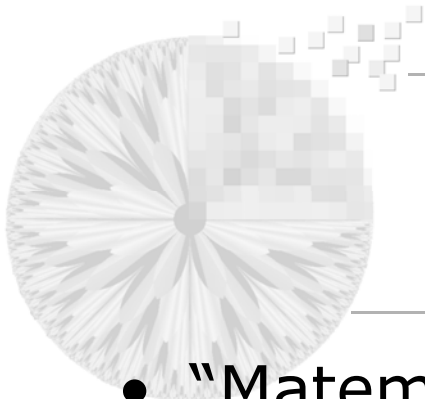


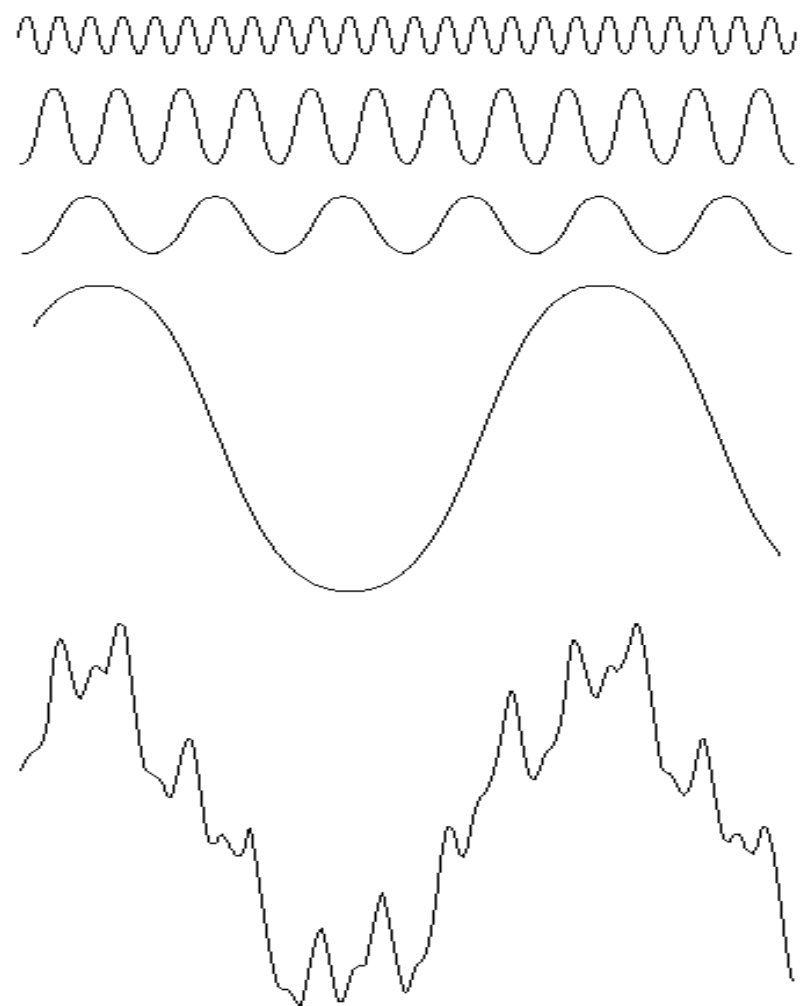
# POBOLJŠANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

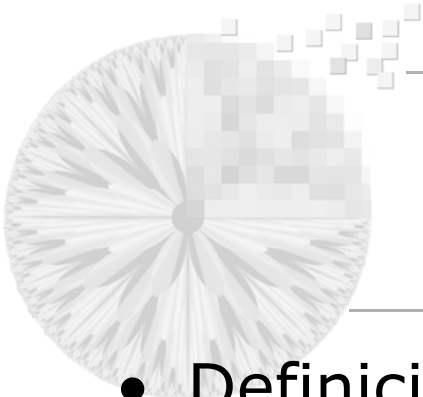
## POGLAVLJE 4



## FURIJEOVA TRANSFORMACIJA

- “Matematička prizma” koja razlaže funkciju na različite komponente na osnovu frekvencija
- U slučaju slike koja je 2D prostorna predstava, koristi se dvodimenzionalna Furijeova transformacija, pomoću koje se dobija 2D spektar





## 2D DFT TRANSFORMACIJA

- Definicija 2D DFT transformacije

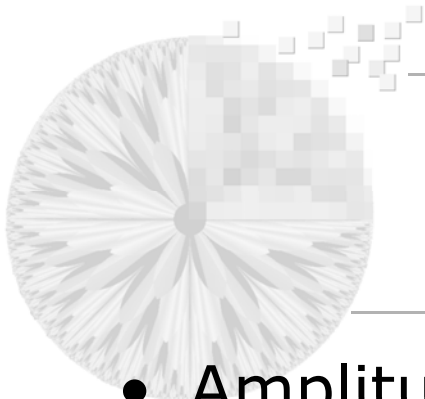
$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$u = 0, 1, \dots, M - 1, \quad v = 0, 1, \dots, N - 1$$

- Definicija inverzne 2D DFT transformacije

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$x = 0, 1, \dots, M - 1, \quad y = 0, 1, \dots, N - 1$$



## 2D DFT TRANSFORMACIJA

- Amplitudski, fazni i spektar snage u 2D domenu

$$|F(u, v)| = \sqrt{R^2(u, v) + I^2(u, v)}$$

$$\phi(u, v) = \arctan\left(\frac{I(u, v)}{R(u, v)}\right)$$

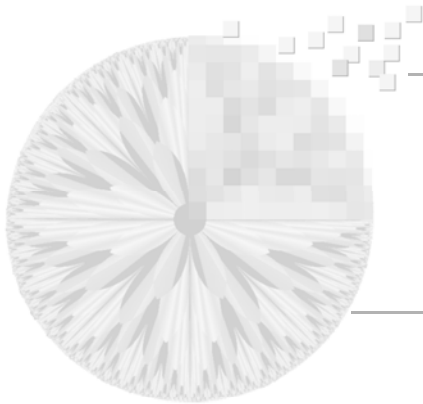
$$P(u, v) = |F(u, v)|^2 = R^2(u, v) + I^2(u, v)$$

- Translacija spektra
  - Jednosmerna komponenta u sredini slike spektra  $(M/2, N/2)$

$$\mathcal{F} [f(x, y)(-1)^{x+y}] = F(u - M/2, v - N/2)$$

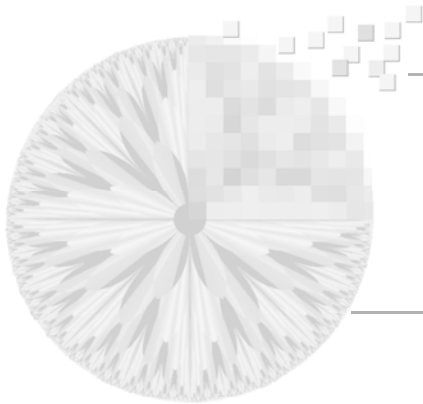
- Veza između prostorne i frekvencijske rezolucije

$$\Delta u = \frac{1}{M \Delta x}, \quad \Delta v = \frac{1}{N \Delta y}$$



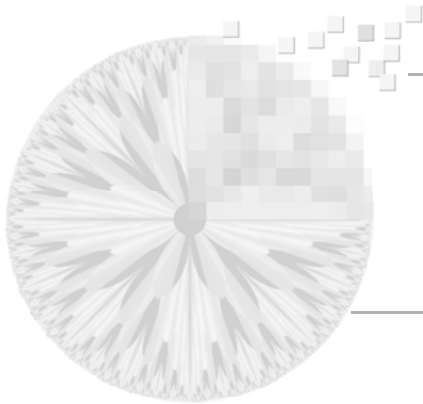
# OSOBI NE 2D DFT TRANSFORMACIJE

Property	Expression(s)
Fourier transform	$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$
Inverse Fourier transform	$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$
Polar representation	$F(u, v) =  F(u, v)  e^{-j\phi(u, v)}$
Spectrum	$ F(u, v)  = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{1/2}, \quad R = \text{Real}(F) \text{ and } I = \text{Imag}(F)$
Phase angle	$\phi(u, v) = \tan^{-1} \left[ \frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$
Power spectrum	$P(u, v) =  F(u, v) ^2$
Average value	$\bar{f}(x, y) = F(0, 0) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$
Translation	$f(x, y) e^{j2\pi(u_0x/M+v_0y/N)} \Leftrightarrow F(u - u_0, v - v_0)$ $f(x - x_0, y - y_0) \Leftrightarrow F(u, v) e^{-j2\pi(ux_0/M+vy_0/N)}$ <p>When <math>x_0 = u_0 = M/2</math> and <math>y_0 = v_0 = N/2</math>, then</p> $f(x, y) (-1)^{x+y} \Leftrightarrow F(u - M/2, v - N/2)$ $f(x - M/2, y - N/2) \Leftrightarrow F(u, v) (-1)^{u+v}$



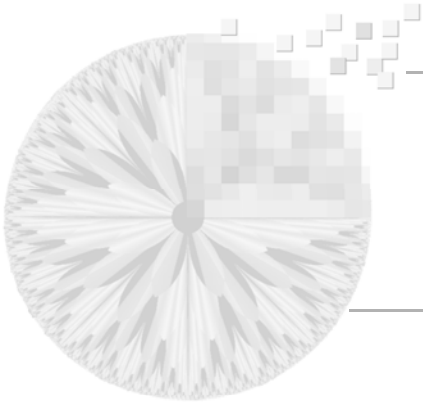
## OSOBI NE 2D DFT TRANSFORMACIJE

Conjugate symmetry	$F(u, v) = F^*(-u, -v)$ $ F(u, v)  =  F(-u, -v) $
Differentiation	$\frac{\partial^n f(x, y)}{\partial x^n} \Leftrightarrow (ju)^n F(u, v)$ $(-jx)^n f(x, y) \Leftrightarrow \frac{\partial^n F(u, v)}{\partial u^n}$
Laplacian	$\nabla^2 f(x, y) \Leftrightarrow -(u^2 + v^2)F(u, v)$
Distributivity	$\mathfrak{S}[f_1(x, y) + f_2(x, y)] = \mathfrak{S}[f_1(x, y)] + \mathfrak{S}[f_2(x, y)]$ $\mathfrak{S}[f_1(x, y) \cdot f_2(x, y)] \neq \mathfrak{S}[f_1(x, y)] \cdot \mathfrak{S}[f_2(x, y)]$
Scaling	$af(x, y) \Leftrightarrow aF(u, v), f(ax, by) \Leftrightarrow \frac{1}{ ab } F(u/a, v/b)$
Rotation	$x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta \quad u = \omega \cos \varphi \quad v = \omega \sin \varphi$ $f(r, \theta + \theta_0) \Leftrightarrow F(\omega, \varphi + \theta_0)$
Periodicity	$F(u, v) = F(u + M, v) = F(u, v + N) = F(u + M, v + N)$ $f(x, y) = f(x + M, y) = f(x, y + N) = f(x + M, y + N)$
Separability	See Eqs. (4.6-14) and (4.6-15). Separability implies that we can compute the 2-D transform of an image by first computing 1-D transforms along each row of the image, and then computing a 1-D transform along each column of this intermediate result. The reverse, columns and then rows, yields the same result.



## OSOBI NE 2D DFT TRANSFORMACIJE

Property	Expression(s)
Computation of the inverse Fourier transform using a forward transform algorithm	$\frac{1}{MN} f^*(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F^*(u, v) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$ <p>This equation indicates that inputting the function <math>F^*(u, v)</math> into an algorithm designed to compute the forward transform (right side of the preceding equation) yields <math>f^*(x, y)/MN</math>. Taking the complex conjugate and multiplying this result by <math>MN</math> gives the desired inverse.</p>
Convolution <sup>†</sup>	$f(x, y) * h(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) h(x - m, y - n)$
Correlation <sup>†</sup>	$f(x, y) \circ h(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f^*(m, n) h(x + m, y + n)$
Convolution theorem <sup>†</sup>	$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) H(u, v);$ $f(x, y) h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) * H(u, v)$
Correlation theorem <sup>†</sup>	$f(x, y) \circ h(x, y) \Leftrightarrow F^*(u, v) H(u, v);$ $f^*(x, y) h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) \circ H(u, v)$



## OSOBI NE 2D DFT TRANSFORMACIJE

Some useful FT pairs:

*Impulse*  $\delta(x, y) \Leftrightarrow 1$

*Gaussian*  $A\sqrt{2\pi}\sigma e^{-2\pi^2\sigma^2(x^2+y^2)} \Leftrightarrow Ae^{-(u^2+v^2)/2\sigma^2}$

*Rectangle*  $\text{rect}[a, b] \Leftrightarrow ab \frac{\sin(\pi ua)}{(\pi ua)} \frac{\sin(\pi vb)}{(\pi vb)} e^{-j\pi(ua+vb)}$

*Cosine*  $\cos(2\pi u_0 x + 2\pi v_0 y) \Leftrightarrow$   
 $\frac{1}{2} [\delta(u + u_0, v + v_0) + \delta(u - u_0, v - v_0)]$

*Sine*  $\sin(2\pi u_0 x + 2\pi v_0 y) \Leftrightarrow$   
 $j \frac{1}{2} [\delta(u + u_0, v + v_0) - \delta(u - u_0, v - v_0)]$

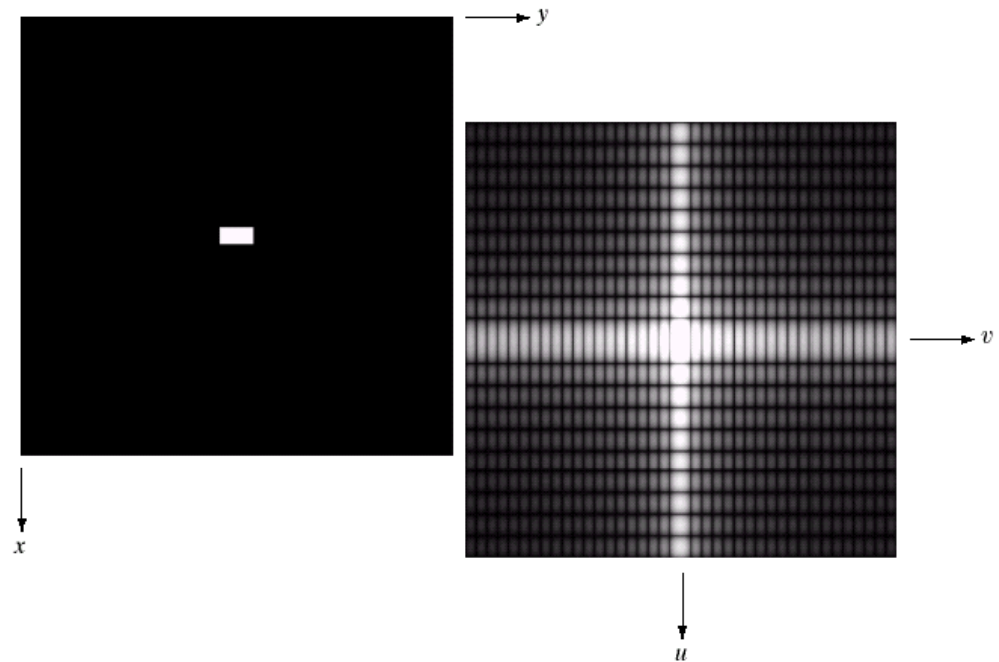
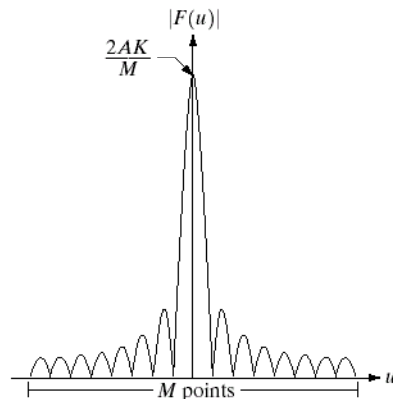
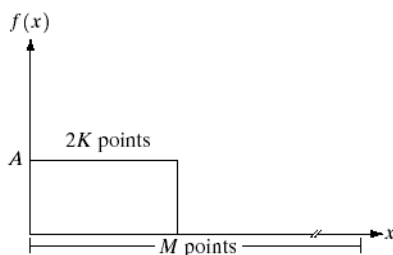
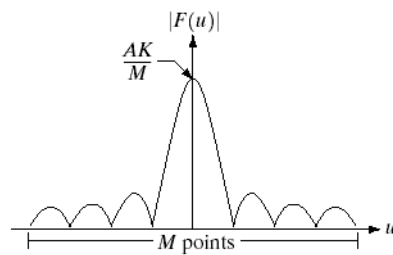
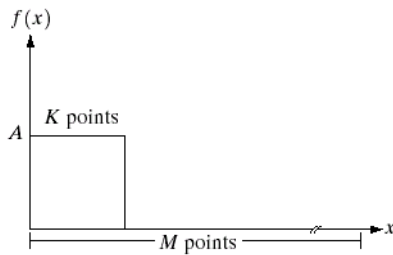
† Assumes that functions have been extended by zero padding.





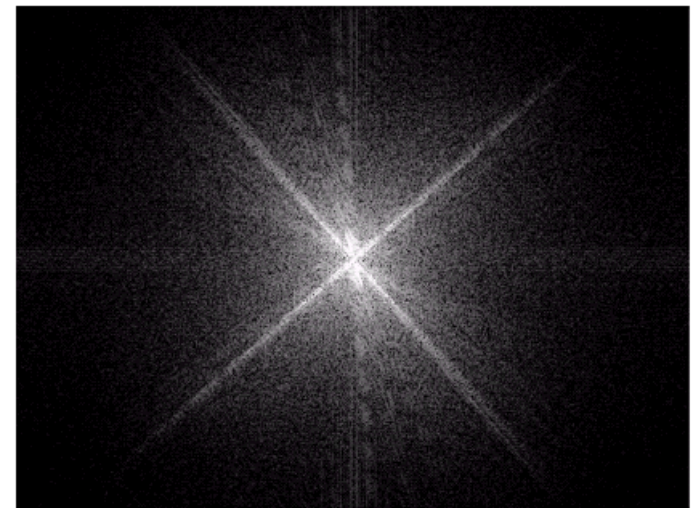
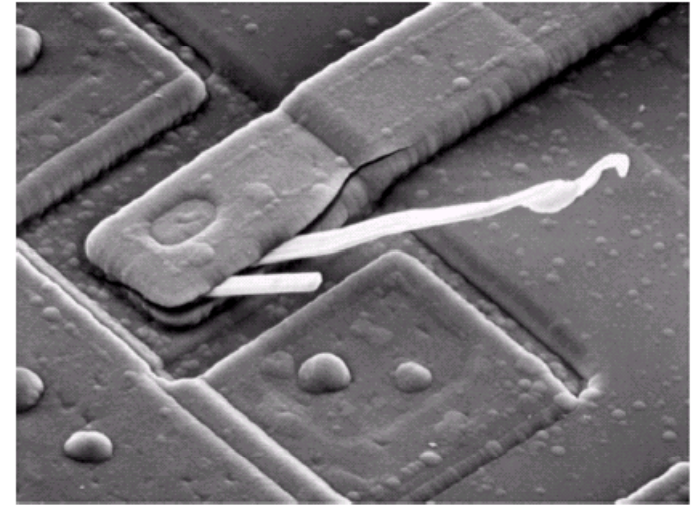
## 2D DFT TRANSFORMACIJA

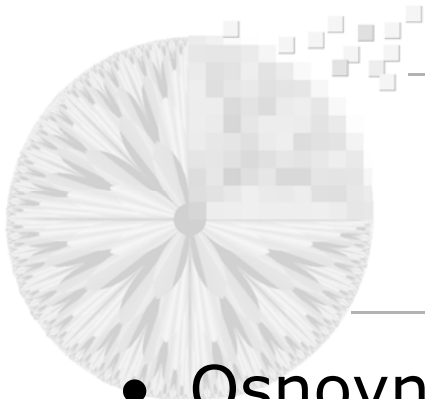
- Veza širine impulsa u prostoru i širine spektra
  - Širina impulsa po datoj koordinati slike obrnuto je proporcionalna širini spektra po toj koordinati
  - Potpuna analogija sa 1D signalom i njegovim spektrom



## 2D SPEKTAR

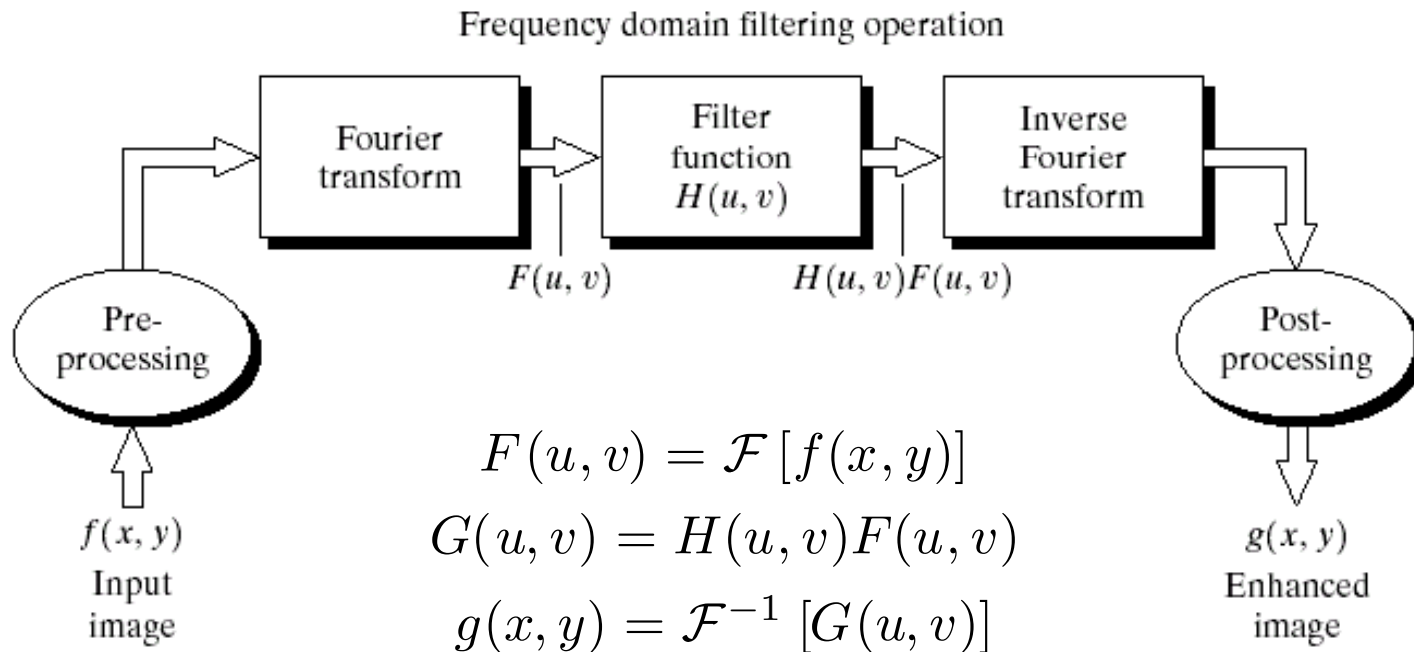
- Spektar slike integrisanog kola
  - U slici dominiraju ivice u pravcima od  $45^\circ$ , pa shodno tome i u spektru postoje značajne dijagonalne komponente
  - Beli oksid na mestu oštećenja prostire se po pravcu koji je blizak horizontalnom, dok je po vertikali veoma uzak
  - U spektru se uočava nedostatak horizontalne komponente, dok je veritkalna malo zakošena i ima periodične nule



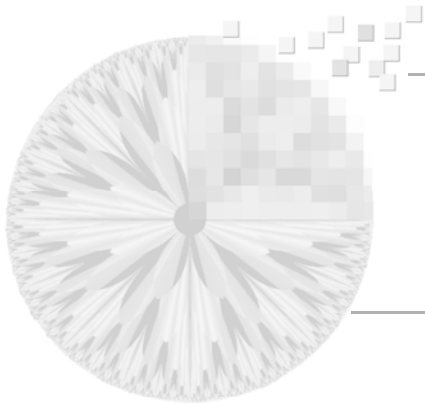


## FILTRIRANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Osnovni koncept

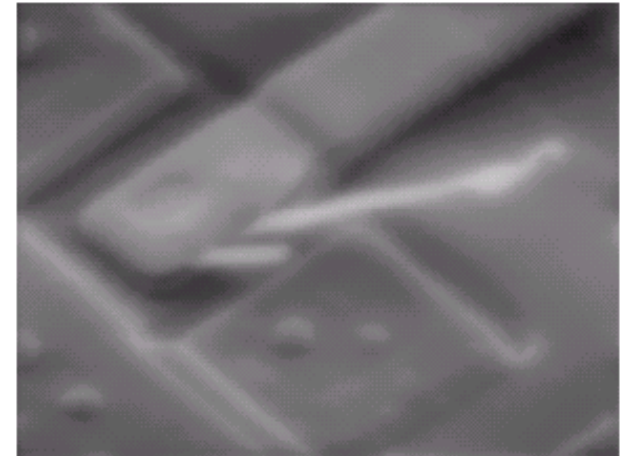
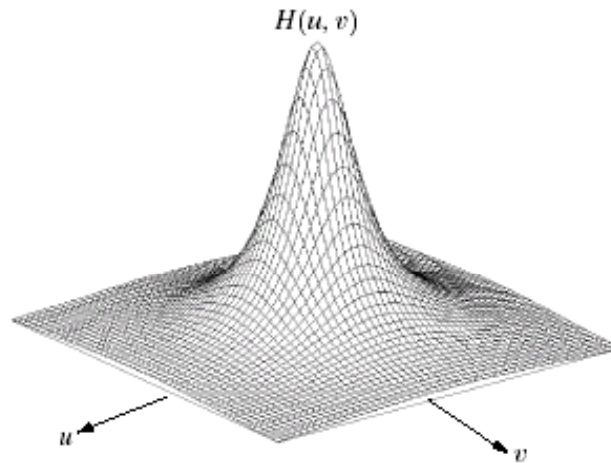


- Pred- i post-obrada uključuju različite operacije: centriranje spektra, kropovanje slike na parnu dimenziju, transformaciju intenziteta slike, celobrojno zaokruživanje, itd.

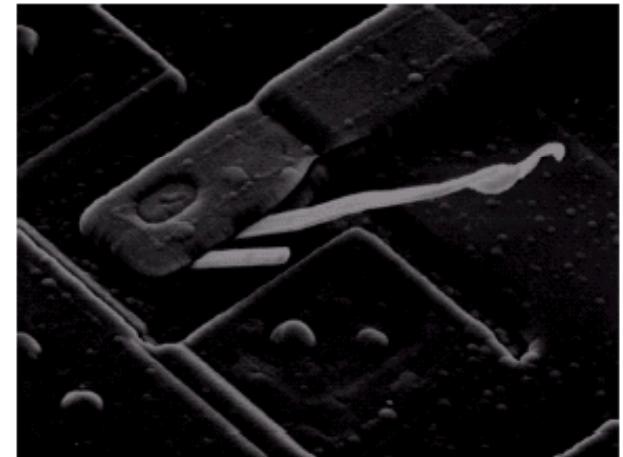
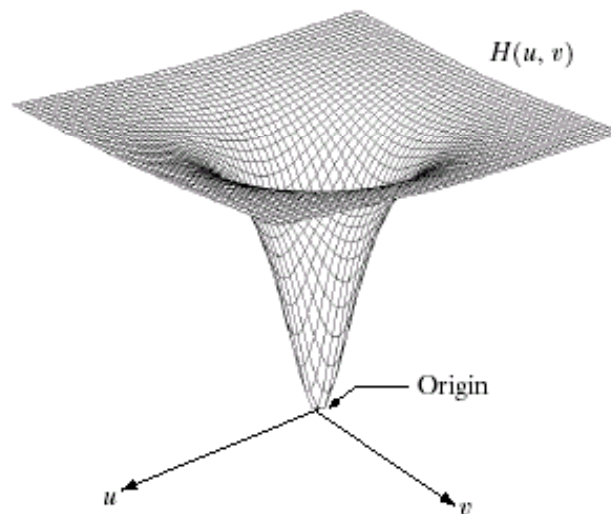


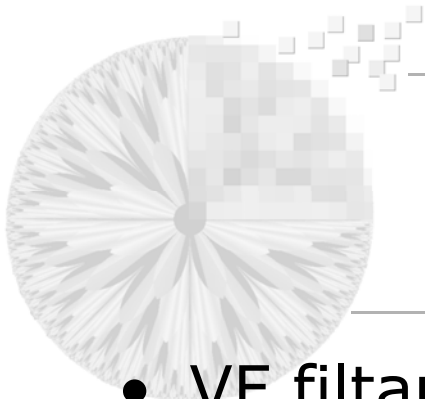
# FILTRIRANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- NF filter



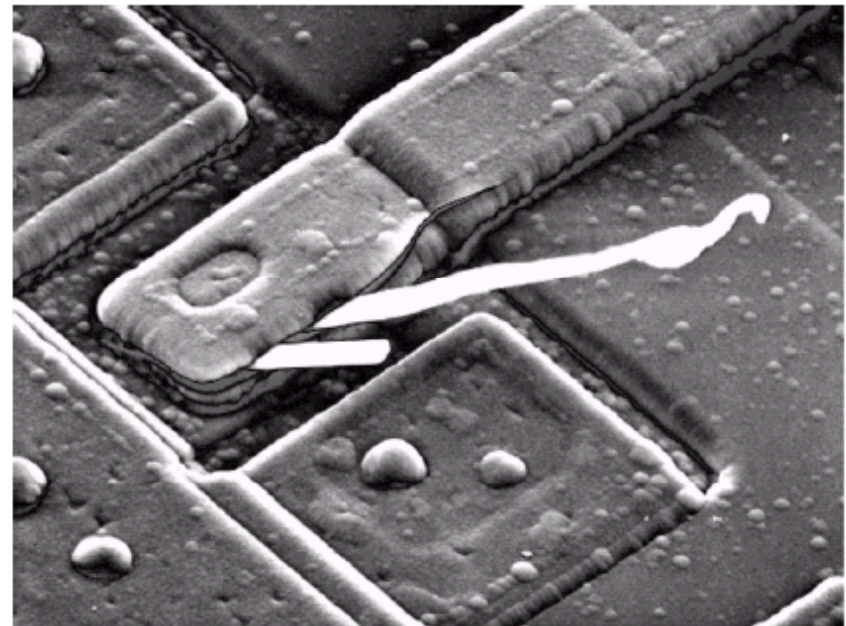
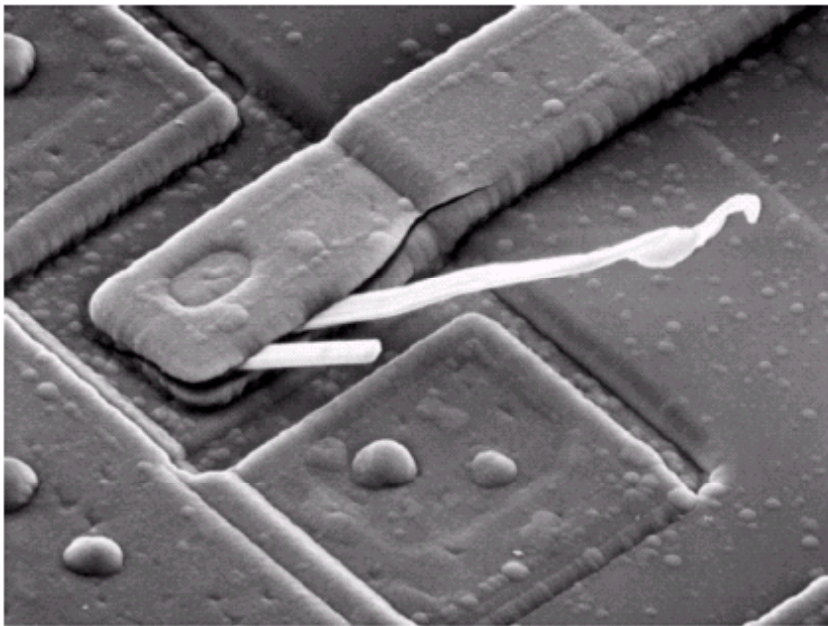
- VF filter

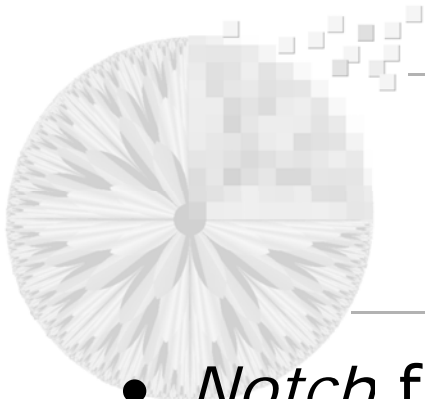




## FILTRIRANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

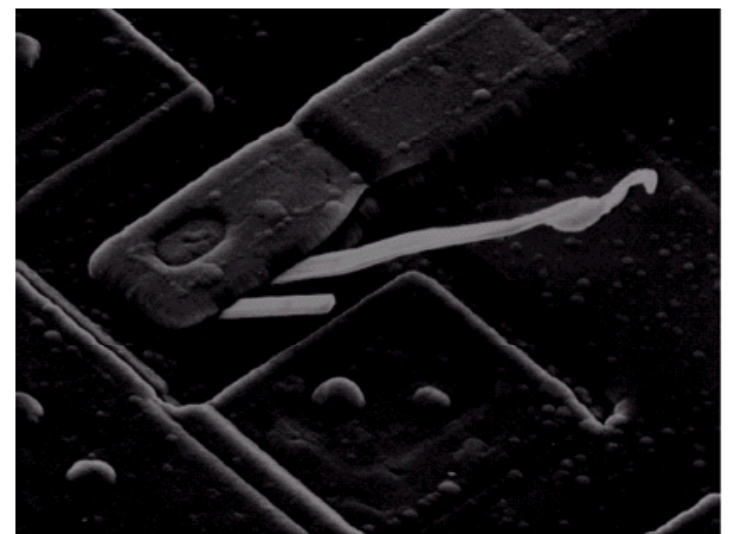
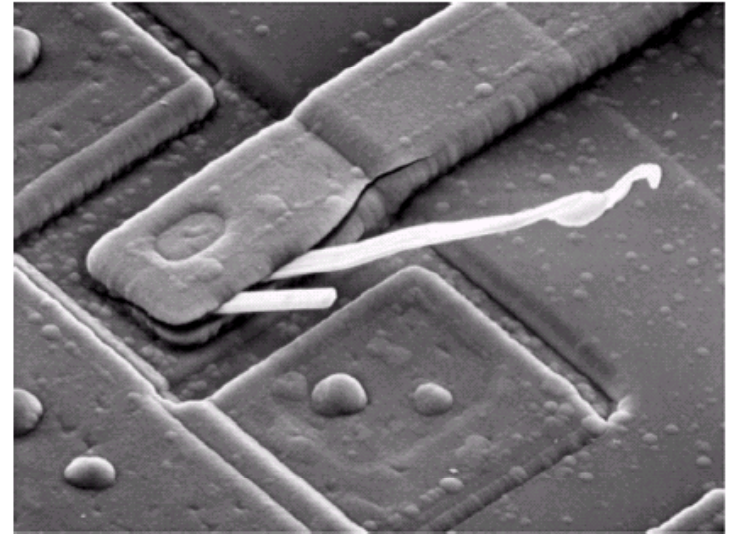
- VF filter
  - Dodavanjem konstante koja je jednaka polovini visine karakteristike VF filtra dobija se slika u opsegu originalne
  - U poređenju sa originalnom slikom, uočava se naglašenost detalja (VF komponente slike)





## FILTRIRANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- *Notch* filter
    - Ukida jednosmernu komponentu slike
    - Ime je dobio po tome što karakteristika ima rupu u sredini
- $$H(u, v) = \begin{cases} 0, & (u, v) = (M/2, N/2) \\ 1, & (u, v) \neq (M/2, N/2) \end{cases}$$
- Negativne vrednosti nije moguće prikazati pa se kao najmanja vrednost slike uzima 0



## VEZA IZMEĐU FILTRIRANJA U PROSTORNOM I FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Za linearne filtre koji se modeluju konvolucijom važe uobičajene veze koje postoje i u 1D domenu
- 2D diskretna konvolucija definiše se slično kao i 1D

$$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v)H(u, v)$$

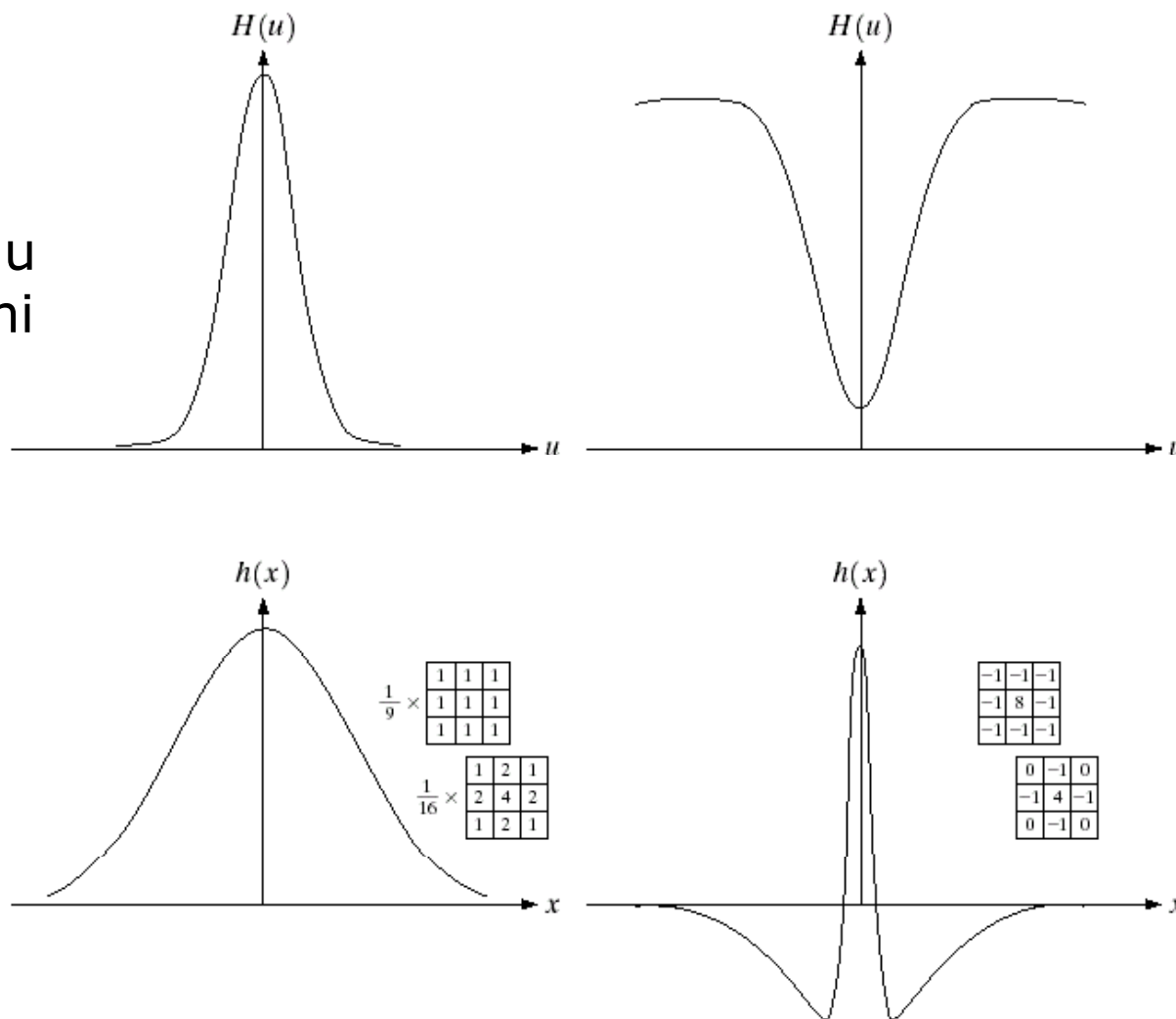
$$f(x, y)h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) * H(u, v)$$

$$f(x, y) * h(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n)h(x - m, y - n)$$

- U slučaju nelinearnih filtara ove se veze ne mogu uspostaviti, pa se samim tim ne može ni realizovati nelinearno filtriranje u frekvencijskom domenu

# VEZA IZMEĐU FILTRIRANJA U PROSTORNOM I FREKVENCIJSKOM DOMENU

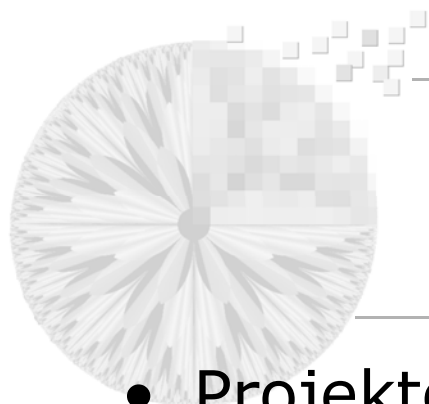
- NF i VF filtri
  - Prelaskom u prostorni domen dobijaju se prozori slični onima koji su već definisani kod poboljšanja slike u prostornom domenu





## VEZA IZMEĐU FILTRIRANJA U PROSTORNOM I FREKVENCIJSKOM DOMENU

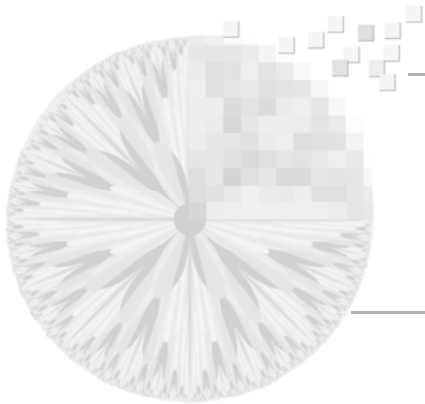
- Projektovanje filtara u frekvencijskom domenu
  - Intuitivno je lakše definisati parametre filtra (gabarite)
    - Neke filtre koji su trivijalni u frekvencijskom domenu, gotovo je nemoguće definisati ih u prostornom
  - Nakon projektovanja filtra u frekvencijskom domenu, uvek je moguće preći u prostorni pronalaženjem impulsnog odziva (maske) filtra na osnovu inverzne 2D DFT
- Relizacija filtara u frekvencijskom domenu
  - Zahvaljujući postojanju brze Furijeove transformacije FFT, već za relativno male dimenzije slike  $M$  i  $N$ , složenost realizacije filtra u frekvencijskom domenu postaje manja nego u prostornom
    - U 1D slučaju već za veličinu 32 FFT metoda filtriranja postaje brža nego prostorna



## FILTRIRANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Projektovanje filtara u frekvencijskom domenu
- Razmatraju se tri tipa filtra
  - Idealni
  - Batervortov (*Butterworth*)
  - Gausov
    - Najoštriju karakteristiku ima idealni, a najblažu Gausov
    - U zavisnosti od reda, Batervortov može biti bliži idealnom ili Gausovom filtru
- Karakteristike svih filtara definišu se preko Euklidskog rastojanja  $D(u,v)$  od centra frekvencijske ravni sa koordinatama  $(u,v)=(M/2,N/2)$

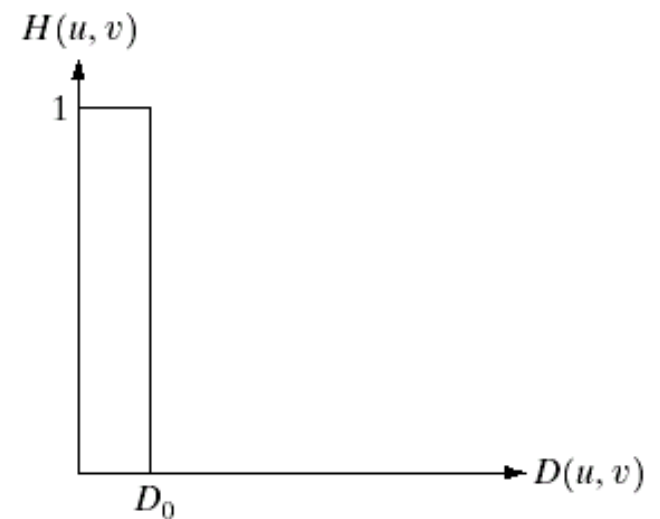
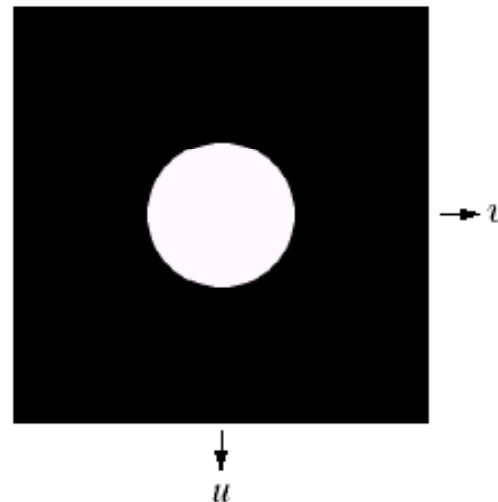
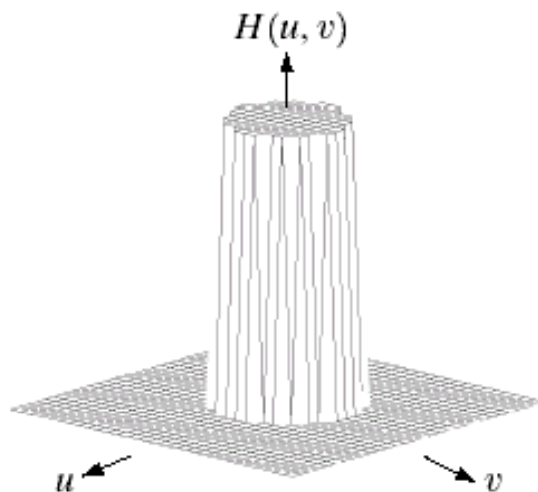
$$D(u,v) = \sqrt{(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2}$$



## UBLAŽAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

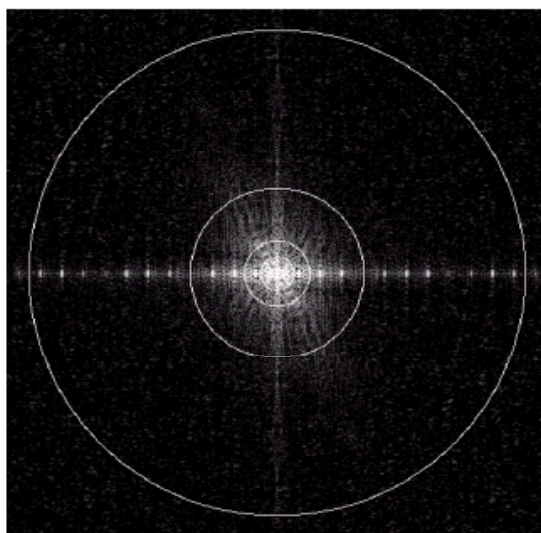
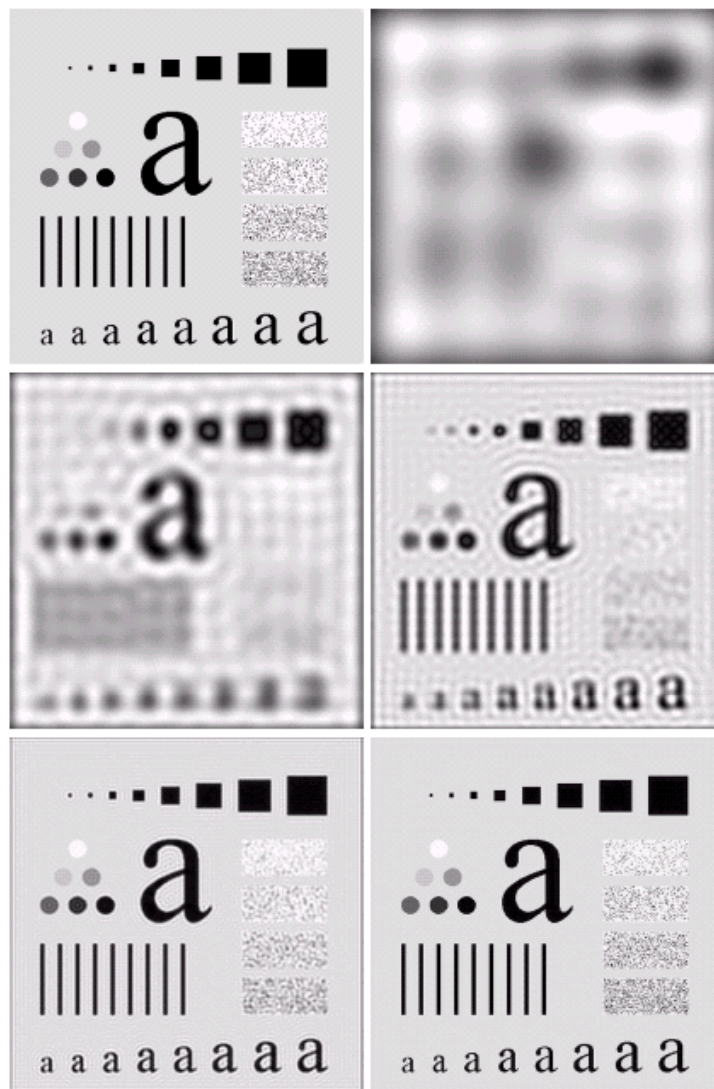
- Idealni NF filter
  - Komponente spektra unutar kruga poluprečnika  $D_0$  ostaju nepromenjene, dok se ostale eliminišu

$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$



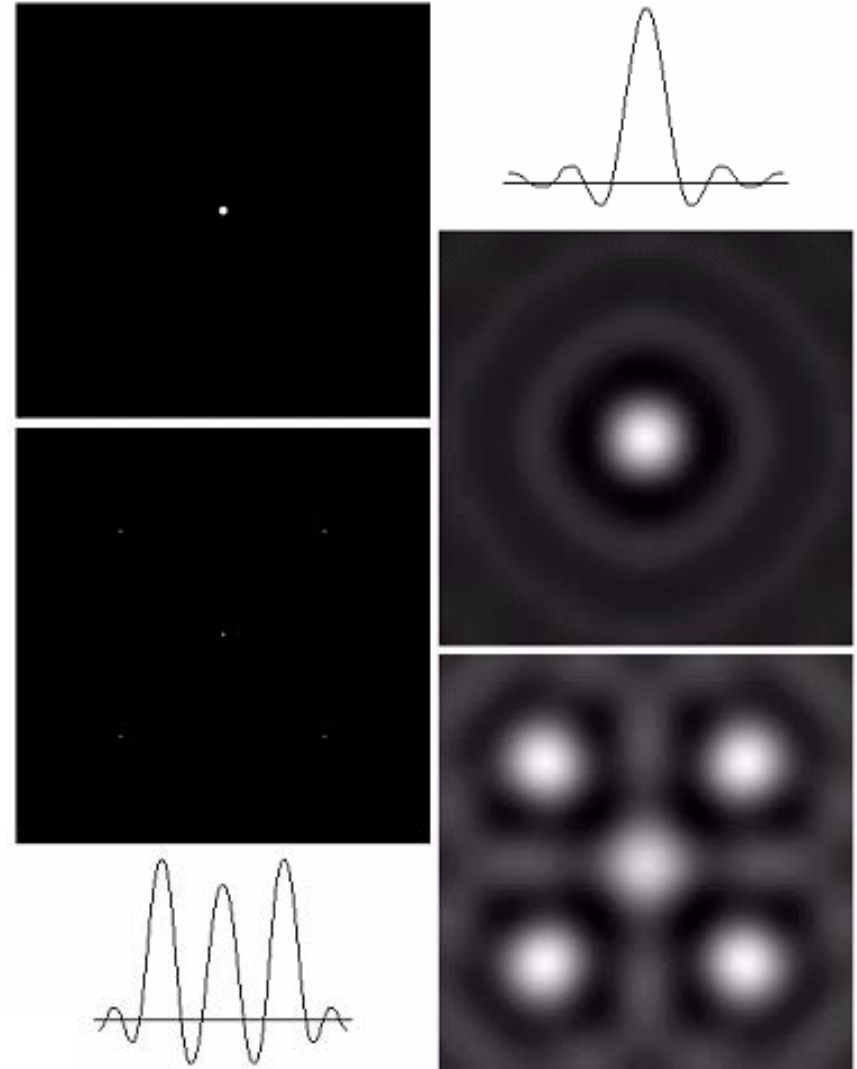
## IDEALNI NF FILTAR

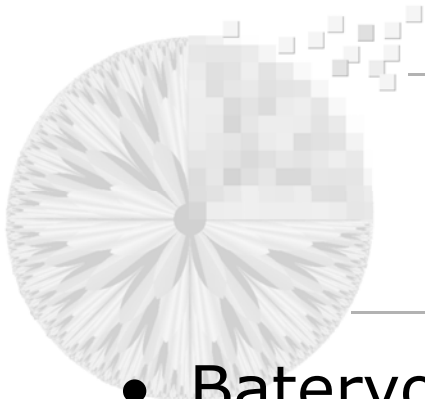
- Spektar originalne slike sa koncentričnim krugovima  
Poluprečnik kruga / procenat snage  
5/92.0, 15/94.6, 30/96.4, 80/98.0, 230/99.5
- Originalna slika (gore levo) i slike filtrirane idealnim NF filtrima sa datim graničnim učestanostima
- Efekti idealnog NF filtra u prostornom domenu:
  - Ublažavanje slike (*smoothing*)
  - Zvonjava (*ringing*)



## IDEALNI NF FILTAR

- Ublažavanje i zvonjava
  - Impulsni odziv idealnog NF filtra je oblika  $(\sin x)/x$ ,
  - Primer 1 (gore)
    - Prenosna karakteristika idealnog NF filtra poluprečnika  $D_0 = 5$ ,
    - 2D impulsni odziv i njegov poprečni presek
  - Primer 2 (dole)
    - Crna podloga sa 5 belih izolovanih piksela
    - Rezultat filtriranja idealnim NF filtrom - 2D slika i njen dijagonalni presek

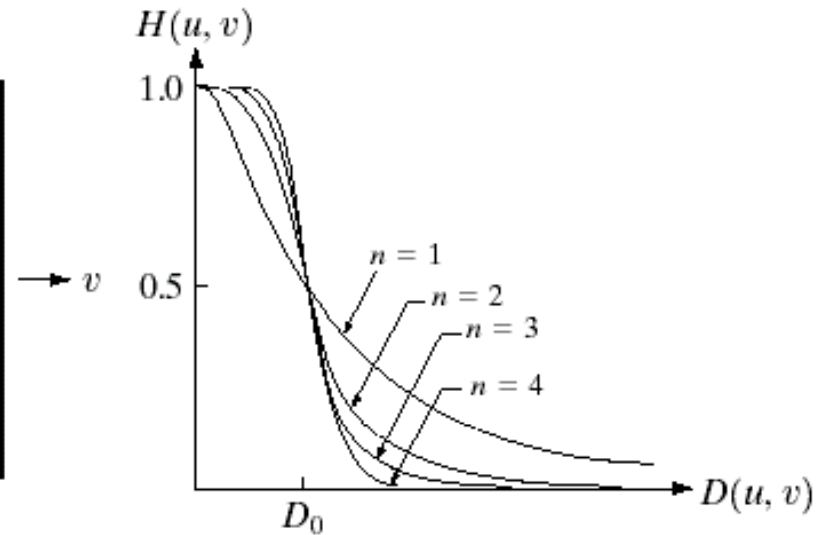
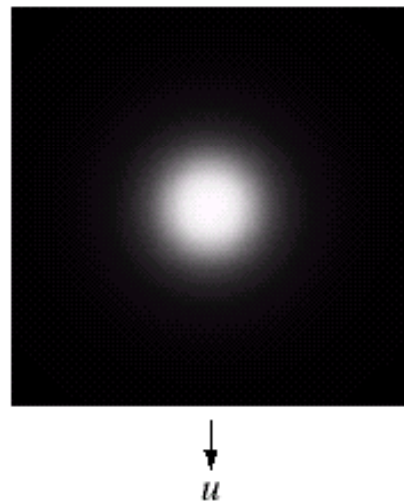
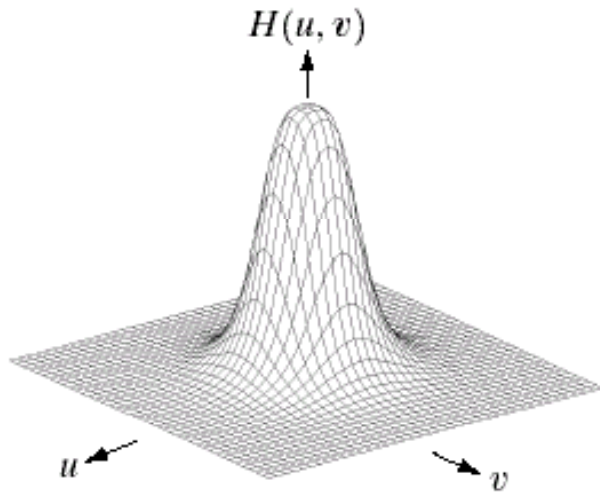


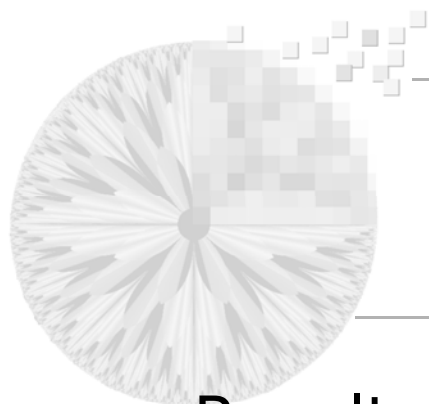


## UBLAŽAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Batervortov NF filtar
  - Nagib prenosne karakteristike filtra zavisi od reda filtra  $n$
  - Kada  $n \rightarrow \infty$ , teži idealnom NF filtru

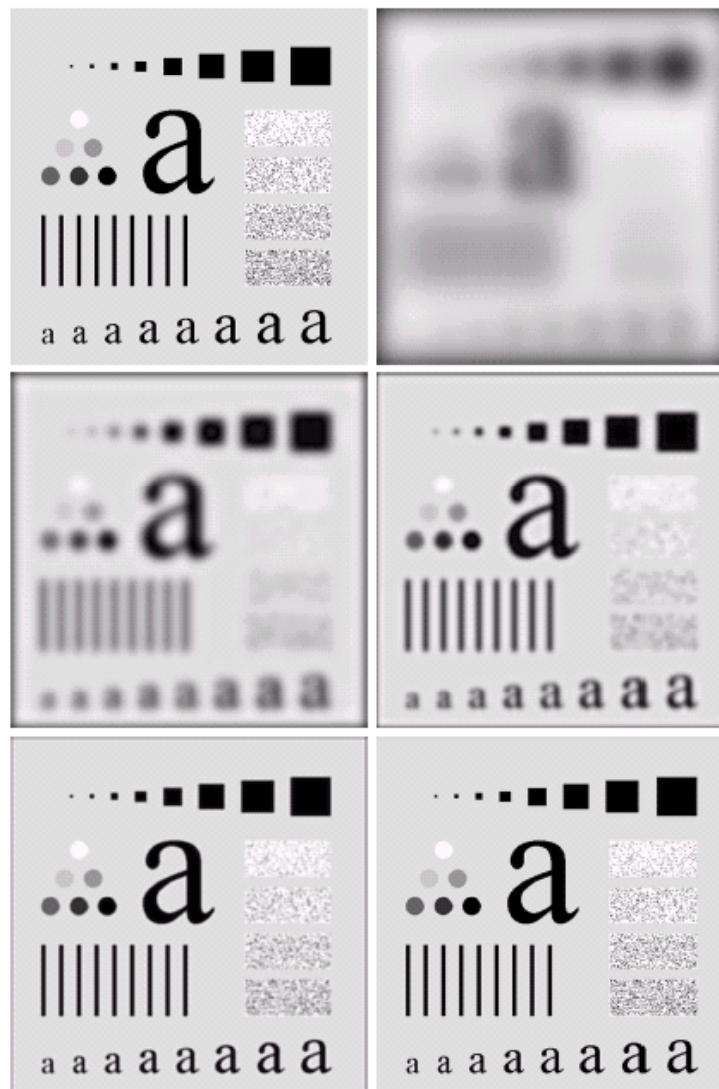
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$$





## BATERVORTOV NF FILTER

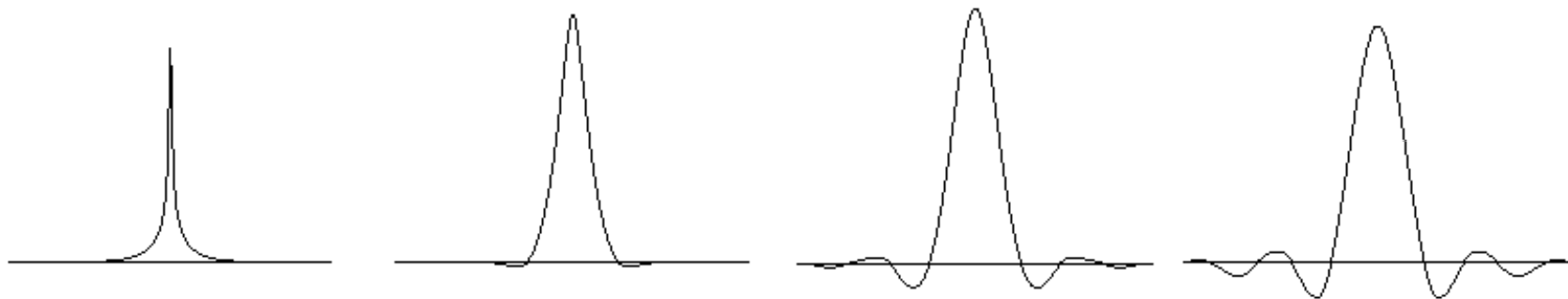
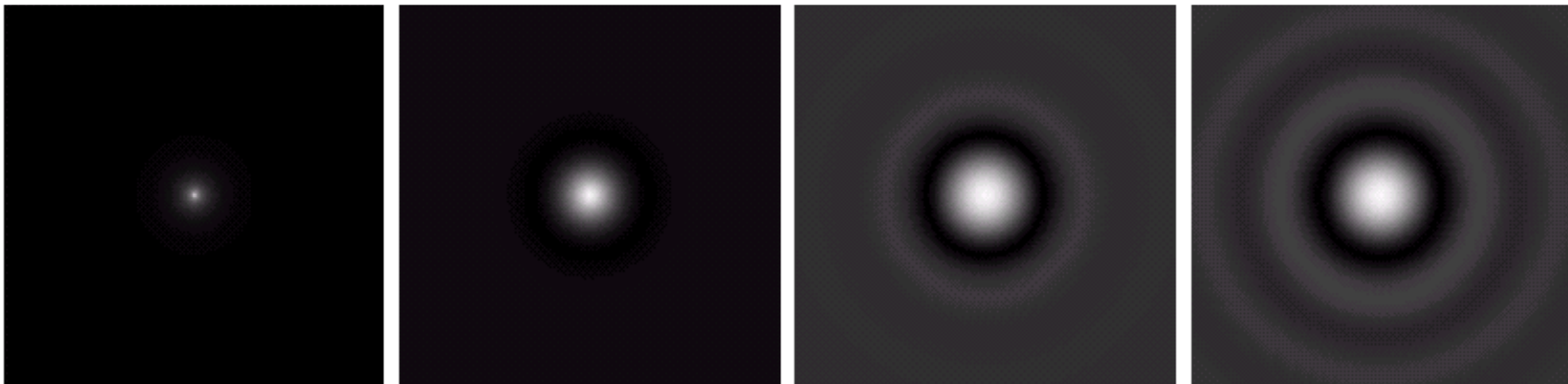
- Rezultati filtriranja za  $n=2$ 
  - Originalna slika (gore levo)
  - Granične učestanosti  $D_0$  kao u slučaju idealnog NF filtra: 5, 15, 30, 80, 230
  - Zamućenost (*blur*) opada sa porastom granične učestanosti
  - Zvonjava (*ringing*) nije uočljiva ni u jednom slučaju – razlog je mala strmina karakteristike Batervortovog filtra drugog reda



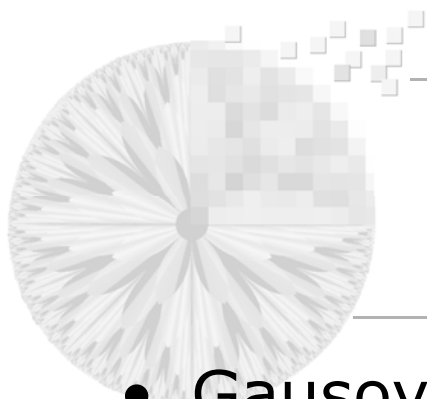


## BATERVORTOV NF FILTER

- Uticaj reda Batervortovog filtra na zvonjavu
  - Impulsni odzivi filtra za četiri različite vrednosti reda  $n=1,2,5,20$  pri istoj graničnoj učestanosti  $D_0$



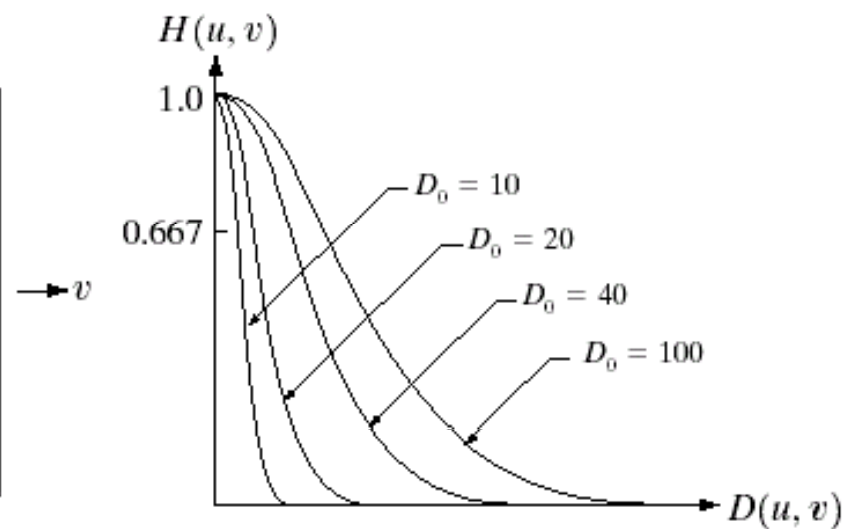
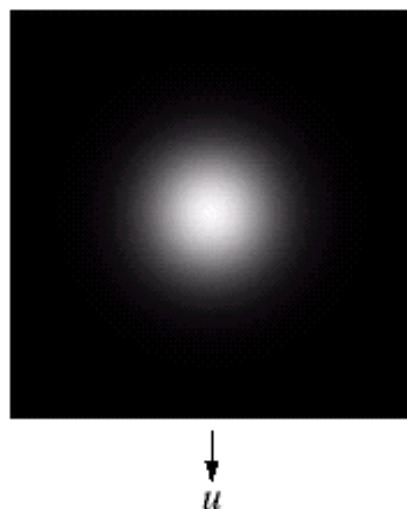
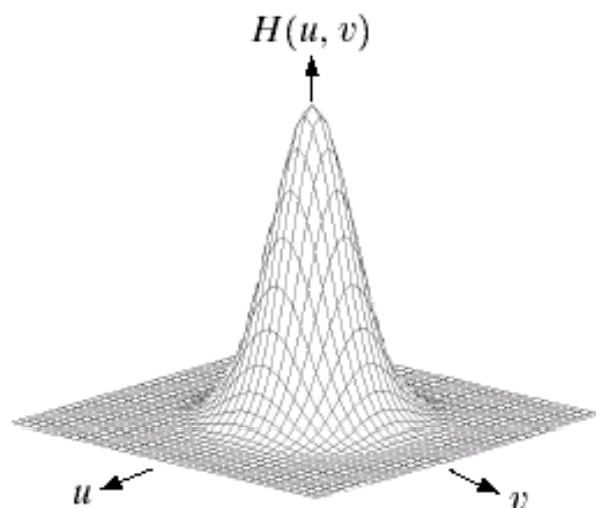




## UBLAŽAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

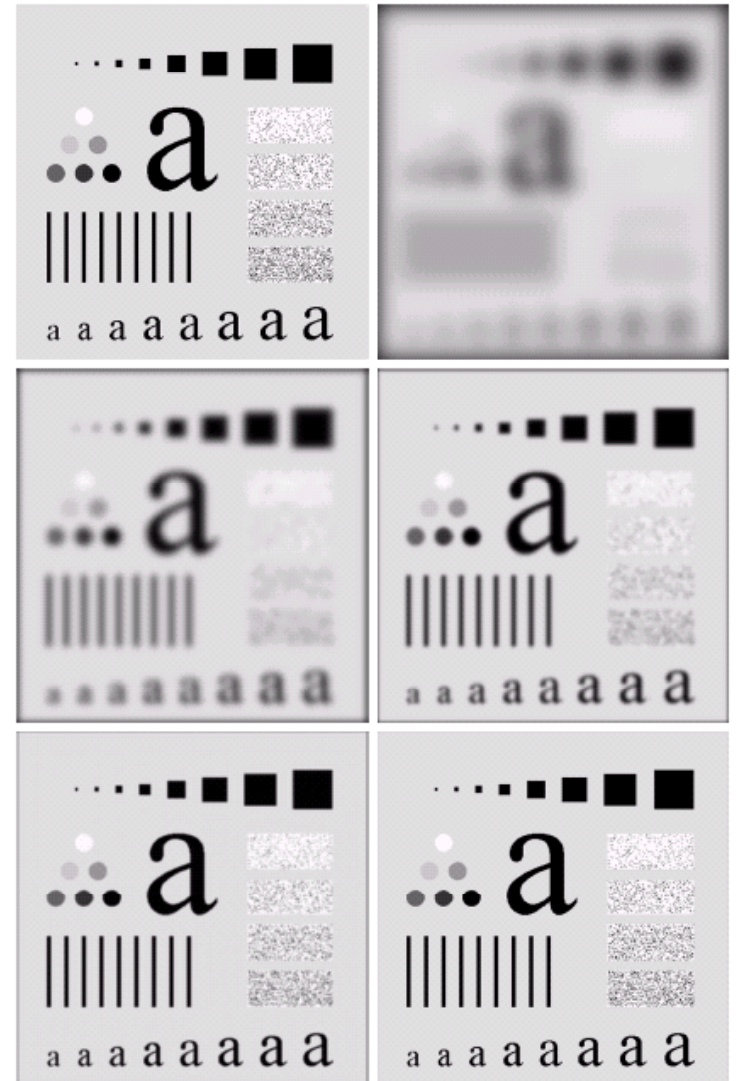
- Gausov NF filter
  - Impulsni odziv filtra sa Gausovom prenosnom karakteristikom takođe ima oblik Gausove krive
  - Efekat zvonjave nikada se ne javlja kod Gausovog filtra

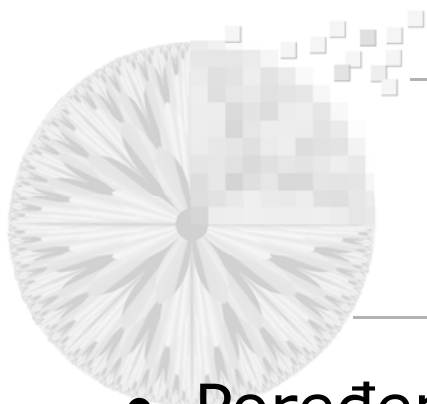
$$H(u, v) = e^{-D^2(u,v)/2\sigma^2} = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$



## GAUSOV NF FILTAR

- Rezultati filtriranja
  - Originalna slika (gore levo)
  - Granične učestanosti  $D_0$  kao u slučaju idealnog i Batervortovog NF filtra: 5, 15, 30, 80, 230
  - Sigurno nema zvonjave jer impulsni odziv Gausovog filtra nema oscilatorni karakter
  - Manji efekat ublažavanja nego Batervortov filter (primer 15) zbog manje strmine prenosne karakteristike





## UBLAŽAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Poređenje filtara: idealni, Batervortov, Gausov

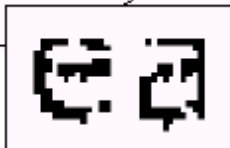




## UBLAŽAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Primeri ublažavanja slike – “OCR”
  - Skenirani ili kopirani dokumenti sadrže karaktere koji su nepovezani, što otežava automatsko prepoznavanje teksta
  - Ublažavanjem slike Gausovim filtrom sa graničnom učestanošću  $D_0=80$  karakteri u tekstu postaju povezani

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

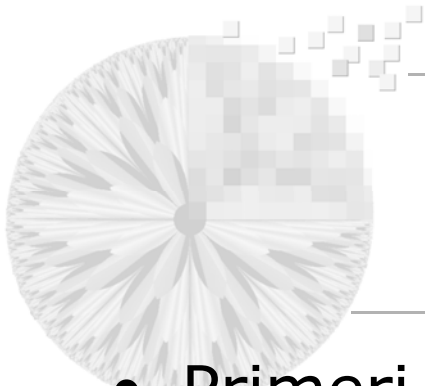




## UBLAŽAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

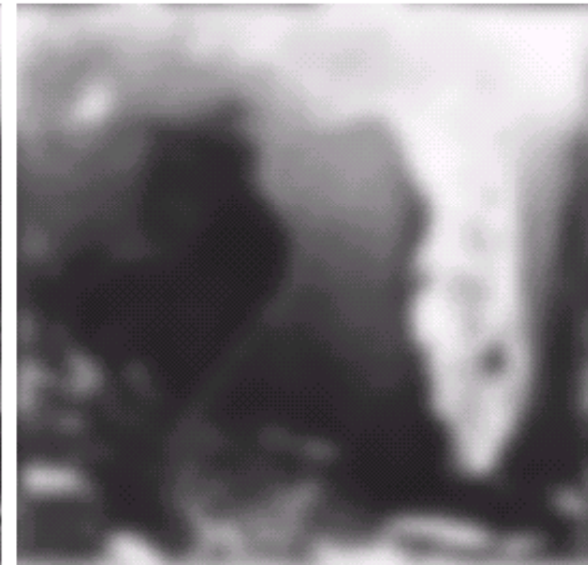
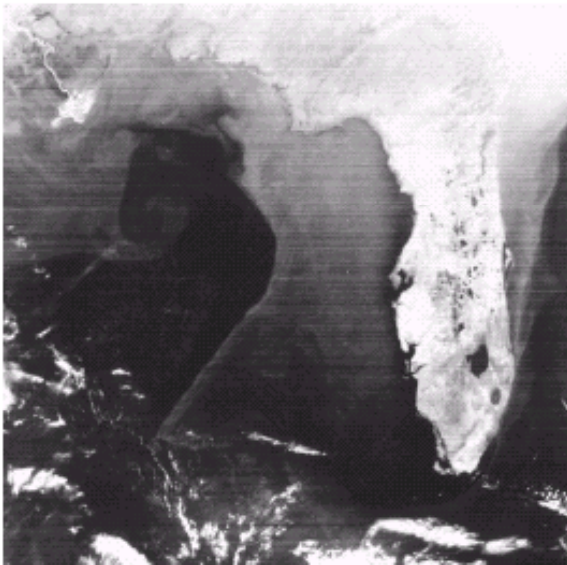
- Primeri ublažavanja slike – “kozmetika”
  - Ublažavanjem slike Gausovim filtrom sa  $D_0=100$  tj.  $D_0=80$  uklanjaju se bore oko očiju





## UBLAŽAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Primeri ublažavanja slike – “VHRR”
  - Radio slika dela meksičkog zaliva i Floride, gde je usled prirode skeniranja došlo do pojave horizontalnih linija
  - Ublažavanje slike Gausovim filtrom sa  $D_0=30$  smanjuje izraženost linija i omogućava dalju obradu slike
  - Gausov filter sa  $D_0=10$  uklanja sitne objekte u slici

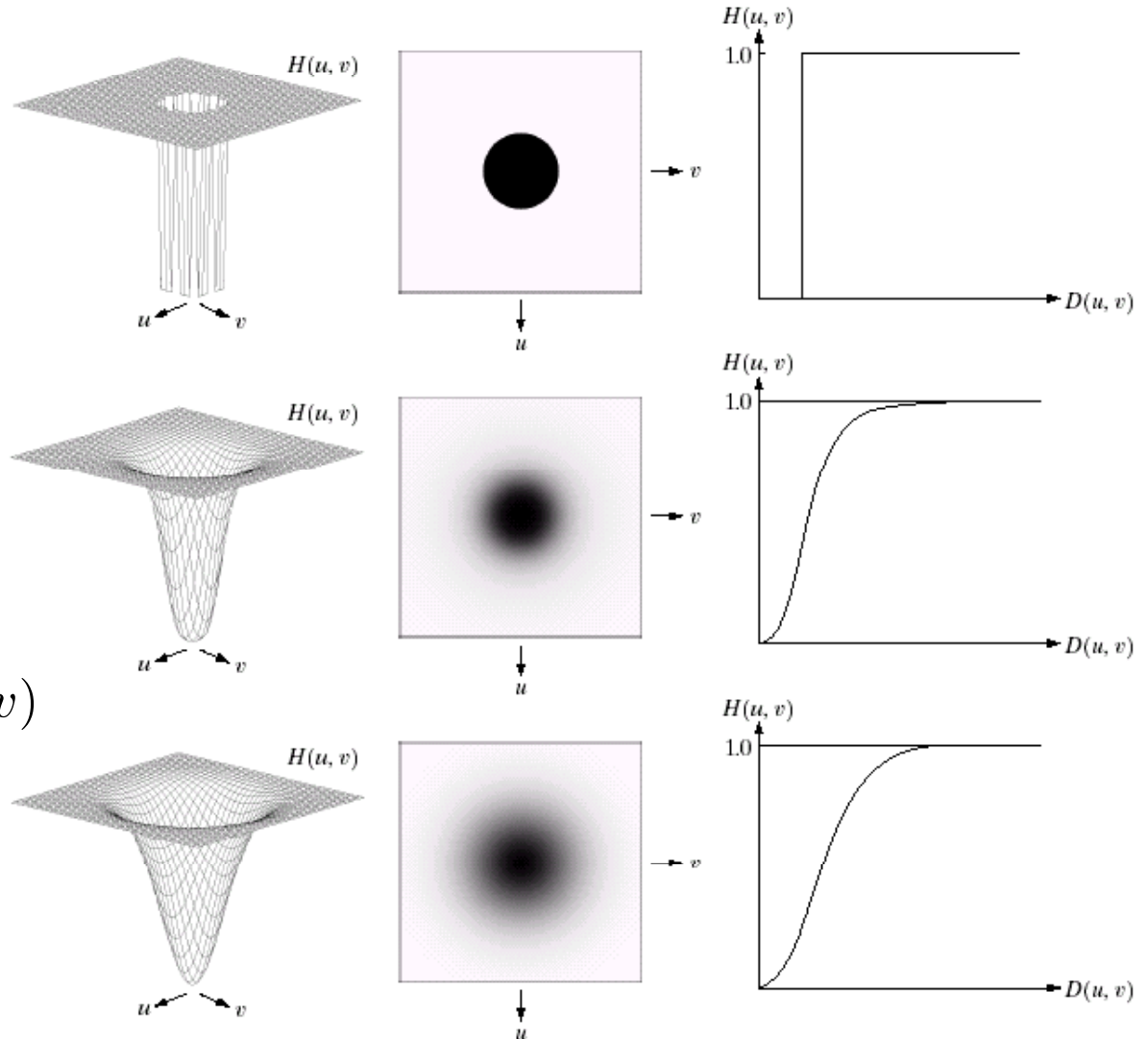


# IZOŠTRAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU



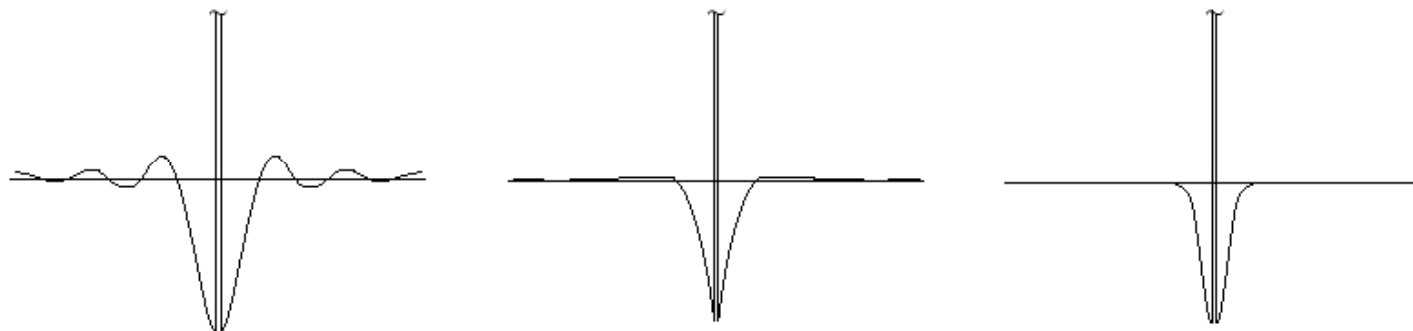
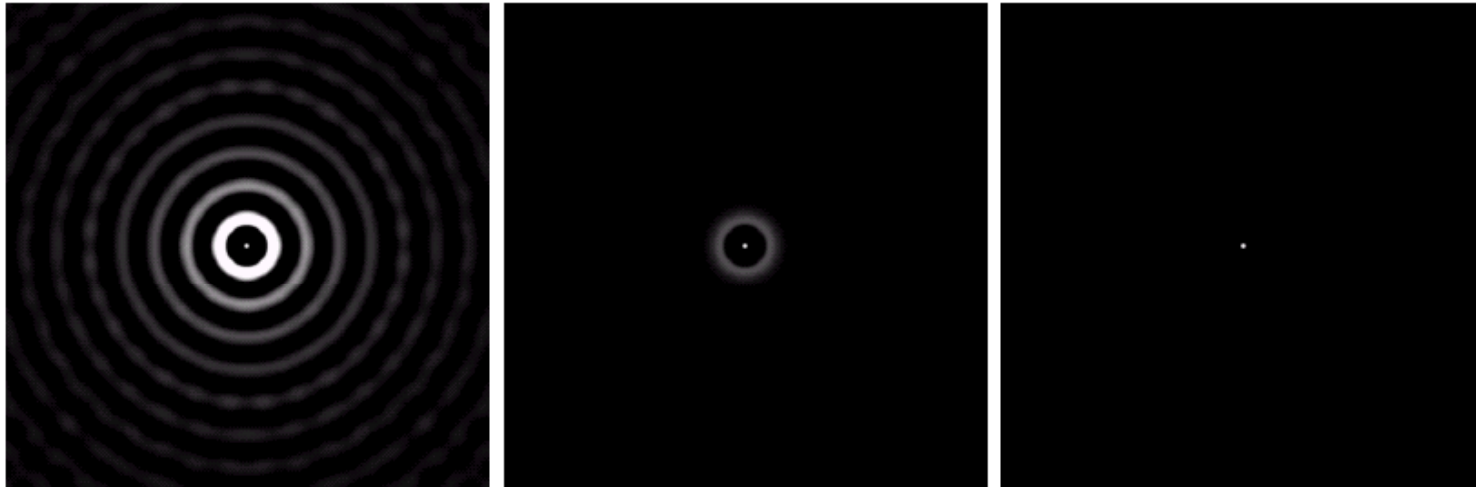
- VF filtri
  - Tri tipa filtara:
    - Idealni
    - Batervortov
    - Gausov
  - Dobijaju se inverzijom karakteristika NF filtara

$$H_{VF}(u, v) = 1 - H_{NF}(u, v)$$



## VF FILTRI

- Impulsni odzivi: idealni, Batervortov, Gausov
  - Batervortov je prelaz između idealnog i Gausovog filtra





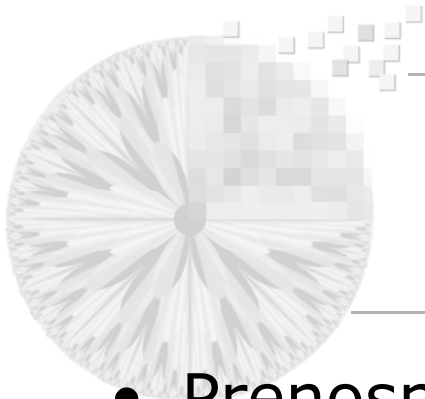
## IDEALNI VF FILTER

- Prenosna karakteristika

$$H(u, v) = \begin{cases} 0, & D(u, v) \leq D_0 \\ 1, & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

- Rezultati filtriranja idealnim VF filtrom sa graničnim učestanostima  $D_0=15, 30, 80$
- Zvonjava je veoma izražena (ivice velikog "a" su spojene)



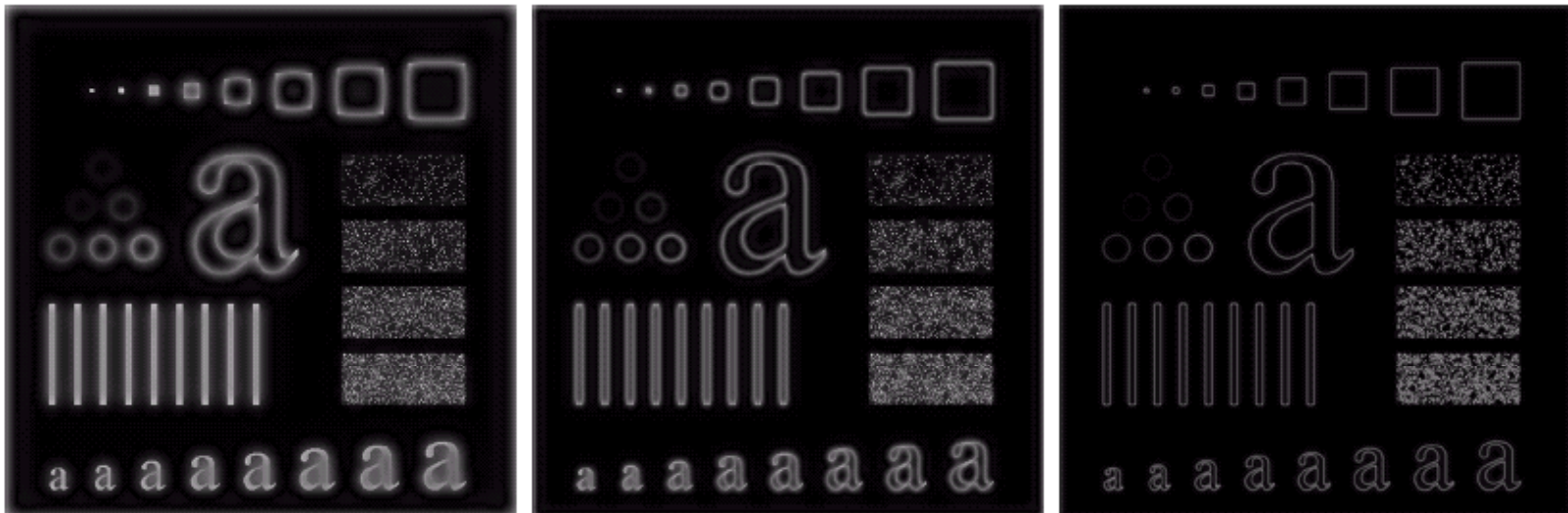


## BATERVORTOV VF FILTER

- Prenosna karakteristika

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u, v)]^{2n}}$$

- Rezultati filtriranja Batervortovim VF filtrom drugog reda ( $n=2$ ) sa graničnim učestanostima  $D_0=15, 30, 80$
- Mnogo bolji rezultati nego u slučaju idealnog VF filtra



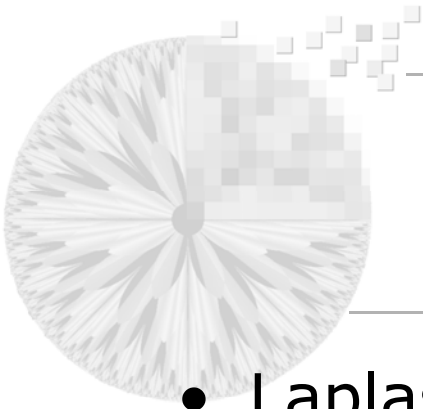
## GAUSOV VF FILTAR

- Prenosna karakteristika

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}$$

- Rezultati filtriranja Gausovim VF filtrom sa graničnim učestanostima  $D_0=15, 30, 80$
- Dobijaju se najbolji rezultati (stomak malih slova "a")





## IZOŠTRAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Laplasijan u frekvencijskom domenu

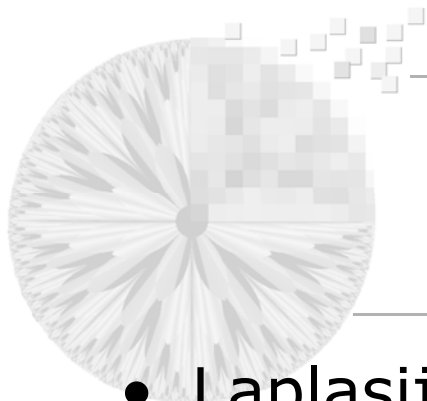
$$\mathcal{F} \left[ \frac{d^n f(x)}{dx^n} \right] = (ju)^n F(u),$$

$$\mathcal{F} \left[ \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \right] = (ju)^2 F(u, v) + (jv)^2 F(u, v),$$

$$\mathcal{F} [\nabla^2 f(x, y)] = -(u^2 + v^2) F(u, v),$$

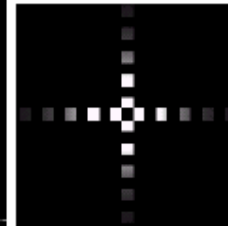
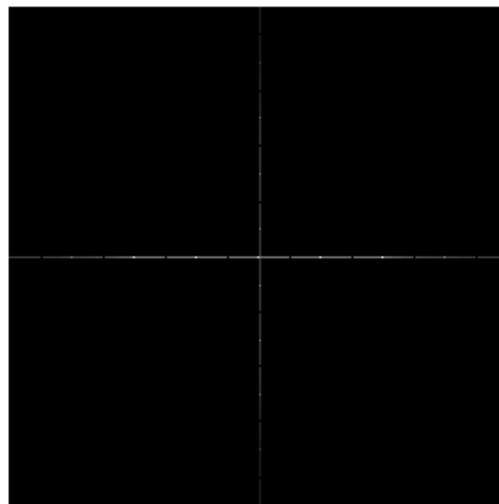
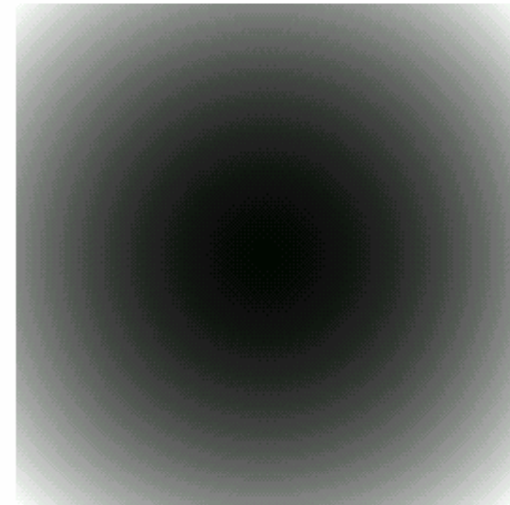
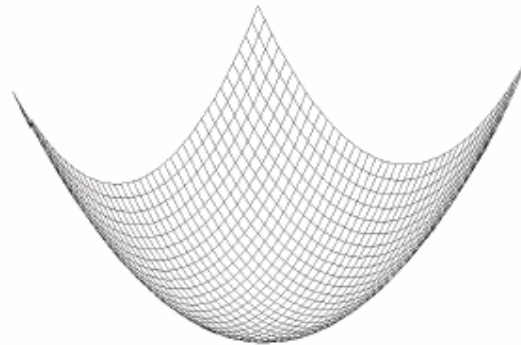
$$H(u, v) = -(u^2 + v^2),$$

$$H(u, v) = - \left[ (u - M/2)^2 + (v - N/2)^2 \right]$$

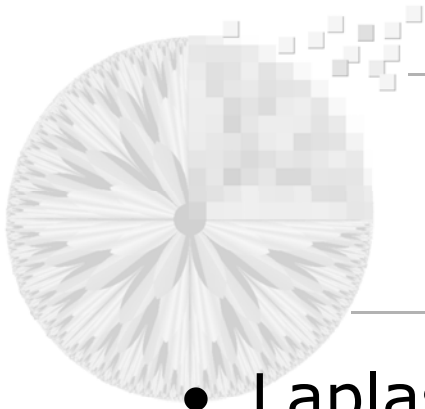


# IZOŠTRAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Laplasijan
- 3D i 2D frekvencijska karakteristika Laplasijana
- 2D prostorna karakteristika Laplasijana i uvećan centralni detalj
- 1D odziv i odgovarajuća 2D maska

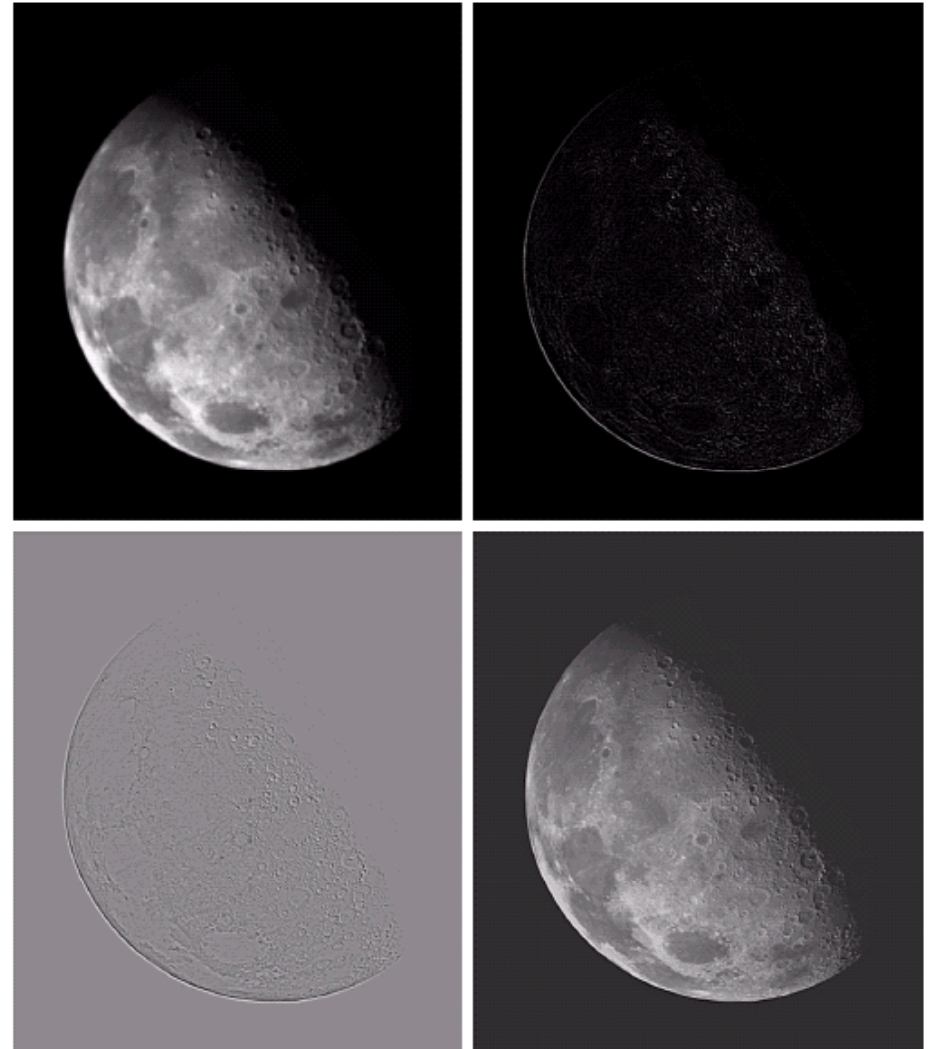


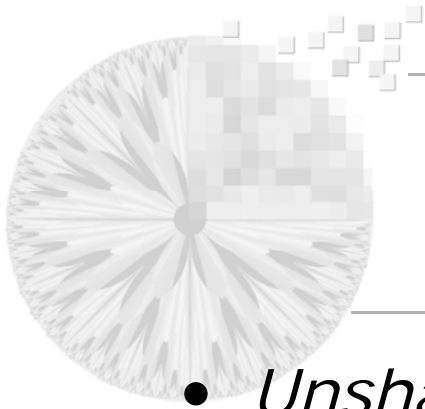
0	1	0
1	-4	1
0	1	0



## IZOŠTRAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Laplasijan u frekvencijskom domenu
  - Severni pol Meseca
  - Slika nakon filtriranja Laplasijanom i slika preskalirana u cilju prikaza
  - Konačna slika u kojoj su detalji mnogo oštrije
  - Rezultat je isti kao i onaj dobijen preko Laplasijana u prostornom domenu





## IZOŠTRAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

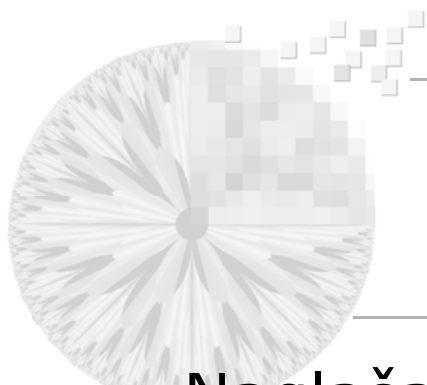
- *Unsharp masking* u frekvencijskom domenu

$$f_s(x, y) = \frac{c}{2c - 1} f(x, y) - \frac{1 - c}{2c - 1} \bar{f}(x, y),$$

$$\begin{aligned} F_s(u, v) &= \frac{c}{2c - 1} F(u, v) - \frac{1 - c}{2c - 1} F_{NF}(u, v) \\ &= \frac{cF(u, v) - (1 - c)H_{NF}(u, v)F(u, v)}{2c - 1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_s(u, v) &= \frac{F_s(u, v)}{F(u, v)} = \frac{c - H_{NF}(u, v) + cH_{NF}(u, v)}{2c - 1} \\ &= \frac{c - 1 + 1 - H_{NF}(u, v) + c[1 - 1 + H_{NF}(u, v)]}{2c - 1} \\ &= \frac{2c - 1 + H_{VF}(u, v) - cH_{VF}(u, v)}{2c - 1}, \end{aligned}$$

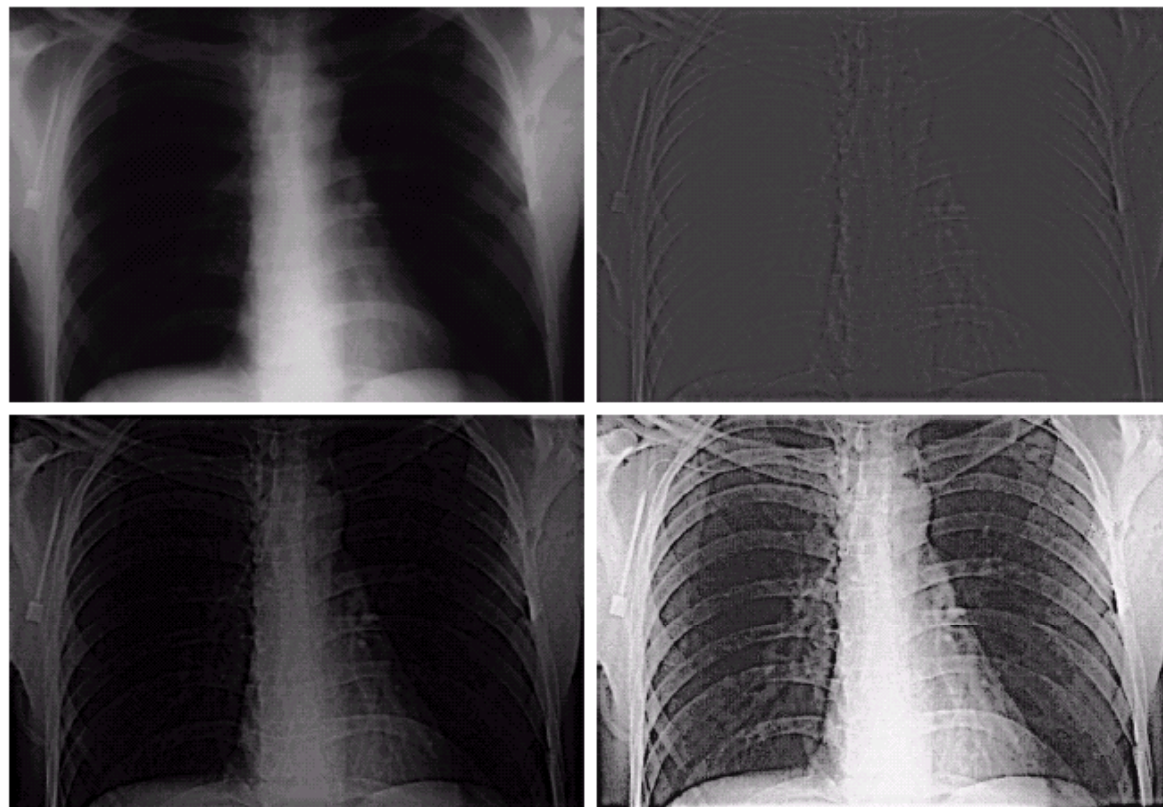
$$H_s(u, v) = 1 + \frac{1 - c}{2c - 1} H_{VF}(u, v)$$



## IZOŠTRAVANJE SLIKE U FREKVENCIJSKOM DOMENU

- Naglašavanje visokih učestanosti (*high-frequency emphasis*)
  - Linearna kombinacija originalne i VF filtrirane slike ističe detalje u slici - slično kao *unsharp masking*

- Rentgenski snimak grudnog koša (zamućena slika)
- Rezultat filtriranja VF Batervortovim filtrom reda  $n=2$  sa  $D_0$  koje je 5% visine slike
- Rezultat linearne kombinacije originalne i VF slike (0,5 originalna i 2 VF)
- Ista slika nakon ekvalizacije histograma





## ZAKLJUČAK

---

- 2D DFT transformacija
- 2D spektar
- NF i VF filtri za filtriranje slike
- Veza između filtriranja u prostornom i frekvencijskom domenu
- Poboljšanje slike u frekvencijskom domenu
  - Idealni filter, Batervortov filter, Gausov filter
- Ublažavanje slike u f-domenu – NF filter
- Izoštavanje slike u f-domenu
  - VF filter
  - Laplasijan u f-domenu
  - *Unsharp masking* u f-domenu