Szabadkai Műszaki Szakfőiskola

Mintafeladatok a villamos mérések laboratóriumi gyakorlatai első ciklusához

Összeállította:

Nagy Károly és Šarčević Péter

Szabadka 2018.

3. gyakorlat:

Az egész sokaságból n = 31 mérést végeztek. A mért értékek (N/mm^2-ben): 470, 481, 483, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 493, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 512, 514, 516, 519, 529, 530.

a) Mutassuk ki, hogy az adatok alapján a szakítószilárdság eloszlása *jól közelíthető normál eloszlással* (szerkesszük meg a tapasztalati sűrűségfüggvényt)!

b) Becsüljük meg az *egész sokaság várható értékét* (az $\bar{x}$ mintaátlaggal), *az egész sokaság szórását* (az s korrigált tapasztalati szórással) és az esetleges durva hibákat!

Megoldás:

a) Az osztályok száma:

$$k \approx \sqrt{n} = \sqrt{31} = 5.568 \approx 6$$

Az osztályok szélessége:

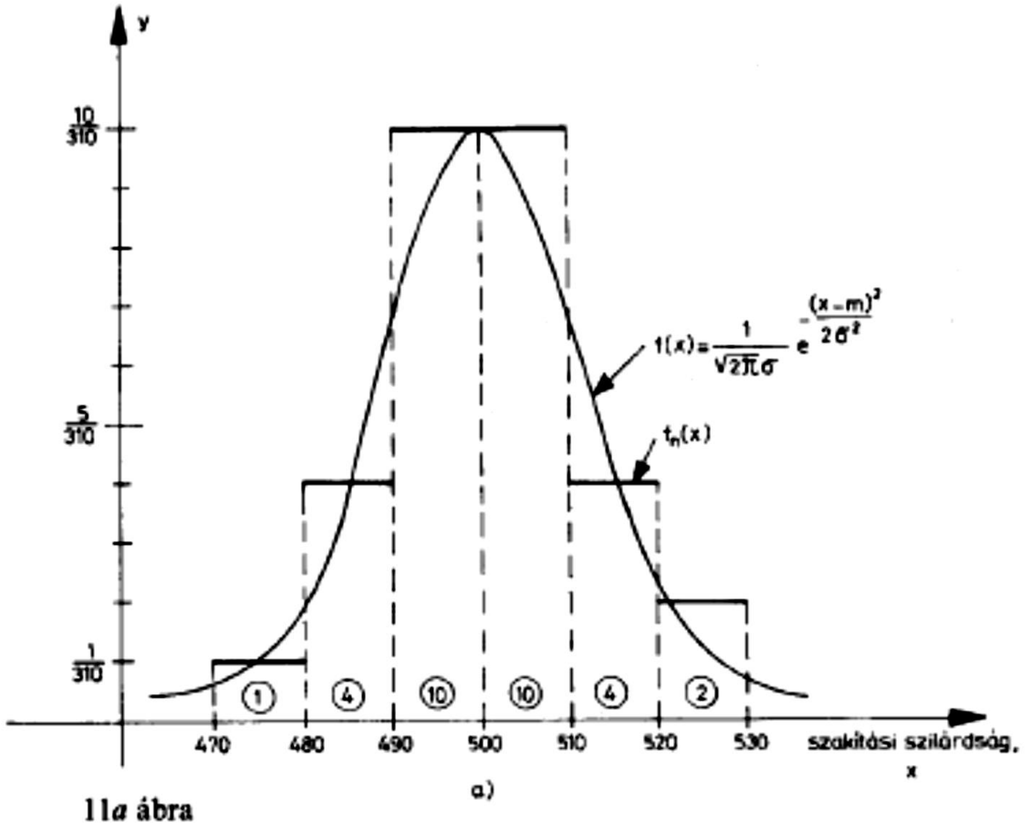
$x_{i\min}$ - a legkisebb mért érték,

$x_{i\max}$ - a legnagyobb mért érték,

$$d = \frac{x_{i\max} - x_{i\min}}{k} = \frac{530 - 470}{6} = 10$$

	Osztályhatárok N/mm^2	Gyakoriság	Relatív gyakoriság
1	470-480	1	1/31=0,0323
2	480-490	4	4/31=0,1290
3	490-500	10	10/31=0,3226
4	500-510	10	10/31=0,3226
5	510-520	4	4/31=0,1290
6	520-530	2	2/31=0,0645
	Σ	31	1,00

A tapasztalati sűrűségfüggvény (hisztogram) majdnem szimmetrikus, jól közelíthető haranggörbével. *A szakítási szilárdság eloszlása jól közelíthető normál eloszlással* (11*a* ábra).



11*a* ábra

b) A mérési értékek összege osztva a mérések számával adja a *mintaátlagot* (az *m* várható érték becslését):

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$\left(x_i - \bar{x}\right)^2$
1	470	-30.6452	939.1259
2	481	-19.6452	385.9324
3	483	-17.6452	311.3517
4	488	-12.6452	159.9001
5	489	-11.6452	135.6098
6	490	-10.6452	113.3195
7	491	-9.64516	93.02914
8	492	-8.64516	74.73881
9	493	-7.64516	58.44849
10	493	-7.64516	58.44849
11	495	-5.64516	31.86785
12	496	-4.64516	21.57752
13	497	-3.64516	13.2872
14	498	-2.64516	6.996878
15	499	-1.64516	2.706556
16	500	-0.64516	0.416233
17	501	0.354839	0.125911
18	502	1.354839	1.835588
19	503	2.354839	5.545265
20	504	3.354839	11.25494
21	505	4.354839	18.96462
22	506	5.354839	28.6743
23	507	6.354839	40.38398
24	508	7.354839	54.09365
25	509	8.354839	69.80333
26	512	11.35484	128.9324
27	514	13.35484	178.3517
28	516	15.35484	235.7711
29	519	18.35484	336.9001
30	529	28.35484	803.9969
31	530	29.35484	861.7066
Σ	15520	0	5183.097

$$m \approx \overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{470+481+\ldots+530}{31} = 500,645$$

Az egész sokaság szórására jó becslés *a korrigált tapasztalati szórás*:

$$\sigma \approx s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}{n-1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\left(470-500,645\right)^2+\ldots+\left(530-500,645\right)^2}{30}} = 13,144$$

Feltűnő, hogy a szórás milyen kicsi az átlaghoz képest:

$$\frac{s}{\overline{x}} = \frac{13,144}{500,645} = 0,026$$

a 2,6%-os *relatív szórás azt mutatja, hogy a szakítási szilárdság értékei kevéssé szóródnak a várható érték körül.*

A durva hibák határai:

$$\overline{x} - 3\sigma \le x \le \overline{x} + 3\sigma$$

$$500,645 - 3\cdot 13,144 \le x \le 500,645 + 3\cdot 13,144$$

$$461,213 \le x \le 540,077$$

Az összes mérés a durva hibák határain belül van, tehát úgy tekintjük hogy a mérési eredmények között nincs durva hiba.

4. gyakorlat:

Egy voltmérő hitelesítésekor a 0 – 100 V mérési tartományon a következő mérési eredményeket kaptuk:

U_x -A hitelesített műszer értékmutatása

$\uparrow U_e$ -Az etalon műszer mutatása a feszültség emelésekor,

$\downarrow U_e$ -Az etalon műszer mutatása a feszültség csökkentésekor.

U_x	$\uparrow U_e$	$\downarrow U_e$
V	V	V
10	10.8	10.4
20	20.9	20.9
30	31	31
40	40.9	41
50	51.1	50.8
60	61.2	60.9
70	71.4	70.9
80	81.3	81.2
90	92	91.4
100	101.6	101.4

Az elvégzett mérések alapján számítsuk ki a következő nagyságok értékeit:

$\overline{U_e}$ -az etalonműszeren lemért feszültség középértéke azonos U_x esetén,

G_a -az abszolút hiba,

k_r, -a korrekció értéke,

$G_{r(\%)}$ -a százalékos relatív hiba és

$G_{SV(\%)}$. -a százalékos vonatkoztatott hiba

A linearitási hibát és a hiszterézis hibát.

Az $\overline{U_e}$ oszlop elemeinek értékét az $\uparrow U_e$ és $\downarrow U_e$ oszlopok megfelelő elemeinek aritmetikai középértéke gyanánt kapjuk meg

$$\overline{U_e} = \frac{\uparrow U_e + \downarrow U_e}{2}$$

A G_a abszolút hibát minden mérési pontban a következő képlettel számítjuk:

$$G_a = U_x - \overline{U_e}$$

A vizsgált pontokra a korrekció:

$$k_r = -G_a$$

A százalékos relatív hiba $G_{r(\%)}$ és a mérőeszköz százalékos vonatkoztatott hibája $G_{SV(\%)}$ ezen méréseknél a következőképpen számítandó:

$$G_{r(\%)} = \frac{U_x - \overline{U_e}}{U_x} \cdot 100 \quad \text{és} \quad G_{SV(\%)} = \frac{U_x - \overline{U_e}}{U_{x\max}} \cdot 100$$

U_x	$\uparrow U_e$	$\downarrow U_e$		$\overline{U_e}$	G_a	$G_{r(\%)}$	k_r	$G_{SV(\%)}$
V	V	V		V	V	%	V	%
10	10.8	10.4		10.6	-0.6	-5.66038	0.6	-0.59113
20	20.9	20.9		20.9	-0.9	-4.30622	0.9	-0.8867
30	31	31		31	-1	-3.22581	1	-0.98522
40	40.9	41		40.95	-0.95	-2.3199	0.95	-0.93596
50	51.1	50.8		50.95	-0.95	-1.86457	0.95	-0.93596
60	61.2	60.9		61.05	-1.05	-1.7199	1.05	-1.03448
70	71.4	70.9		71.15	-1.15	-1.6163	1.15	-1.133
80	81.3	81.2		81.25	-1.25	-1.53846	1.25	-1.23153
90	92	91.4		91.7	-1.7	-1.85387	1.7	-1.67488
100	101.6	101.4		101.5	-1.5	-1.47783	1.5	-1.47783

Linearitás

$$G_{L(\%)} = \frac{\left|U_x - U\right|_{\max}}{U_{x\max}} \cdot 100 = \frac{\max\left|\left\{y_i - \left(ax_i + b\right)\right\}\right|}{y_{\max}} \cdot 100$$

Az optimális egyenes számításához szükséges képletek:

$$a = \frac{n \cdot \sum\left(x_i \cdot y_i\right) - \sum\left(x_i\right) \cdot \sum\left(y_i\right)}{n \cdot \sum\left(x_i^2\right) - \left[\sum\left(x_i\right)\right]^2}$$

$$b = \frac{\sum(y_i)\cdot\sum(x_i^2) - \sum(x_i)\cdot\sum(x_i y_i)}{n\cdot\sum(x_i^2) - \left[\sum(x_i)\right]^2}$$

A hitelesítési pontokon az optimális egyenesnek megfelelő értékek: $y = ax_i + b$

x_i -A hitelesítendő műszeren beálított érték (U_x)

y_i -Az etalon műszeren mért értékek középértéke ($\overline{U_e}$)

	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2		$\lvert y_i - (ax_i + b)\rvert$
	10	10.6	106	100		0.078182
	20	20.9	418	400		0.12697
	30	31	930	900		0.132121
	40	40.95	1638	1600		0.012727
	50	50.95	2547.5	2500		0.107576
	60	61.05	3663	3600		0.102424
	70	71.15	4980.5	4900		0.097273
	80	81.25	6500	6400		0.092121
	90	91.7	8253	8100		0.26303
	100	101.5	10150	10000		0.031818
Σ	550	561.05	39186	38500		

$$a = \frac{n\cdot\sum(x_i\cdot y_i) - \sum(x_i)\cdot\sum(y_i)}{n\cdot\sum(x_i^2) - \left[\sum(x_i)\right]^2} = \frac{10\cdot 39186 - 550\cdot 561{,}05}{10\cdot 38500 - 550^2} = 1{,}009485$$

$$b = \frac{\sum(y_i)\cdot\sum(x_i^2) - \sum(x_i)\cdot\sum(x_i y_i)}{n\cdot\sum(x_i^2) - \left[\sum(x_i)\right]^2} = \frac{561{,}05\cdot 38500 - 550\cdot 39186}{10\cdot 38500 - 550^2} = 0{,}583333$$

A linearitási hiba:

$$G_{L(\%)} = \frac{\max\left|\left\{y_i - (ax_i + b)\right\}\right|}{y_{\max}}\cdot 100 = \frac{0{,}26303}{101{,}5}\cdot 100 = 0{,}259143\ \%$$

Hiszterézis

U_g -A feszültség emelésekor mért érték ($\uparrow U_e$)

U_d -A feszültség csökkentésekor mért érték ($\downarrow U_e$)

U_g	U_d	$\lvert U_g - U_d \rvert$
V	V	
10.8	10.4	0.4
20.9	20.9	0
31	31	0
40.9	41	0.1
51.1	50.8	0.3
61.2	60.9	0.3
71.4	70.9	0.5
81.3	81.2	0.1
92	91.4	0.6
101.6	101.4	0.2

A hiszterézis hiba:

$$G_{H(\%)} = \frac{\lvert \downarrow U_e - \uparrow U_e \rvert_{\max}}{U_{x\max}} \cdot 100 = \frac{0,6}{101,5} \cdot 100 = 0,591\ \%$$

5. gyakorlat:

5.1 ***A 170a kép szerinti ellenállás méréskor (voltméter az ampermérő előtt) I* = 0,5 A*; U'* = 15 V *lett lemérve. Határozza meg az ellenállás pontos értékét, ha R***

- Válasz:

Az ellenállás mért értéke:

$$R' = \frac{U'}{I} = \frac{15}{0{,}5} = 30\ \Omega$$

A pontos érték:

$$R = \frac{U' - u_a}{I} = \frac{U' - R_a \cdot I}{I} = \frac{U'}{I} - R_a = \frac{15}{0{,}5} - 0{,}2 = 29{,}8\ \Omega$$

A relatív hiba pedig:

$$G_{r\%} = \frac{R' - R}{R} \cdot 100 = \frac{\frac{U'}{I} - \frac{U' - R_a \cdot I}{I}}{\frac{U' - R_a \cdot I}{I}} \cdot 100 = \frac{R_a \cdot I}{U' - R_a \cdot I} \cdot 100 = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}5}{15 - 0{,}2 \cdot 0{,}5} \cdot 100 = \frac{10}{14{,}9} = 0{,}671\%$$

5.2 ***Ismételje meg a feladatot, ha az ampermérő ellenállása R_a* = 2 Ω*, az áram és a feszültség pedig változatlan I* = 0,5 A*; U'* = 15 V.**

- Válasz:

Az ellenállás mért értéke:

$$R' = \frac{U'}{I} = \frac{15}{0{,}5} = 30\ \Omega$$

A pontos érték:

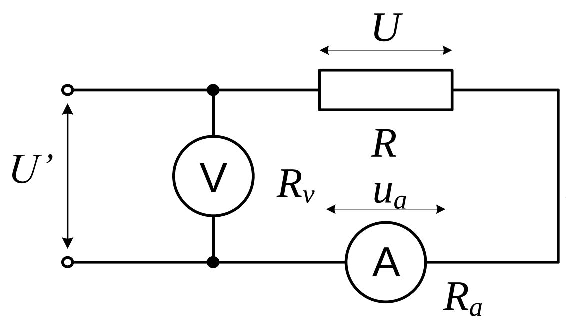
$$R = \frac{U' - u_a}{I} = \frac{U' - R_a \cdot I}{I} = \frac{U'}{I} - R_a = \frac{15}{0{,}5} - 2 = 28\ \Omega$$

A relatív hiba pedig:

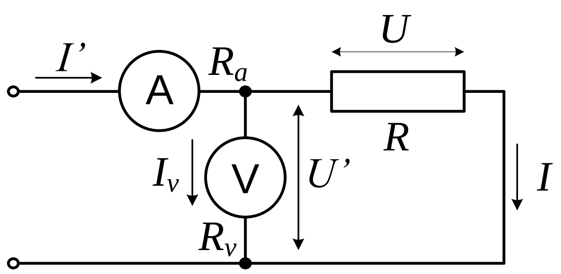
$$G_{r\%}=\frac{R'-R}{R}\cdot 100=\frac{\frac{U'}{I}-\frac{U'-R_a\cdot I}{I}}{\frac{U'-R_a\cdot I}{I}}\cdot 100=\frac{R_a\cdot I}{U'-R_a\cdot I}\cdot 100=\frac{2\cdot 0{,}5}{15-2\cdot 0{,}5}\cdot 100=\frac{100}{14}=7{,}143\%$$

5.3 ***A 170a képszerinti ellenállás méréskor a voltméter ellenállása kihatással van-e a mérés eredményére?***

- Válasz: Nincs.



Slika:170 a.



Slika:170 b.

5.4 ***A 170b kép szerinti ellenállás méréskor (ampermérő a voltméter előtt)* I' = 30 mA*;* U = 20 V *lett lemérve. Határozza meg az ellenállás pontos értékét, valamint a hibát amit a mérés alkalmával vétünk ha a feszültségmérése használt univerzális műszer belső ellenállása* 20 000 Ω/V *a* 60 V *mérési tartományon!***

- Válasz:

Az ellenállás mért értéke:

$$R'=\frac{U}{I'}=\frac{20}{30\cdot 10^{-3}}=666{,}667\ \Omega$$

A pontos érték:

$$R'=\frac{R\cdot R_v}{R+R_v}\Rightarrow \qquad R=\frac{R'\cdot R_v}{R_v-R'}=\frac{666{,}667\cdot\left(60\cdot 20000\right)}{60\cdot 20000-666{,}667}=667{,}037\ \Omega$$

A műszer belső ellenállása: $R_v=60\cdot 20000=1{,}2\ M\Omega$

A relatív hiba pedig:

$$G_{r\%} = \frac{R'-R}{R} \cdot 100 = \frac{666{,}667 - 667{,}037}{667.037} \cdot 100 = -0{,}0555\%$$

5.5 ***Ismételje meg az 5.4 feladatot, ha a műszer belső ellenállása* 100 Ω/V *a* 300 V *mérési tartományon!***

- Válasz:

A műszer belső ellenállása: $R_v = 300 \cdot 100 = 30\ k\Omega$

Az ellenállás mért értéke:

$$R' = \frac{U}{I'} = \frac{20}{30 \cdot 10^{-3}} = 666{,}667\ \Omega$$

A pontos érték:

$$R' = \frac{R \cdot R_v}{R + R_v} \Rightarrow \qquad R = \frac{R' \cdot R_v}{R_v - R'} = \frac{666{,}667 \cdot (300 \cdot 100)}{300 \cdot 100 - 666{,}667} = 681{,}819\ \Omega$$

A relatív hiba pedig:

$$G_{r\%} = \frac{R'-R}{R} \cdot 100 = \frac{666{,}667 - 681{,}819}{681{,}819} \cdot 100 = -2{,}222\%$$

5.6 ***Az 5.4 és 5.5 mérések eredményére kihatással van-e az ampermérő belső ellenállása?***

- Válasz: Nincs.

6. gyakorlat:

A wattméter feszültség méréshatára MO_{WU}= 300 V, az áram méréshatára MO_{WI}= 1 A. A mutató maximális kitérése α_{max}= 150 osztás. A műszer pontossági osztálya K = 0,2. Ha a mutató kitérése α= 30 osztás, határozza meg a műszerállandót C_W és a mérés $G_{r\%}$ relatív hibáját!

- Válasz:

$$C_W = \frac{MO_{WU} \cdot MO_{WI}}{\alpha_{\max}} = \frac{300 \cdot 1}{150} = 2 \ \frac{\text{W}}{\text{pod.}}$$

$$K = 0{,}2 \Rightarrow G_{SV\%} = \pm 0{,}2 \ \%$$

$$G_{r\%} = G_{SV\%} \frac{\alpha_{\max}}{\alpha} = \pm 0{,}2 \frac{150}{30} = \pm 1 \ \%$$

Az egyfázisú terhelés teljesítményét félindirekt módszerrel mérjük. Az áramváltó áttétele a_i = 2, a szekunder tekercsén folyó árama I_2 = 4 A, a fázisfeszültség U_{1N} = 230 V és a wattméterrel mért hatásos teljesítmény P = 800 W. Határozzuk meg a terhelés hatásos teljesítményét P_t, látszólagos teljesítményét S_t és meddő teljesítményét Q_t, valamint a cosφ teljesítménytényezőt!

- Válasz:

$$P_t = a_i \cdot P = 2 \cdot 800 = 1600 \ \text{W}$$

$$S_t = a_i \cdot I_2 \cdot U_{1N} = 2 \cdot 4 \cdot 230 = 1840 \, VA$$

$$Q_t = \sqrt{S_t^2 - P_t^2} = \sqrt{1840^2 - 1600^2} = 908{,}625 \ VAr$$

$$\cos\varphi = \frac{P_t}{S_t} = \frac{1600}{1840} = 0{,}8696$$

7. gyakorlat:

Feszültségmérés:

Feszültségméréskor a feladat a vizsgálandó jel egyes szakaszai - általában a földhöz viszonyított - feszültségének megállapítása.

A jel kiválasztott szakasza feszültségének mérése a következő módon történik:

a) A biztonság kedvéért a csatorna GND kapcsolójának felhasználásával meggyőződünk arról, hogy hova állítottuk az alapvonalat: ez lesz a 0 feszültségszint.

b) A vízszintes (X) pozíciószabályozó gombbal a jel feszültségmérésre kiválasztott szakaszát *az ernyő függőleges középvonalára állítjuk*. Azért ide, mert a függőleges középvonal a pontosabb leolvasást lehetővé teendő, sűrűbb osztással van ellátva.

c) Kiszámoljuk, hogy egy sűrű osztás milyen feszültségnek felel meg (pl. ha a bemenő osztó $(0,2\ \mathrm{V})/\mathrm{DIV}$-re van állítva, $[K_y = (0,2\ \mathrm{V})/\mathrm{DIV}]$ a mérőfej 10-es osztása miatt $1\ \mathrm{DIV}=2\ \mathrm{V}$ lesz, a sűrű osztás pedig ennek az ötöde, $(2\ \mathrm{V})/5 = 0,4\ \mathrm{V}$.)

d) Leolvassuk, hogy a jel mérendő szakasza az alapvonaltól számított hány DIV és hány kis osztás függőleges távolságra esik, és kiszámítjuk, hogy e távolságnak mekkora feszültség felel meg.

Pl. az 59. ábra szerinti szinuszjel csúcsértéke (ha az alapvonal az ernyő vízszintes középvonala)

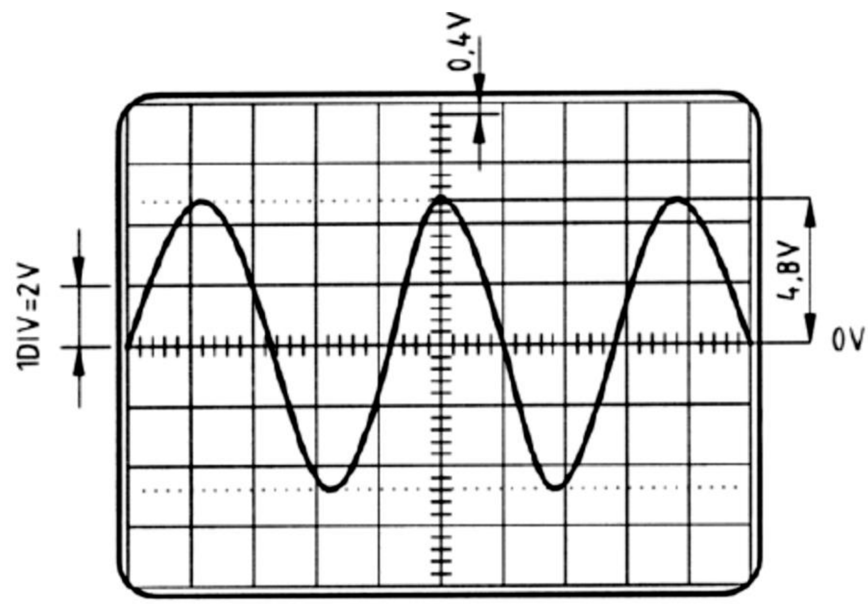
2 DIV + 2 kis osztás.

Ha a bemenő osztó $(0,2\ \mathrm{V})/\mathrm{DIV}$-en áll,

$1\ \mathrm{DIV}=2\ \mathrm{V}$, 1 kis osztás = $(2\ \mathrm{V})/5 = 0,4\ \mathrm{V}$,

tehát a jel csúcsértéke

$$2\cdot 2 + 2\cdot 0,4 = 4,8\ \mathrm{V}.$$



59. ábra
Szinuszjel pozitív csúcsértékének mérése

Időmérés

A feladat az ernyőn megjelenő jel egyes szakaszai időtartamának meghatározása.

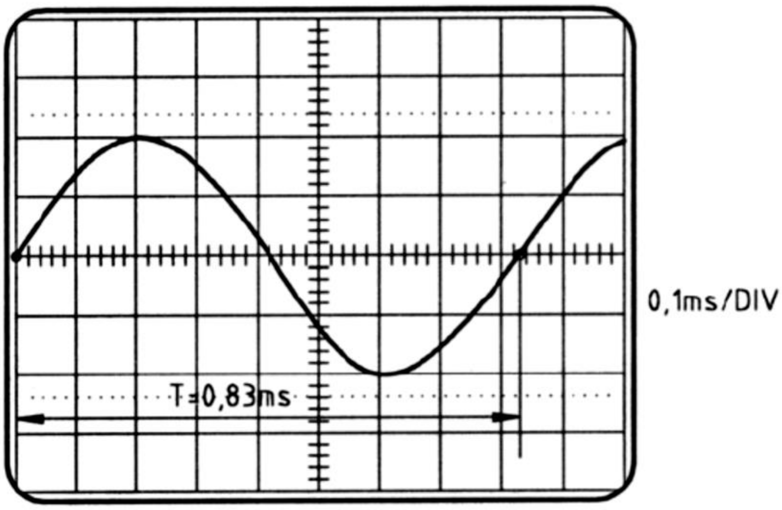
Az időmérésre az ernyő vízszintes középvonalát használjuk fel, amely (hasonlóan a függőleges középvonalhoz) a mérés megkönnyítésére sűrűbb osztásvonalakkal van ellátva.

A mérés annál pontosabb lesz, minél nagyobb a leolvasandó távolság, ezért a TIME/DIV fokozatkapcsolót úgy állítsuk be (szükség szerint a triggerelést is utánállítva), hogy a jel mérendő szakasza minél jobban széthúzódjon (de a teljes szakasz látható legyen) az ernyőn.

A jel vizsgált szakaszának kezdetét az X és Y irányú pozíciószabályozó potenciométerekkel a sűrű osztású vízszintes vonal kezdetére állítjuk, és leolvassuk, hogy az adott szakasz vége a kezdettől hány DIV-re ill. kis osztásra esik. (Mivel egy DIV-re vízszintesen is 5 kis osztás esik, a kis osztás a TIME/DIV kapcsolóval beállított érték ötöde.)

Pl. a 60. ábrán látható szinuszjel periódusideje 8 DIV + 1,5 kis osztás. Ha a TIME/DIV kapcsoló $\left(0{,}1\ \mathrm{ms}\right)/\mathrm{DIV}$ (egy kisosztás $\left(0{,}1\ \mathrm{ms}\right)/5 = 0{,}02\ \mathrm{ms}$) állásban van, $[K_x = \left(0{,}1\ \mathrm{ms}\right)/\mathrm{DIV}]$ a periódusidő:

$$8 \cdot 0{,}1 + 1{,}5 \cdot 0{,}02 = 0{,}83\ \mathrm{ms}\ .$$



60. ábra
Szinuszjel periódusidejének mérése

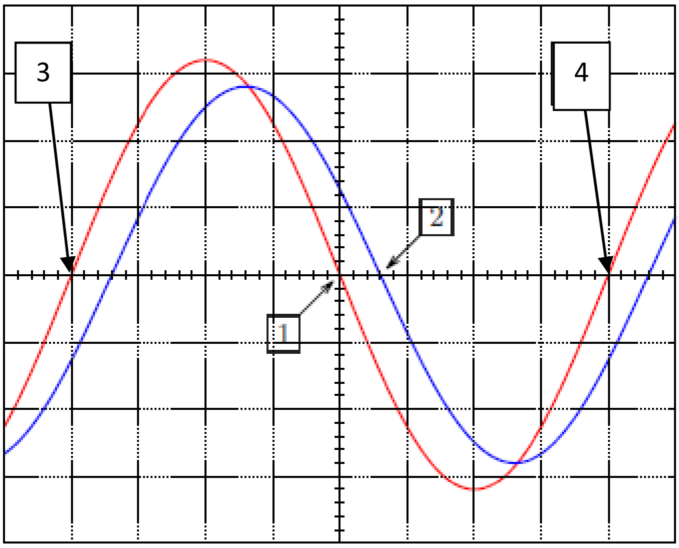
Fázisszögmérés oszcilloszkóppal

Fázisszög oszcilloszkóppal két féleképp mérhető:

- Kétsugaras oszcilloszkóppal közvetlenül megfigyelni a két jelet és
- további lehetőség *XY* üzemmódban a fázisviszonyok mérése *Lissajous*-görbe segítségével.

Fázisszög oszcilloszkóppal történő közvetlen mérése nagyon egyszerűen történik: Az egyik csatorna bemenetére visszük azt a jelet, amelyhez képest a mérést végezzük, a másik csatornára pedig a vizsgálandót. A tényleges fázisszöget a két jel közötti időkülönbségnek és a periódusnak megfelelő távolságok arányából lehet meghatározni:
Először lemérjük a szinuszos jel T periódusát (3-4), utána a t_k késés időintervallumát (1-2) (a jelek nullaáthaladásai között). Ezalatt az oszcilloszkóp időalapját a lehető legjobban széthúzzuk.

$$\varphi = \frac{t_k}{T} 360^0$$



Fázisszög oszcilloszkóppal történő mérése

Frekvenciamérés / periódus

A frekvenciamérés oszcilloszkóppal viszonylag nagy hibával végezhető (néhány százalék) a kalibrált időalapot használva.

A jelet, melynek frekvenciáját mérjük az oszcilloszkóp függőleges kitérítésű bemenetére vezetjük, ezután skálabeosztásokban (DIV) lemérjük egy ciklus időtartamát.

Ezt az időtartamot utána beszorozzuk az oszcilloszkópon beállított időalappal.

Ha a szinuszjel első és harmadik nullaátmenete között a távolság

$$l = 6{,}4\ \mathrm{DIV},$$

Az időalap pedig a $K_{\mathrm{Vb}} = (10\ \mathrm{ms})/\mathrm{DIV}$, $[K_x = (10\ \mathrm{ms})/\mathrm{DIV}]$ értékre van állítva

Ezen jel periódusa:

$$T = l \cdot K_{\mathrm{Vb}} = [6{,}4\ \mathrm{DIV}] \cdot \left[(10\ \mathrm{ms})/\mathrm{DIV}\right] = 64\ \mathrm{ms},$$

A frekvencia

$$f = 1/T = 1/\left(64 \cdot 10^{-3}\right) = 15{,}625\ \mathrm{Hz}.$$