Mérések

4. Előadás

Közvetett mérések eredményeinek feldolgozása

A mérési gyakorlatban a közvetlen mérések mellett a közvetett mérések is fontos szerepet játszanak. Ezeknél a méréseknél nem azt a nagyságot mérjük amelyik érdekel bennünket, hanem más vele funkcionális kapcsolatban és ismert összefüggésben lévő nagyságokat. A közvetlenül mért nagyságokat meghatározott hibával ismerjük, a feladat: a közvetve mért nagyság hibájának meghatározása a közvetlenül mért nagyságok hibáinak ismeretében.

Tekintettel a közvetlen mérések különböző tipusú hibáira megkülönböztethetők:

- A közvetett mérés rendszeres hibája
  (Sistematsku grešku indirektno merene veličine,)
- A közvetett mérés szórása
  (Standardnu devijaciju indirektno merene veličine,)
- A közvetett mérések hibahatárai
  (Graničnu grešku indirektno merene veličine,)

A közvetett mérés rendszeres hibája

(Sistematska greška indirektno merene veličine)

Ha az x_i nagyság mérésének hibái rendszeres hibák, illetve a véletlen hibák hatása a rendszeres hibákhoz viszonyít-va elhanyagolható, akkor a közvetve mért nagyság rendszeres hibáját kell meghatározni. A közvetlenül mért nagyságok rendszeres hibái a kalibráció eredményeiből ismerhetők meg.

Általános esetben, amikor a közvetve mért y nagyság több egymástól független közvetlenül mért x_i nagyság funkciója, és ha ismertek a közvetlenül mért nagyságok Δx_i rendszeres hibái, amelyek minden egyes esetben Δx_i, $<< x_i$, a közveteve mért nagyság rendszeres hibája meghatározható az y függvény teljes differenciáljával,

$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + ... + \frac{\partial y}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n$$

Illetve:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)$$

ahol $$\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i$$

az $\boldsymbol{y}$ nagyság $\boldsymbol{\Delta x_i}$ hiba által okozott parciális hibája. Tehát a közvetve mért $\boldsymbol{y}$ nagyság rendszeres hibája egyenlő parciális hibáinak összegével.

A közvetett mérés szórása

(Standardna devijacija indirektno merene veličine)

Ha s_i a közvetlenül mért x_i nagyság szórása, akkor a közvetve mért y szórását megkaphatjuk, ha a teljes differenciál képletében a Δx_i hibákat a megfelelő szórással helyettesítjük. Tehát a közvetve mért nagyság szórása:

$$s_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial \bar{x}_1} \cdot s_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \bar{x}_2} \cdot s_2\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial y}{\partial \bar{x}_n} \cdot s_n\right)^2}$$

illetve

$$s_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial \overline{\overline{x}}_i} \cdot s_i \right)^2}$$

A közvetve mért nagyság relativ szórásának képlete

$$r_y = \frac{s_y}{\overline{\overline{y}}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{dy}{d\overline{\overline{x}}_i} \cdot \frac{s_i}{\overline{\overline{y}}} \right)^2}$$

Néhány összetett függvény szórása (gyakorlati példák)

(Standardna devijacija nekih složenih funkcija iz merne prakse)

A mérési gyakorlatban legtöbbször jelentkező esetekben a közvetve mért nagyság aritmetikai középértékének szórása és a megfelelő relativ szórás.

- közvetlenül mért nagyságok összegének esete

$$\left(y = x_1 + x_2 + \ldots + x_n\right)$$

$$s_y = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + \ldots + s_n^2}$$

$$r_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \sqrt{\frac{1}{\bar{y}^2}\left(s_1^2 + s_2^2 + \ldots + s_n^2\right)}$$

- két közvetlenül mért nagyság összege $\left(y = x_1 + x_2\right)$

$$s_y = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$$

$$r_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}{\bar{x}_1 + \bar{x}_2} = \frac{\sqrt{r_1^2 \cdot \bar{x}_1^2 + r_2^2 \cdot \bar{x}_2^2}}{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}$$

- két közvetlenül mért nagyság különbsége $\left(y = x_1 - x_2\right)$

$$s_y = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$$

$$r_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \frac{\sqrt{r_1^2 \cdot \bar{x}_1^2 + r_2^2 \cdot \bar{x}_2^2}}{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$$

- két közvetlenül mért nagyság szorzata $\left(y = x_1 \cdot x_2\right)$

$$s_y = \sqrt{\overline{x}_2^2 \cdot s_1^2 + \overline{x}_1^2 \cdot s_2^2}$$

$$r_y = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$$

két közvetlenül mért nagyság hányadosa $\left(y = \frac{x_1}{x_2} \right)$

$$s_y = \sqrt{\frac{s_1^2}{\bar{x}_2^2} + \frac{\bar{x}_1^2 \cdot s_2^2}{\bar{x}_2^4}}$$

$$r_y = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$$

A közvetett mérések hibahatárai

(Granična greška indirektno merene veličine)

Sokszor a gyakorlati méréseknél nem vagyunk abban a szituációban hogy a közvetlenül mért nagyságok hibáit pontosan meghatározzuk, például ha nincs elvégezve a mérőműszerek kalibrációja, vagy a méréseredmények statisztikai feldolgozása, akkor csak a mérőeszközök műszaki adataival rendelkezünk a gyári használati utasításból. Ebben az esetben csak gyártó által a mérőeszközre deklarált legnagyobb megengedett hibát ismerjük. Ezeket az $x_{i,max}$ hibákat, a közvetlenül mért nagyság legnagyobb megengedett hibáinak nevezzük.

A közveteve mért nagyság hibáinak $\Delta y_{i,max}$ határértékét úgy határozhatjuk meg, az y funkcijó teljes differenciáljának alkalmazásakor Δx_i felcseréljük $\Delta x_{i,max}$ és így a hiba úgynevezett legkedvezőtlenebb esetének határértéke (az összes Δx ugyanazt az előjelet kapja).

$$\Delta y_{\max} = \pm\left\{\left|\frac{\partial y}{\partial x_1}\cdot\Delta x_{1,\max}\right| + \left|\frac{\partial y}{\partial x_2}\cdot\Delta x_{2,\max}\right| + \ldots + \left|\frac{\partial y}{\partial x_n}\cdot\Delta x_{n,\max}\right|\right\}$$

illetve

$$\Delta y_{\max} = \pm\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial y}{\partial x_i}\cdot\Delta x_{i,\max}\right|$$

tehát az

$$y = f\left(x_1 + x_2 + \ldots + x_n\right)$$

többváltozós függvény hibájának határértéke egyenlő ezen funkció egyes parciális diffeneciáljai abszolút értékének összegével.

A hiba határértékének meghatározása gyakorlati szempontból azért fontos, mert bizonyosan, az így meghatározott hibahatárokon belül van a valós hiba.

$$y = \overline{y} \pm \left|\Delta y_{\max}\right|$$

Tekintettel az így meghatározott hiba (valójában) ireális nagyságára, a gyakorlatban előnyt élvez a hiba statisztikus határértéke, amelyet a már definiált, legvalószínűbb hibából kapunk meg éspedig úgy hogy a közvetlenül mért nagyságok Δx_i hibáit ugyanazon nagyságok hibáinak $\Delta x_{i,max}$ határértékével helyettesítjük. E módón a közvetve mért nagyság mért értékének határértékeit jelentősen szűkíteni tudjuk:

$$y = \overline{y} \pm \Delta y_{N,\max}$$

ahol a statisztikai hibahatár a következő alakban adott:

$$\Delta y_{N,\max} = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \Delta x_{1,\max}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \Delta x_{2,\max}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n} \cdot \Delta x_{n,\max}\right)^2}$$

Mérési módszerek

A mérés elvét, és a mérőeszközök alkalmazási módját együttesen nevezi mérési módszernek a metrológia.

A méréseredmény egy mérési folyamat eredménye, mely egy specifikus mérési eljárás megvalósítása. Így egy mérésmódszer valójában elméleti és gyakorlati eljárások összesége mely magába foglalja az adott mérés elvégzését, a szükséges szabványokat, a mérőfelszerelést, kellékeket, a felszerelés összekötését, a szükséges környezeti paramétereket, a mérés elvégzésének módját stb.

Bár a különfajta mérési módszerek jellegzetes tulajdonságait csak a mérések megismerése után lehetne teljességgel áttekinteni, alapvető jellemzőiket már elöljáróban célszerű csoportosítani. A párhuzamot vonó és ellentétben állító csoportosítások segítenek a mérésekkel kapcsolatos fogalmak megalkotásában, és a konkrét mérési módszerek értékelésében.

Közvetlen és közvetett mérési módszerek

A méréseredmény a következő módszerekkel számosítható:

- közvetlen mérési módszer
- közvetett mérési módszer

melyeknek meghatározásai a következők

A **közvetlen mérési módszer** magának a megismerni szándékolt fizikai mennyiségnek a megmérésével szolgáltatja a mennyiség nagyságát.

A mérésmódszer akkor is közvetlennek tekinthető ha kiegészítő méréseket szükséges végezni a zavaró körülmények meghatározása és elhárítása végett.

Például az áramerősség mérése amperméterrel közvetlen mérés.

A **közvetett mérési módszer** nem a megismerni szándékolt fizikai mennyiséget méri. A közvetett módszer kihasznál egy alkalmasan megválasztott fizikai törvényszerűséget a megismerni szándékolt és más, megmérhető mennyiségek között, így e más mennyiségek mért értékeiből utóbb számítással határozható meg a mérés célját képező mennyiség.

Például közvetett módon mérhető az ellenállás UI metódussal, vagy a fajlagos ellenállás meghatározása, amely ellenállás, hosszúság és keresztmetszet mérése alapján történik.

A mérési módszerek felosztása

- értékmutató mérésmódszer,
- összehasonlító mérésmódszer

Értékmutató mérésmódszer

Az értékmutató mérési módszer olyan mérőműszert alkalmaz, amely a mért mennyiség értékét (esetleg műszerállandóval való megszorzás után) leolvashatóan mutatja.

Az értékmutató műszer kijelzője lehet:

Analóg műszer esetén
- **skála előtt mozgó mutató, (elmozdulásos módszer)**

digitális műszer esetén
- **(decimális) számkijelző (számlálós módszer)**

Az értékmutató mérési módszer alkalmazásánál a mérendő nagyság kihatással van a mutató elmozdulásának mértékére illetve digitális műszer esetén számosítja a mérendő nagyságot

Állapotbeállító mérési módszer

Az állapotbeállító mérési módszer olyan mérőkapcsolás alkalmazásán alapul, amelyben a mérendő mennyiség nagyságának meghatározásához az áramkör valamilyen jól felismerhető, jellegzetes állapotának bekövetkezése szükséges. Például a rezonancia mely lehet mechanikus vagy elektromos.

Összehasonlító módszer

Az összehasonlító módszer a mért nagyság egy ismert, megegyező nagyság összehasonlításával történik vagy, egy más ismert nagysággal (esetleg többel is) melyek funkcionális összefüggésben vannak a mért nagysággal. A következő módszerek tartoznak az összehasonlító módszerekhez:

- Nullázásos módszer,
- diferenciál mérési módszer,
- helyettesítés módszere és
- összehasonlítás módszere.

- **Nullázásos módszer** olyan mérőmódszer, amelyben a mérőkapcsolás valamely két pontja közötti feszültségkülönbség nulla, vagy valamely ágában folyó áram nulla. A nulladetektor érzékenységétől függ a mérés pontossága. E módszer tipikus képviselői a hidas módszerek.

- **Difereciál mérési módszer**, a mérendő mennyiség nagyságát egy azonos fajtájú, közel azonos, de ismert fizikai nagysággal vetjük össze és a különbséget mérjük. A módszer előnye, hogy adott %-os mérési bizonytalanság esetén a mérésben elkövetett bizonytalanság kisebb mintha közvetlenül mértük volna a mérendő nagyságot.

Helyettesítés módszere. A módszer két lépésben végzett mérés. Első lépésben a mérendő mennyiség részvételével alakul ki a mérőkapcsolás valamely számszerűen is érzékelhető állapota. A második lépésben a mérendő mennyiséget kiiktatva, helyette azonos fajtájú, de kalibráltan beállítható fizikai mennyiséget iktatunk be. Ennek nagyságát addig változtatjuk amig a mérőkapcsolás az első lépésben megjegyzett állapotát el nem éri, ekkor a kalibrált fizikai mennyiség a mérendővel azonos nagyságban helyettesíti azt. Ez a módszer használható ellenállás, kapacitás, induktivitás mérésénél is.

Az összehasonlítás módszere a mért nagyság egy ismert megegyező nagyság összehasonlításával történik. Ezt a módszert leginkább kalibrálásoknál használjuk.

A gyakorlatban leginkább, mint legegyszerűbbet az értékmutató mérési módszert alkalmazzuk, míg az összehasonlító módszerek, bár pontosabbak, összetettebbek is így elsősorban a laboratóriumokban használatosak.

A leggyakrabban mért villamos nagyságok definiciói

A feszültség definiciója

A (V_A - V_B) potenciálkülönbség a következőképp írható fel:

$$V_A - V_B = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Az egyenlet jobb oldalán lévő integrált villamos feszültségnek nevezzük, vagy röviden az A és B pont közötti feszültségnek. A potenciálkülönbség és a feszültség fogalma az elektrosztatikus térben megegyeznek.

A két pont közötti potenciálkülönbség illetve a feszültség mértékegysége a volt (V)

Két pont közötti feszültség a váltakozó elektromos és mágneses térben meghatározható az eredő elektromos tér kiindulóponttól a végpontig húzott vonal menti integráljával:

$$U_{AB} = \int_A^B \left(\vec{E}_{st} + \vec{E}_{ind} \right) \cdot d\vec{l}$$

Könnyen megállapítható hogy az $\boldsymbol{U_{AB}}$ feszültség értéke függ az A és B pont közötti úttól.

A voltméterek, a két pont közötti feszültséget a fenti definició alapján mérik. Megállapíthatjuk hogy a váltakozóáramú hállózatokban a két pont között mért feszültség elvben függhet a vezeték alakjától amelyel a voltmérő a két mérőponthoz csatlakozik. Ez a hatás általában elenyésző, de nem feledkezhetünk meg róla hogy létezik, sőt bizonyos esetekben jelentős is lehet.

Az villamos áram definiciója

Ha nagyszámú villamos töltés rendezett mozgást végez elektromos tér hatására, a töltések ilyen rendezett, irányított mozgását villamos áramnak hívjuk.

Villamos áram lehet az idő folyamán változatlan, az ilyen áramot **egyenáram**nak hívjuk.

A villamos töltések rendezett mozgása lehet az idő folyamán váltakozó, az ilyen áramot **váltakozó áram**nak hívjuk.

A villamos áram mértékegysége amper (A).

A villamos teljesítmény definiciója

Ha megfigyeljük a munka jellegét a fizikában, láthatjuk hogy az időt nem veszi figyelembe. Néha viszont oda kell figyelni arra hogy egy munkát mennyi idő alatt végzünk el, a munkavégzés "gyorsaságára". Ha egy bizonyos munkát adott időintervallum alatt végzünk el, a munka és idő hányadosát teljesítménynek hívjuk és **P**-vel jelöljük. A teljesítmény skaláris nagyság, ami megeggyezik a ténnyel hogy a munka és idő hányadosaként nyerjük melyek szintén skaláris nagyságok.

Az elektrotechnikában ismerünk hatásos, meddő és látszólagos teljesítményt.

A **látszólagos teljesítmény** a feszültség és az áram effektiv értékének szorzatával egyenlő

$$S = UI$$

(A komplex teljesítmény modulusát látszólagos teljesítménynek hívjuk)

$$\underline{S} = P + jQ = UI\cos\phi + jUI\sin\phi = UIe^{j\phi}$$

A látszólagos teljesítmény mértékegysége volt-amper (VA)

A **meddő teljesítmény** a teljesítmény azon részét képezi, amely a generátor és a vizsgált hállózati elem között periódikusan cserélődik, amely a hálózatban lévő valamilyen reaktiv energiatároló (induktiv vagy kapacitiv) periódikus feltöltődése illetve kisülése következtében jön létre.

Ahol ϕ az áram és feszültség közötti fáziskülönbség.

$$Q = \frac{1}{2} U_m I_m \sin\phi = UI \sin\phi$$

A meddő teljesítmény mértékegysége volt-amper reaktiv (VAr)

A **hatásos teljesítmény** az egy periódusra számított átlagos teljesítmény.

Ahol ϕ az áram és feszültség közötti fáziskülönbség.

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos\phi = UI \cos\phi$$

A hatásos teljesítmény mértékegysége a watt (W)

Az ellenállás definiciója

Az ellenállás az anyag tulajdonsága, melyel (egy bizonyos fokig) a villamos áram folyását akadályozza, s a villamos teljesítményt hővé alakítja. Bármely R ellenállás értékét a következő integrállal lehet meghatározni

$$R = \int_1^2 \rho \cdot \vec{w} \cdot d\vec{l}$$

ahol ***w*** vektor 1/(terület) dimenziójú irányítása és intenzitása pedig pontról pontra változik. Az ellenállás értéke nem függ az átfolyó áram erősségtől bár más tényezők kihatnak rá, pl. a hőmérséklet. Azon ellenállásokat melyek ellenállása nem függ a rajta átfolyó áramtól vagy a rácsatolt feszültségtől lineáris ellenállásoknak hívjuk. Amennyiben ez a feltétel nincs kielégítve nemlineáris ellenállásról beszélünk.

Az ellenállás mértékegysége ohm (Ω)

A kapacitás definiciója

A kondenzátor kapacitása egy C-vel jelölt állandó.

$$C = \frac{Q}{U}$$

A kondenzátort képező két vezető test alakjától, méretétől, egymáshoz viszonyított helyzetétől és a környezetüket kitöltő dielektrikum tulajdonságaitól függ, amennyiben a testek nem vákuumban vagy levegőben vannak. A kondenzátor kapacitása legtöbbször nem függ a fegyverzeteken felhalmozott Q villamos töltéstől, illetve a fegyverzetekre csatolt U feszültségtől.

A kapacitás mértékegysége farad (F)

Az induktivitás definiciója

Öninduktivitás és kölcsönös induktivitás.

A **kölcsönös induktivitás** egy olyan állandó, amely két áramkör (tekercs) egymáshoz viszonyított helyzetétől, alakjától, méreteitől és a környezetüket kitöltő anyag tulajdonságaitól függ.

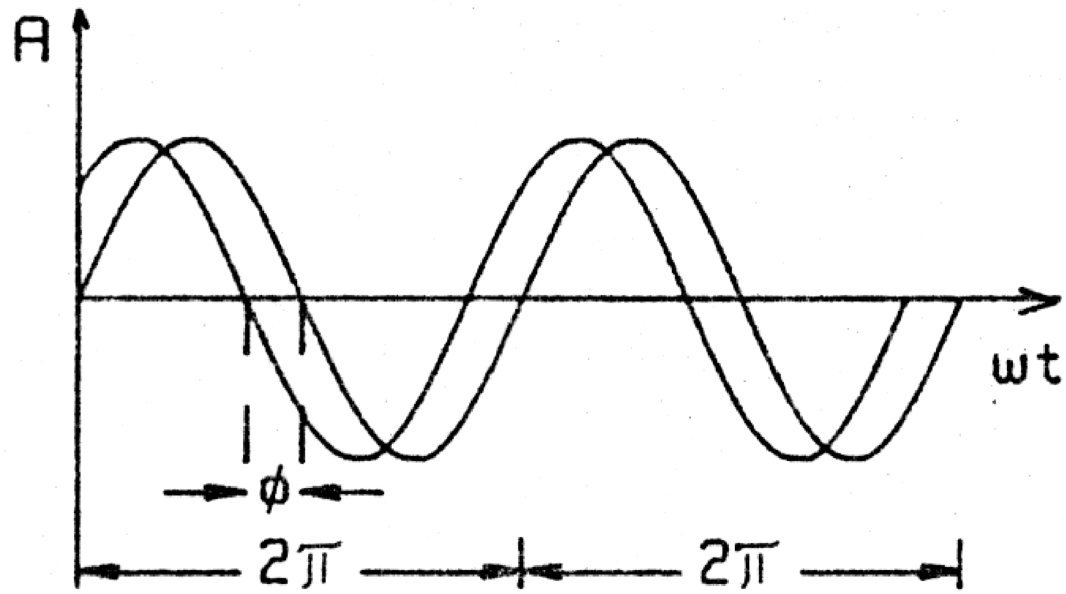
A **öninduktivitás** egy olyan állandó, amely az áramkör (tekercs) alakjától, méreteitől és a környezetét kitöltő anyag tulajdonságaitól függ.

Az öninduktivitás és a kölcsönös induktivitás mértékegy- sége a henry (H).

Fázisszög (fáziseltolódás) definiciója

Színuszosan változó mennyiségek egymáshoz vagy valamilyen vonatkoztatási alaphoz viszonyított helyzetét jellemző szög.

Ha a feszültséget és áramot ábrázoló szinuszos függvények azonos frekvenciájúak, de egymáshoz viszonyítva elmozdultak az időben, úgy hogy maximumaik és nulláik nem egyeznek időben, az áram és a feszültség között fáziseltolódás van.



2.3 Ábra: Különböző fázisú szinuszos jelek

A frekvencia definiciója

A frekvencia (periódusszám) a periódikus jelenség időegység alatti ismétlődéseinek száma. Egysége a herz (Hz).

A jelek időfüggése

A jeleket két alaptipusba sorolhatjuk:

- determinisztikus és
- sztochasztikus jelek.

Determinisztikusnak nevezzük azokat a jeleket, amelyeknek az idő függvényében való változása definiálható. A determinisztikus jel alapvető tulajdonsága, hogy értéke bármely időpontban (a jövőben is) megadható.

Sztochasztikusnak nevezzük azokat a jeleket, amelyeknek időbeli változása nem adható meg törvényszerűen, amelyek változása véletlenszerű.

A sztochasztikus jeleket mint véletlenszerű folyamatok egy-egy realizált jellemzőit statisztikus tulajdnoságaikkal lehet jellemezni.

A determinisztikus jeleket feloszthatjuk:

- statikus,
- periódikus és
- nemperiódikus jelekre

Statikus jelek

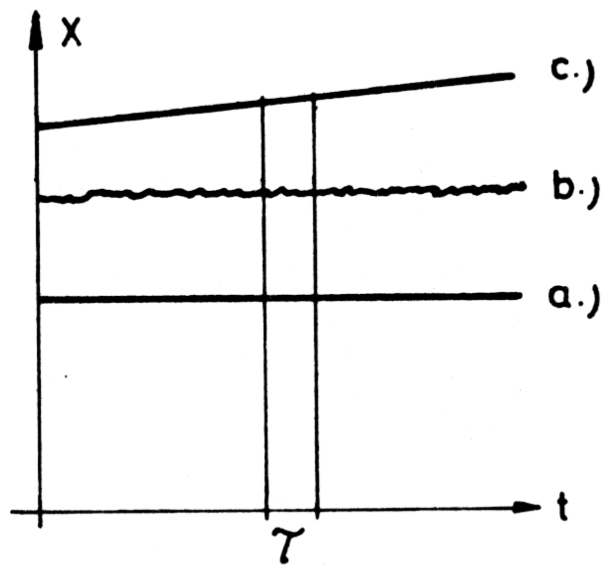
A determinisztikus jelek legegyszerűbb fajtája a statikus jel

$$x(t) = C_0$$

Az energetikában elterjedt elnevezése: egyenjel (egyen-feszültség, egyenáram). Mérése méréstechnikailag egyszerű feladat, mert az időbeli változatlansága miatt egy sereg nehézség elmarad:

- nincs szerepe a mérőeszközök dinamikus tulajdonságainak (időben változó bemenőjelre való tranziens reagálásnak)
- a mérések elvégzésére kellő idő áll rendelkezésre.

A gyakorlatban az egyen jelek nem mindig tökéletesen statikusak. A méréstechnikában egyen-jelként kezelik azokat a kvazi-statikus jelekt is, amelyeknek ingadozásai a megkövetelt mérési pontosságon belül vannak (b) görbe) vagy amelynek időbeli változása olyan lassú, hogy a méréshez szükséges τ időtartamon belül az a megkövetelt pontosságon belül marad (c) görbe)



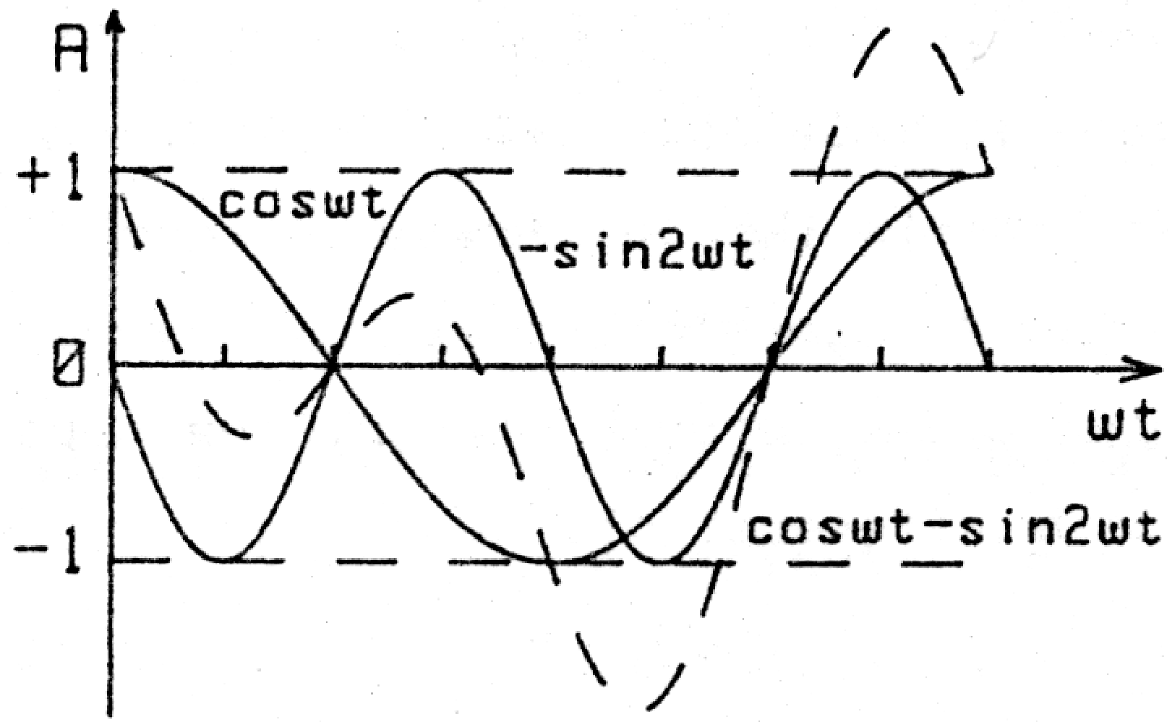
1.4.6 ábra

Periodikus jelek

Periódikus a jel, ha $x(t) = x(t + T)$. Az összfüggést kielégítő legkisebb $\boldsymbol{T}$ az ismétlődés periódusideje, ennek reciproka pedig az alapharmónikus frekvenciája. $f_1 = 1/T$
.
Az erősáramú technika periodikus jelei döntő többségükben szinuszozosak, mert a táphálózat feszültsége maga is jó közelítéssel az. Felharmónikus tartalmat eredményezhet pl:

- villamos gépek mágneses körének telítődése,
- a forgógépek tökéletlensége,
- a szabályzott félvezetős hajtásokban az áramszaggatás
- árammegszakításoknál fellépő feszültséglökések.

A felharmónikusok olyan szinuszos komponensei a függvénynek melyeknek körfrekvenciája az alapharmónikus egészszám szoros, és összeadva az alapharmónikussal annak deformációját eredményezik.

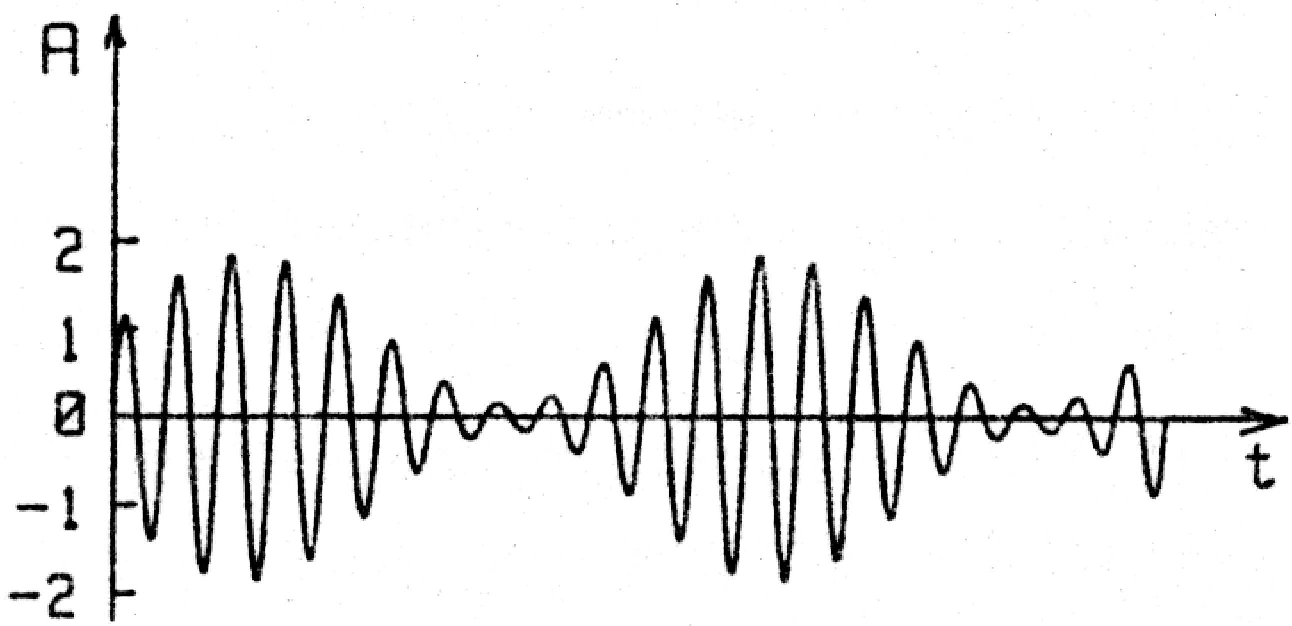


Nem periodikus jelek

A majdnem periodikus (kvazi-periodikus) jelek leggyakrabban két különböző frekvenciájú jel szorzataként állhatnak elő.

A kvazi-periódikus jelek a látszólag ismétlődő “hullám-csomagjai” nem azonosak egymással, a jel valójában nem periodikus, nincs is T periodusideje.

A nem periodikus jelek másik csoportját az egyszeri lefutású tranziens jelek alkotják


A
2
1
0
-1
-2
t

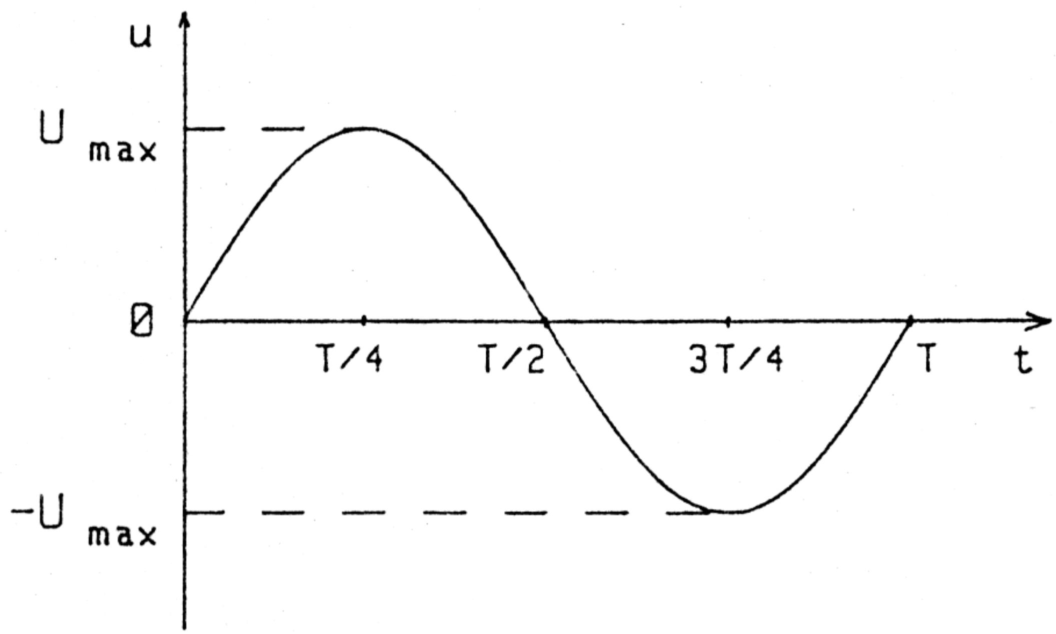
Erők, az elektromos jelenségek kisérőelemei

- Elektrosztatikus erő
- Két elemi áram között ható erő
- Magneses erő
- Az indukált elektromotoros erő
- Joule törvénye
- Az elektromágneses mezőben mozgó elektromos töltésű részecskékre ható erő
- Stb.

A szinuszos hullámalak jellegzetes értékei

- Tekintettel annak fontosságára, hogy a váltakozóáramú bemenőjeleket pontosan megkülönböztessük, hogy helyesen tudjuk megválasztani a mérési eljárást, illetve a mérőműszert, szükséges tisztázni a fogalmakat, melyik mit jelent. Vegyük például a szinuszos jelet, mely a váltakozóáramú jelek jellegzetes (legismertebb) képviselője, és segítségével tárgyaljuk le azokat a jellemzőket, amivel egy váltakozó áramú jelet le szoktak írni. Ez szoros kapcsolatba áll a mérőműszer helyes megválasztásával, mert a különböző jellemzők mérésére más-más műszer kell.

Egy szinuszos jel egy periódusa, jellegzetes nagyságaival, a képen látható



Slika 2.9. Prostoperiodični sinusoidni napon

A feszültség periódikus váltakozása a következő alakban adott:

$$u(t) = U_{max} \sin(\omega t + \varphi)$$

ahol:

- $u(t)$ -a feszültség pillanatnyi értéke,
- U_{max} -a feszültség csúcsértéke, illetve az amplitudó,
- ω -kőrfrekvencia ($\omega = 2\pi f = 2\pi/T$),
- φ -fázisszög,
- t -független változó, idő.

A szinuszos feszültség következő jellegzetes nagyságai definiálhatók:

- **A feszültség csúcsértéke** egyenlő U_{max}, és U_v, -vel jelöljük:

$$U_v = U_{max}$$

- **A feszültség kétszeres csúcsértéke** egyenlő az U_{max}, és - U_{max}, abszolút értékének összegével és U_{vv}, -vel jelöljük

$$U_{vv} = 2U_{max}$$

A feszültség középértéke a feszültséggörbe és az x tengely közötti területből határozható meg és $\boldsymbol{U_{sr}}$ -el jelöljük

$$U_{sr} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} u(t)dt$$

a szinuszos jel középértéke egy perióduson belül nullával egyenlő (mivel az *x* tengely felett és alatt lévő területek egyenlőek) a középértéket fél periódus alatt határozzuk meg. (ez megegyezik az abszolút középértékkel) így:

$$U_{sr} = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} u(t)dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} U_{\max} \sin \omega t \cdot dt = \frac{2}{\pi} U_{\max}$$

A feszültség effektiv értéke. A szinuszos jel effektiv értékét az egyenáramú feszültség ekvivalens hőefektusa alapján definiáljuk. Azaz a váltakozó feszültség effektiv értéke megeggyezik azzal az egyenfeszültséggel amely ugyanakkora mennyiségű hőt gerjeszt egy ellenálláson mint a szemlélt váltakozó feszültség.

Egyenfeszültség esetén, ez a hőmennyiség egyenesen arányos az ellenálláson leadott teljesítménnyel, amit felírhatunk mint:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

ahol:

- P -az ellenálláson leadott teljesítmény
- R -ellenállás
- U -az ellenálláson lévő egyenfeszültség

Hasonlóan, a váltakozó feszültség effektiv értékének definiciója szerint, a hő amely az ellenálláson fejlődik arányos az ellenálláson leadott teljesítmény középértékével, amit a következőképpen írhatunk fel:

$$P_{sr} = \frac{U_{ef}^{2}}{R}$$

ahol:

- P_{sr} -az ellenálláson leadott teljesítmény középértéke
- U_{ef} -a váltakozó feszültség effektiv értéke

Másfelől, a váltakozó feszültség miatt keletkező teljesítmény egyenlő az ellenálláson lévő teljesítmény pillanatnyi értékeinek középértékével, ha a megfigyelést egészszámú perióduson át végezzük.

$$P_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{u^2(t)}{R}\,dt$$

ahol:

- T -a váltakozó feszültség periódusideje
- $u^2(t)/R$ -a teljesítmény pillanatnyi értéke

- A teljesítmény középértéknek kifejezéseit kiegyenlítve megkapjuk a váltakozóáram effektiv értékét: mint négyzetgyök a feszültség pillanatnyi értékei négyzetének átlagából egy perióduson belül.

Az effektív értéket $\boldsymbol{U_{ef}}$, jelöljük és egyenlő:

$$U_{ef}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$$

Behelyettesítéssel, az egyenlet megoldása után

$$U_{ef}=\frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Külön ki kell hangsúlyozni, amint a definicióból is látszik, a váltakozó jelek effektiv értékéről csak periódusos jelalak esetén van értelme beszélni!

A felsorolt kifejezések alapján, könnyű meghatározni az összefüggéseket a szinuszos jel csúcsértéke, középértéke és effektiv értéke között:

$$U_{\max} = \frac{\pi}{2} U_{sr} = \sqrt{2} U_{ef} \cong 1.57 U_{sr} = 1.41 U_{ef}$$

$$U_{sr} = \frac{2}{\pi} U_{\max} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_{ef} \cong 0.64 U_{\max} = 0.90 U_{ef}$$

$$U_{ef} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{sr} \cong 0.71 U_{\max} = 1.11 U_{sr}$$

Ugyanezek érvényesek a szinuszos áramok esetén is azaz ha:

$$i(t) = I_m \sin \omega t.$$