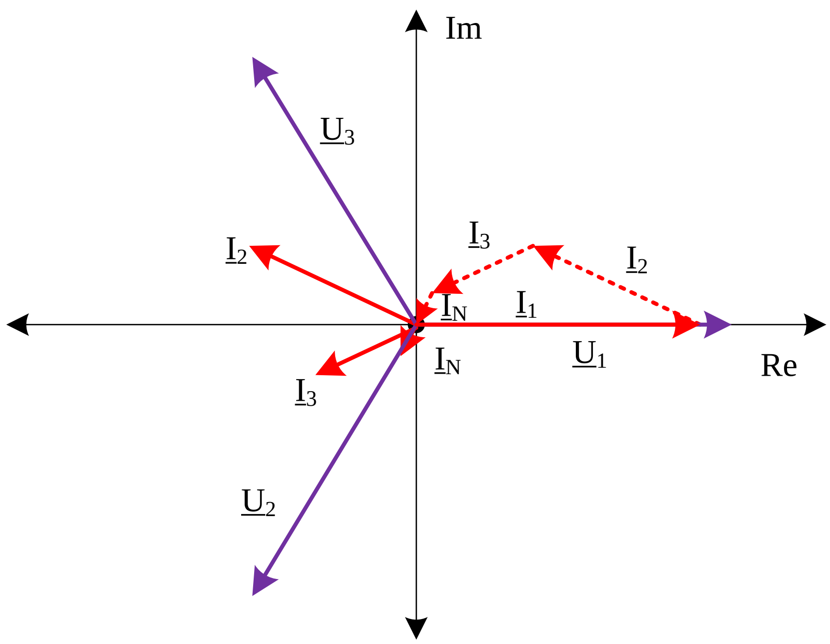
$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{220}{48,889} = 4,5 \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{-110 - j190,526}{5,351 + j75,673} = (-2,608 + j1,269) \text{ A} \qquad (I_2 = 2,9 \text{ A})$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{-110 + j190,526}{6,173 - j122,066} = (-1,602 - j0,820) \text{ A} \qquad (I_3 = 1,8 \text{ A})$$

$$\underline{I}_N = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3) = -(4,5 - 2,608 + j1,269 - 1,602 - j0,820) = (-0,29 - j0,449) \text{ A}$$

$$(I_N = 0,535 \text{ A})$$



9.1. ábra: *Az áramok és feszültségek ábrázolása a komplex síkban*

10. gyakorlat:

Hatásos teljesítmény mérése kétwattmérős módszerrel (Aron-kapcsolás)

A háromfázisú rendszer teljesítményének pillanatértéke (P_{mom}) meghatározható az egyes fázisok pillanatnyi teljesítményének összegeként.

$$P_{mom} = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3$$

A nullvezető nélküli háromfázisú rendszerben a fázisáramok összege minden pillanatban nulla kell hogy legyen!

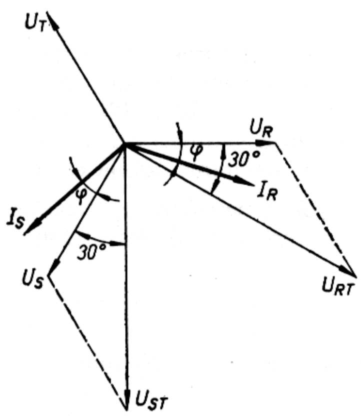
$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$-i_3 = i_1 + i_2$$

$$P_{mom} = e_1 i_1 + e_2 i_2 - e_3 (i_1 + i_2)$$

$$P_{mom} = i_1 (e_1 - e_3) + i_2 (e_2 - e_3)$$

$$P = P_1 + P_2$$



9.35. ábra: Az Aron-kapcsolás vektordiagrammja hatásos teljesítményméréskor

$$P_1 = I_R U_{RT} \cos(30^\circ - \varphi)$$

$$P_2 = I_S U_{ST} \cos(30^\circ + \varphi)$$

$$\cos(30^\circ - \varphi) = \cos 30^\circ \cos\varphi + \sin 30^\circ \sin\varphi$$

$$\cos(30^\circ + \varphi) = \cos 30^\circ \cos\varphi - \sin 30^\circ \sin\varphi$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = 0{,}5$$

$$P_1 + P_2 = \sqrt{3} UI \cos\varphi$$

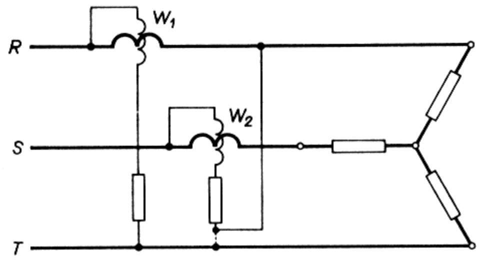
$$P_1 - P_2 = UI \sin\varphi$$

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} = \frac{UI \sin\varphi}{\sqrt{3} UI \cos\varphi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg}\varphi$$

jelöljük: $\xi = \dfrac{P_2}{P_1}$

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + 3\left(\dfrac{1-\xi}{1+\xi}\right)^2}}$$

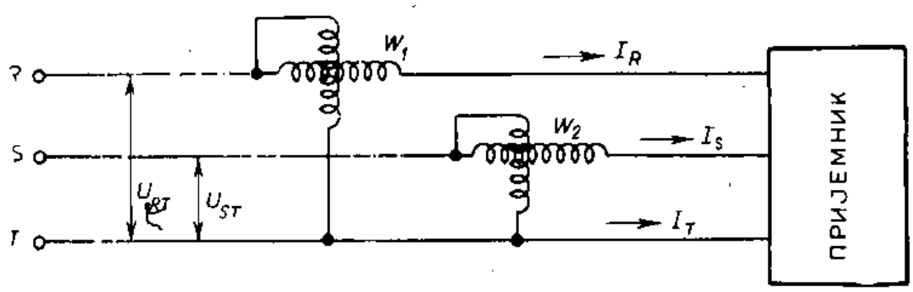
A wattmérők értékmutatását össze kell adni vagy kivonni, a teljesítménytényezőtől függően. Ha még közelítőleg sem ismerjük a teljesítménytényező értékét nem kizárt a tévedés. Oda kell figyelni a szabályos bekötésre, azaz figyelni kell a fázisok időbeli sorrendjére és arra melyek a bemenőcsatlakozások a wattméter áram és feszültségtekercsén.



9.38. ábra: A wattmérők Aron-kapcsolásakor a bekötés helyességének ellenőrzése

A bekötés helyességét a következőképpen ellenőrizhetjük: A W_1 és W_2 wattmétereket úgy kötjük be hogy pozitív kitérésük legyen. Az egyik kitérése kisebb lesz. Legyen az a W_2 wattméter. Ennek a wattméternek a feszültségtekercsét leválasztjuk arról a fázisról amelyre nem kötöttünk áramtekercset, és arra a fázisra kötjük ahol a másik wattméter áramtekercse van. Amennyiben a kitérése most is pozitív, a wattméter helyesen volt bekötve és az értékét hozzá kell adni a másik wattméter értékéhez, ha most negatív a kitérés akkor ki kell vonni.

6.6 ***Bizonyítsa be hogy szimmetrikus, ohmos fogyasztó esetén (mikor φ =0) az Aron-kapcsolás (221 ábra) mindkét wattmérője a rendszer által leadott összteljesítmény P_u felét mutatja.***

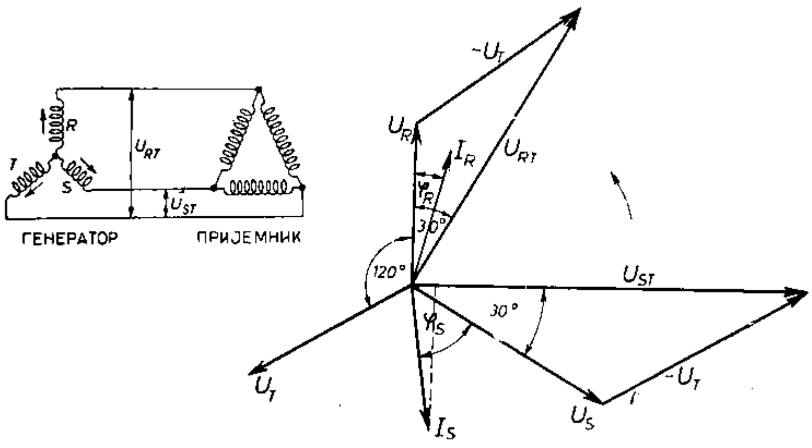


Сл. 221

- Válasz:

A 222. ábra szerint a W_1 wattmérő a következő teljesítményt méri:

$$P_1 = U_{RT} \cdot I_R \cos(30° - \varphi) = \frac{\sqrt{3}}{2} U_{RT} \cdot I_R = \frac{3}{2} U_R \cdot I_R = \frac{1}{2} P_u$$



Сл. 222

A fentihez hasonlóan a W_2 wattmérő pedig a következő teljesítményt méri:

$$P_2 = U_{ST} \cdot I_s \cos(30° + \varphi) = \frac{\sqrt{3}}{2} U_{ST} \cdot I_S = \frac{3}{2} U_S \cdot I_S = \frac{1}{2} P_u$$

6.7 ***A háromfázisú rendszer terhelése aszimmetrikus. Az Aron-kapcsolás szerint két wattmérő szükséges (221 ábra). Az egyik* 450 W *mutat a másik pedig* 900 W. *Mekkora a rendszer teljesítménye?***

Válasz:

$$P_u = P_1 + P_2 = 450 + 900 = 1350\,W$$

6.8 ***Háromfázisú aszimmetrikus fogyasztó esetén*** **I_T= I_S=10 A, I_R=14,14 A *és* φ_R= φ_T= 30°, *valamint* φ_S= 60°, *számítsa ki az egyes wattmérők értékmutatását valamint a rendszer összteljesítményét ha a hálózat feszültsége* 220/380 V.**

Válasz:

A 221 és a 222 ábrákat szem előtt tartva a műszerek a következő teljesítményeket mérik:

a W_1 wattmérő által mért teljesítmény:

$$P_1 = U_{RT} \cdot I_R \cos(30° - \varphi_R) = U_{RT} \cdot I_R \cos(30° - 30°) = 380 \cdot 14{,}14 \cdot \cos 0 = 5373{,}2\,W$$

a W_2 wattmérő által mért teljesítmény:

$$P_2 = U_{ST} \cdot I_s \cos(30° + \varphi_s) = U_{ST} \cdot I_s \cos(30° + 60°) = 380 \cdot 10 \cdot \cos 90° = 0$$

Az összteljesítmény:

$$P_u = P_1 + P_2 = 5373{,}2 + 0 = 5373{,}2\,W$$

6.9 ***A szimmetrikus háromfázisú fogyasztó teljesítményét két Aron-kapcsolás szerint bekötött wattmérővel mérjük. A tápfeszültség* 220/380 V, *a wattmérők értékmutatása* P_1=803 W, *és* P_2=1893 W. *Határozza meg az áramerősségeket ha a teljesítménytényező cosφ* = 0,819*!***

Válasz:

$$\varphi = \arccos(0{,}819) = \pm 35°$$
$$\varphi = -35°$$

a W_1 wattmérő által mért teljesítmény:

$$P_1 = U_{RT} \cdot I_R \cos(30° - \varphi) \Rightarrow I_R = \frac{P_1}{U_{RT} \cdot \cos(30° - \varphi)} = \frac{800}{380 \cdot \cos(65°)} = 5\ A$$

a W_2 wattmérő által mért teljesítmény:

$$P_2 = U_{ST} \cdot I_s \cos(30° + \varphi_s) \Rightarrow I_s = \frac{P_2}{U_{ST} \cdot \cos(30° - 35°)} = \frac{1893}{380 \cdot \cos(-5°)} = 5\ A$$

6.10 ***Aron-kapcsolás szerinti teljesítménymérésnél a II wattmérő ellentétes irányba tér ki és az értékmutatása P_2=250 W, mig a másik wattmérő helyes irányba tér ki és az értékmutatása P_1=3000 W. Mekkora a fogyasztó teljesítménye?***

Válasz:

$$P = P_1 - P_2 = 3000 - 250 = 2750\,W$$

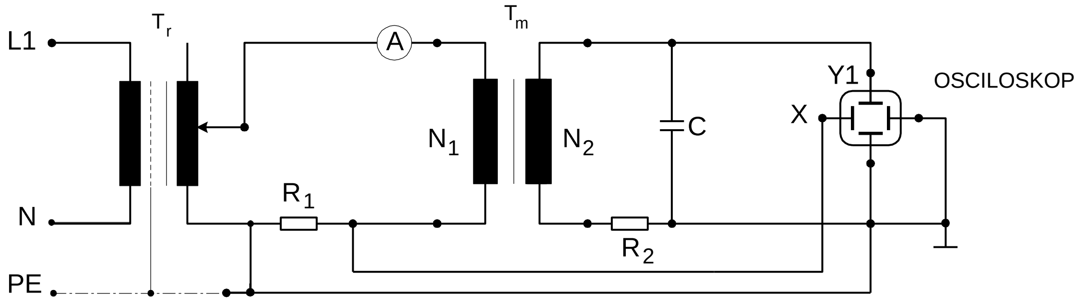
12. gyakorlat:

A DINAMIKUS HISZTERÉZIS CIKLUS VIZSGÁLATA OSZCILLOSZKÓPPAL

Egy ferromágneses minta dinamikus hiszterézis ciklusának vizsgálata oszcilloszkóppal.

Rövid elméleti bevezető

A hiszterézis görbe felvételezése végezhető egyenárammal vagy váltóárammal. Az egyenárammal felvételezett hiszterézis görbét statikus hiszterézis görbének nevezzük és az keskenyebb, míg a váltóárammal felvett hiszterézis görbét dinamikus hiszterézis görbének nevezzük és az szélesebb. Oszcilloszkóppal a dinamikus hiszterézis görbe felvehető egy viszonylag egyszerű kapcsolás segítségével, mely a 12.1. ábrán látható.



12.1.ábra: Ferromágneses minta dinamikus hiszterézis görbéjének felvételezése oszcilloszkóppal

Az egy ferromágneses anyag köré tekercselt, $\boldsymbol{N}_1$ menetből álló primér tekercs, az $\boldsymbol{R}_1$ ellenálláson keresztül váltakozó feszültségű áramforrásra van kapcsolva. Az $\boldsymbol{N}_2$ menetből álló szekundér tekercsre az $\boldsymbol{R}_2$ ellenállás és a $\boldsymbol{C}$ kondenzátor soros kötését kapcsoljuk. Az $\boldsymbol{R}_1$ ellenálláson létrejövő $\boldsymbol{U}_{R1}$ feszültségesést a vizszintes kitérítés erősítőjére vezetjük. Az elektronsugár kitérése az $\boldsymbol{x}$ tengely irányába arányos lesz az $\boldsymbol{i}_1$ mágnesezési árammal, mert:

$$U_{R1} = i_1 R_1$$

A tórusz alakú mintában a mágneses térerősség értéke arányos az $\boldsymbol{i}_1$ mágnesezési árammal mert:

$$H = \frac{N_1 i_1}{l}$$

ahol $\boldsymbol{l}$ a minta hossza. Tórusz alakú minta esetén:

$$l = l_{sr} = 2\pi \cdot r_s,$$

ahol $\boldsymbol{r}_s$ a torusz $\boldsymbol{r}_v$ külső és $\boldsymbol{r}_u$ belső sugarának középértéke, azaz:

$$r_{sr} = \frac{r_u + r_v}{2}$$

Így az elektronsugár vízszintes kitérése arányos a mintában létrejövő $\boldsymbol{H}$ mágneses térerősséggel:

$$U_{R1} = \frac{R_1 \cdot l}{N_1} \cdot H$$

A $\boldsymbol{C}$ kondenzátoron lévő feszültségesést az oszcilloszkóp függőleges erősítőjére vezetjük. Ügyeljünk rá hogy:

$$R_2 >> \frac{1}{\omega C},$$

így a szekundér körben a következő áram folyik:

$$i_2 \approx \frac{e_2}{R_2}.$$

A mintánál, melynek elektromos keresztmetszete $\boldsymbol{S}$, a szekundér tekercsben a következő elektromotoros erő indukálódik:

$$e_2 = -N_2 \cdot S \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}.$$

A szekundér kör árama:

$$i_2 = \frac{N_2 \cdot S}{R} \cdot \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

A ***C*** kondenzátor kapcsain lévő feszültség:

$$U_C = \frac{1}{C}\int i_2 \cdot \mathrm{d}t$$

A ***C*** kondenzátor kapocsfeszültsége, ezzel az elektronsugár kitérése a ***y*** tengely irányába arányos a mintában lévő ***B*** indukcióval:

$$U_C = -\frac{N_2 S}{R_2 C} \cdot B$$

Feladat

A ferromágneses minta dinamikus hiszterézis görbéjének felvételezése oszcilloszkóppal

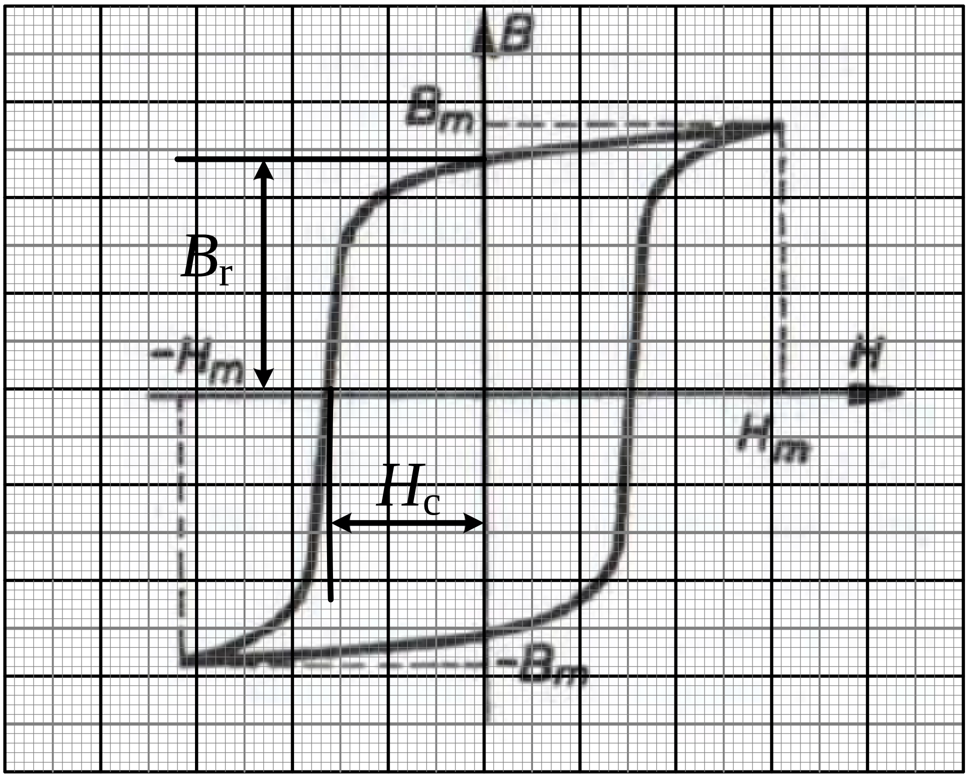
Ahhoz hogy a 12.1. ábrán látható kapcsolás megfelelően működjön, állítsa az egyes elemek értékeit és a felhasznált műszerek beállítását a 12.1. táblázat szerint:

R_1 [Ω]	R_2 [kΩ]	C [μF]	K_x [V/DIV]	K_y [V/DIV]	N_1 [zav]	N_2 [zav]	S [cm^2]	L [cm]
1	5	10	0.8	0.3	300	50	8.75	62.8

12.1.táblázat: Az egyes elemek értékei és a felhasznált műszerek beállítása

A regulációs transzformátorral növelje a feszültséget míg az ampermérő 1 A mutat.

A 12.2.ábrára rajzolja fel a hiszterézisgörbét, amit az oszcilloszkóp képernyőjén lát, mérje le a $\boldsymbol{H}_c$ koercitiv térnek megfelelő távolságot ([DIV]-mértékegységben) az ***x*** tengelyen és a $\boldsymbol{B}_r$ remanens indukciót az ***y*** tengelyen. A mérési eredményeket írja be a 12.2. táblázatba.



12.2.ábra: Azon anyag dinamikus hiszterézisgörbéje amelyből a T_m transzformátor magja készült.

Számítsa ki a $\boldsymbol{B}_\mathrm{r}$ remanens indukciót és a $\boldsymbol{H}_\mathrm{c}$ koercitiv tér értékét a következő képletek alkalmazásával:

$$B_\mathrm{r} = \frac{R_2 \cdot C \cdot K_y \cdot y}{N_2 \cdot S}$$

$$H_\mathrm{c} = \frac{N_1 \cdot K_x \cdot x}{R_1 \cdot l}$$

Az eredményeket írja be a *12.2.táblázatba.*

x [DIV]	y [DIV]	B_r [T]	H_c [A/m]

12.2.táblázat: A $\boldsymbol{B}_\mathrm{r}$ remanens indukció és a $\boldsymbol{H}_\mathrm{c}$ koercitiv tér értékeinek mérési eredményei

Megoldás:

A mérési eredmények:

x = 2,4 [DIV]

y = 1,6 [DIV]

Számítás:

$$B_\mathrm{r} = \frac{R_2 \cdot C \cdot K_y \cdot y}{N_2 \cdot S} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 0,3 \cdot 1,6}{50 \cdot 8,75 \cdot 10^{-4}} = 0,5486 \ \mathrm{T}$$

$$H_\mathrm{c} = \frac{N_1 \cdot K_x \cdot x}{R_1 \cdot l} = \frac{300 \cdot 0,8 \cdot 2,4}{1 \cdot 0,628} = 847,059 \ \mathrm{A/m}$$

x [DIV]	y [DIV]	B_r [T]	H_c [A/m]
2,4	1,6	0,5486	847,059

12.2.táblázat: A $\boldsymbol{B}_\mathrm{r}$ remanens indukció és a $\mathbf{H}_\mathrm{c}$ koercitiv tér értékeinek mérési és számított eredményei