

KÉPJAVÍTÁS A KÉPTARTOMÁNYBAN

Képjavítás

Olyan eljárás melynek eredménye olyan kép amely jobban megfelel az adott alkalmazásnak

- különböző módszereket kell alkalmazni egy Röntgenfelvétel és a Mars felvételének feldolgozására
- egy eljárás osztályozására nem létezik univerzális mérce

A képjavító eljárásokat két csoportba oszthatjuk:

- Képjavítás a képtartományban - a műveleteket közvetlenül a képen (pikszeleken) végezzük
- Képjavítás a frekvenciatartományban - a műveleteket az eredeti kép transzformációján végezzük

A képre Restauráció a sérült kép feldolgozására irányuló eljárás melynek célja hogy az eredetihez minél hasonlóbb képet produkáljon

- a képjavítás és a restauráció fogalmak részben fedik egymást

Képjavítás a képtartományban

A műveleteket közvetlenül a pikszeleken végezzük

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

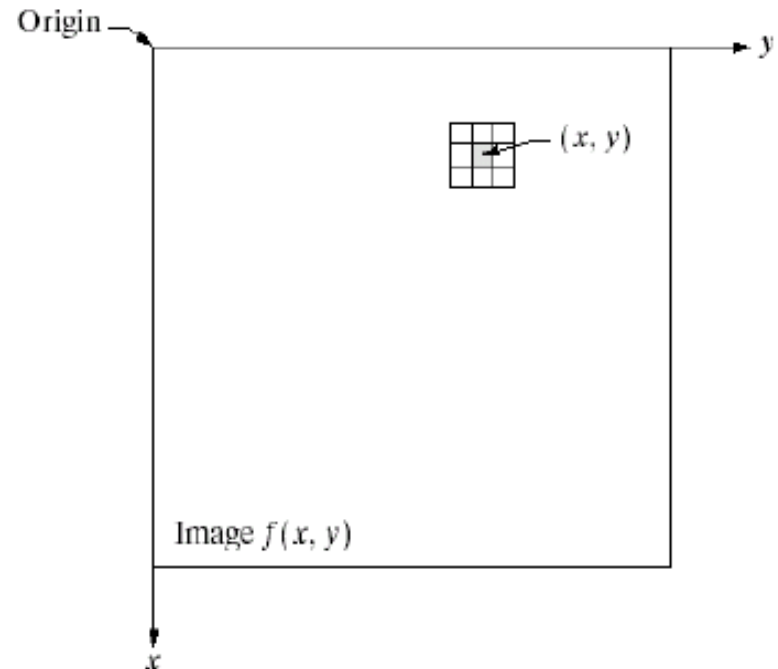
- A T operátor az $f(x, y)$ kép (x, y) tartománya feletti operátor
- a környezetet egy ablak (maszk) definiálja
- az ablak leggyakrabban négyzet vagy téglalap alakú

Ha a műveleteket pikszeleken végezzük

- az ablak nagysága 1×1

Ha a műveleteket egy környezeten végezzük

- az ablak nagysága $m \times n$



Poboljšanje slike na nivou piksela

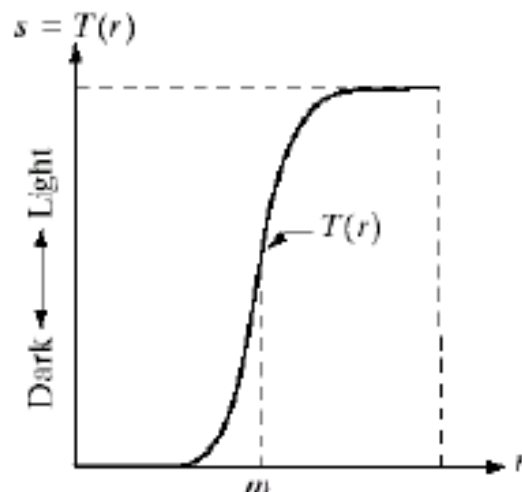
A T függvény az intenzitás transzformációját végzi

- s és r az adott pikszelek intenzitását jelölik

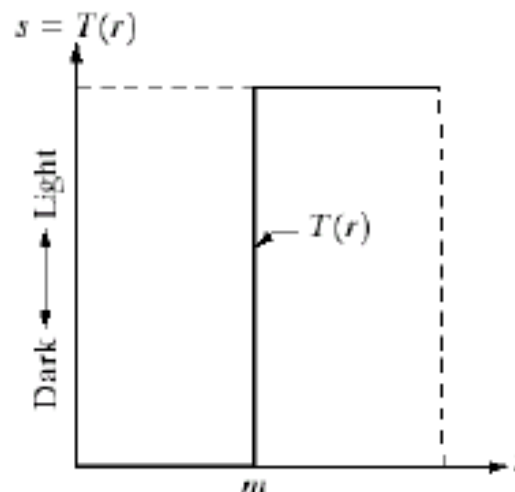
$$s = T(r)$$

Példa - kontraszt növelése (*contrast stretching*)

- az m szint alatt az r értékeket nemlineárisan besötétítjük, az m szint felett az r értékeket nemlineárisan kivilágosítjuk



Dark $\longleftrightarrow$ Light
Contrast stretching



Dark $\longleftrightarrow$ Light
Thresholding

Intenzitás transzformációk

Lineáris:

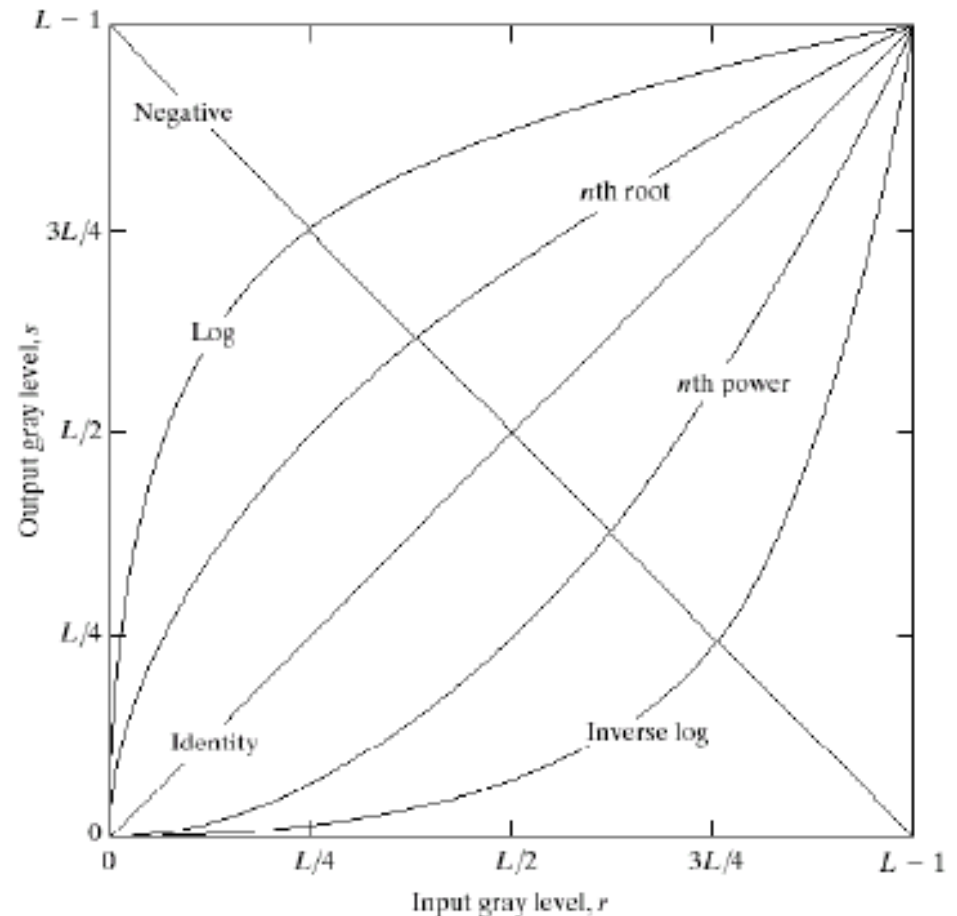
- Identitás
- Negatív

Logaritmikus:

- Log
- Inverz log

Hatvány:

- n -edik hatvány
- n -edik gyök

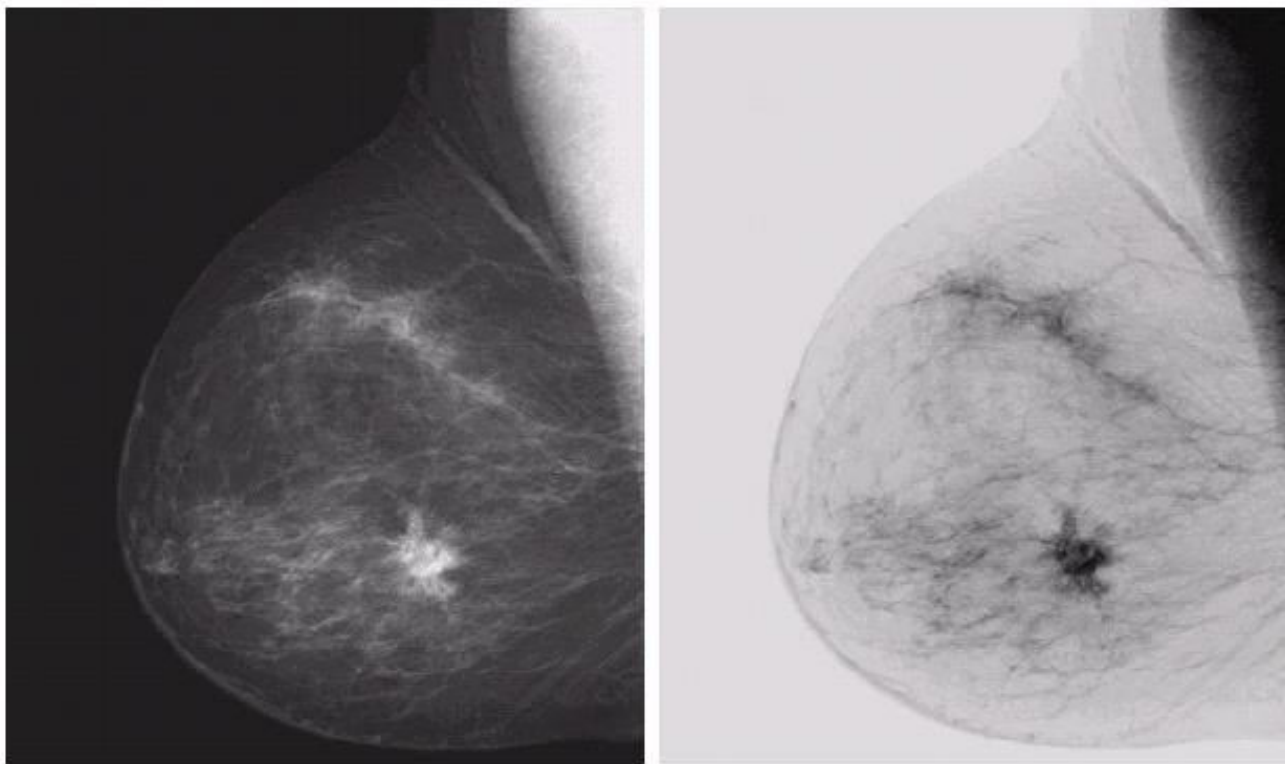


Képnegatív

Transzformáció

$$s = L - 1 - r$$

- Világos részletek kihangsúlyozása a kép sötét részein
- Mamogram (a részletek jobban megfigyelhetők a negatívban)



$L=255$ (fehér), s - a pikszel értéke a negatívban,
 r - a pikszel értéke az eredeti képen

Képnegatív - példa



Eredeti kép

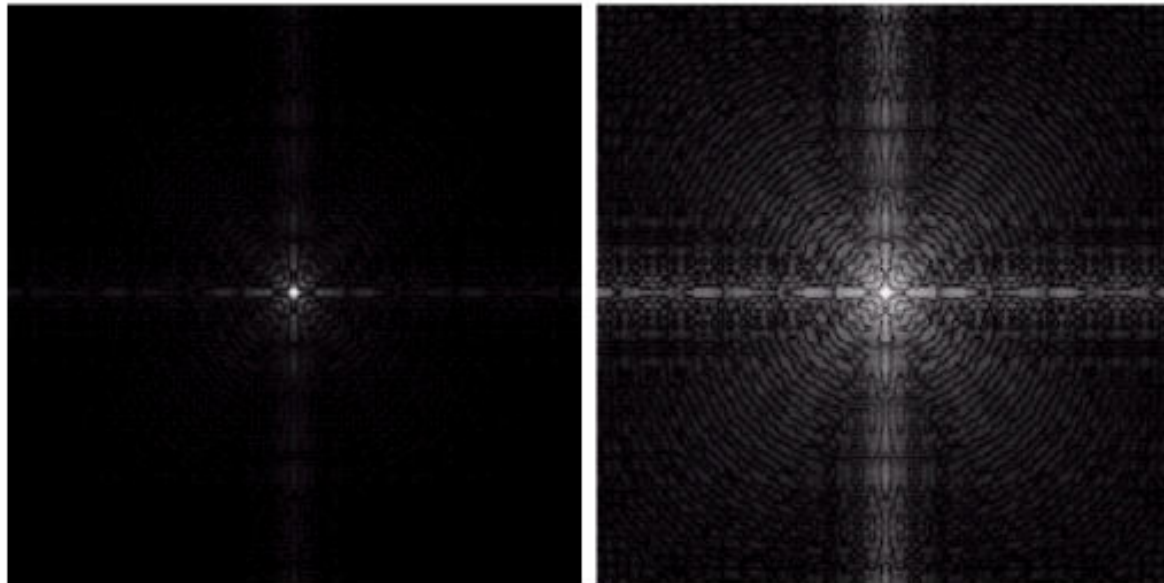


Negatív

Log transzformációk

Általános képlet: $s = c \cdot \log(1 + r), \quad r \geq 0, \quad c = \text{const.}$

- Szélesíti a sötét értékek intervallumát, és szűkíti a világos értékek intervallumát (ennek a fordítottja érvényes az *inverz log* transzformációra)
- A Fourier spektrum képei gyakran 0 és 10^6 között van
- 8 bittel lehetetlen egy ekkora tartományt reprezentálni
- a *log* transzformáció nemlineárisan módosítja a dinamikus intervallumot

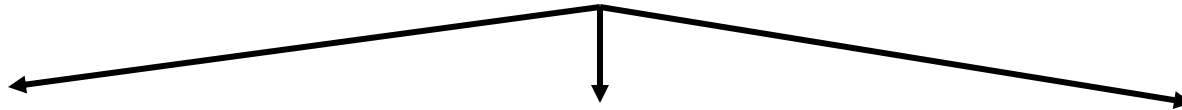


Log transzformációk - példa

Eredeti kép



$$s = c \cdot \log(1 + r)$$
$$r \geq 0, \quad c = \text{const.}$$



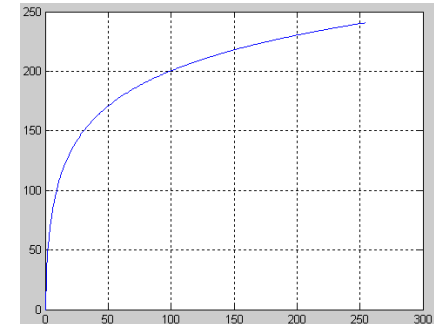
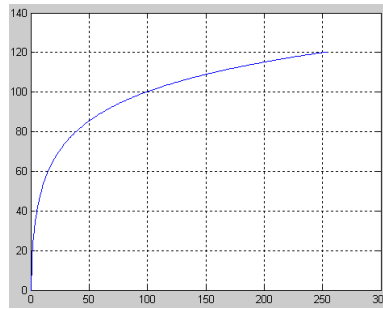
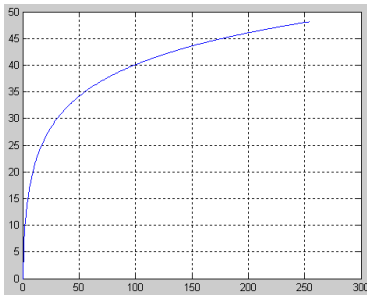
$c=20$



$c=50$



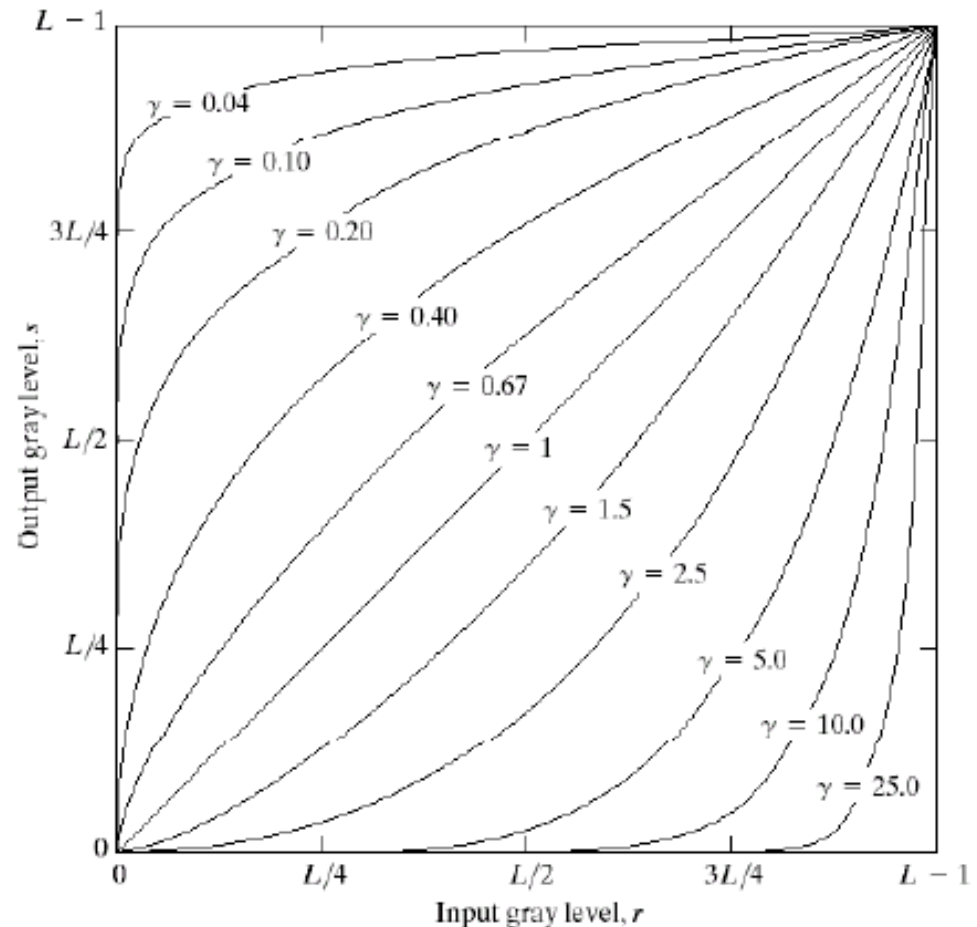
$c=100$



Hatvány transzformációk

Általános képlet: $s = c \cdot r^\gamma$, $c \geq 0$, $\gamma \geq 0$

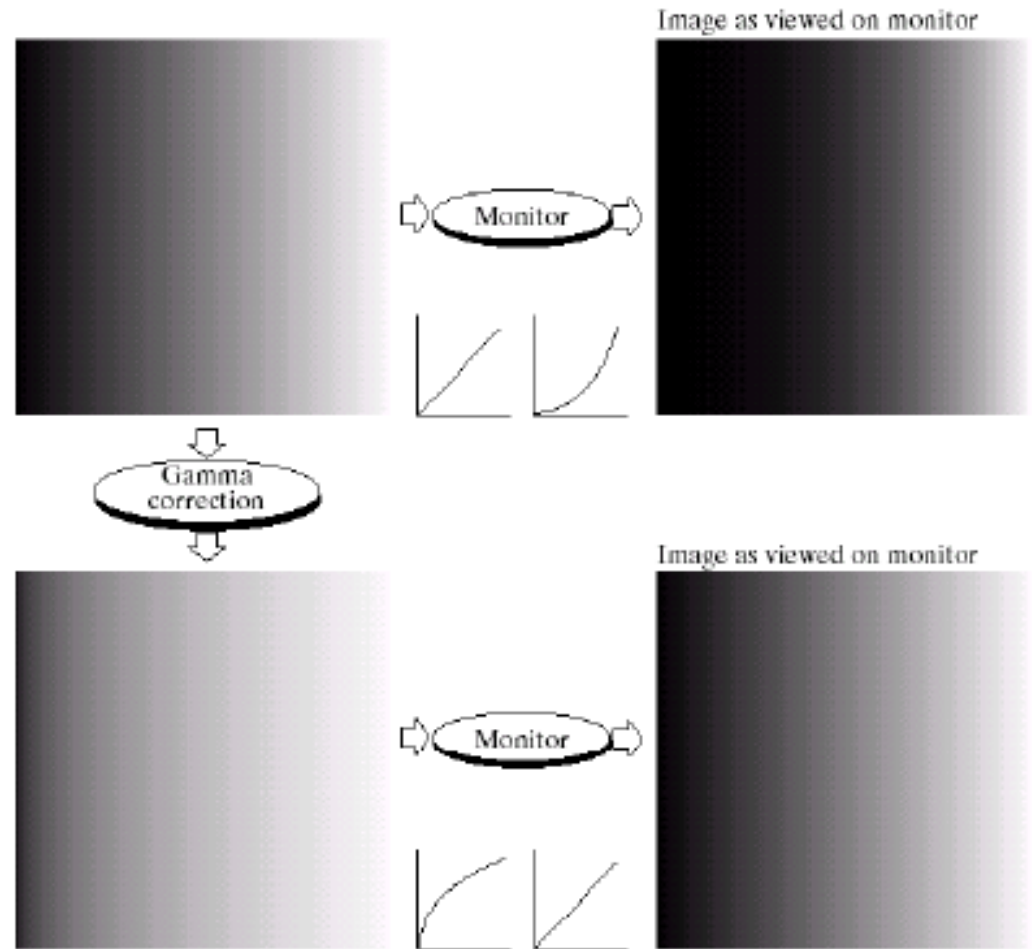
- Ez a transzformáció hasonlít a *log* transzformációra
- A paraméterek változtatásával egy teljes transzformáció-család nyerhető
- Sok képfelvevő, nyomtató és képmegjelenítő berendezésnek ilyen jellemgörbéje (karakterisztika) van
- a berendezés hatásának kompenzációját **gamma** **korrekciónak** nevezzük



Gamma korekció

Katódcső

- A gamma együttható 1.8-2.5 között mozog
- Az árnyalatok sötétebbnek látszanak mint amilyenek valójában
- A katódcső negatív hatását a gamma együttható 0.4-es értékével kompenzáljuk
- Hasonló a korrekciós eljárás a nyomtatóknál és a szkennerekénél is (csak a gamma különböző)



A kontraszt nemlineáris változtatása

Részletek kihangsúlyozása:

- Példa: gerinc MRI felvétele
- a képen a sötét árnyalatok dominálnak
- $\gamma < 1$ hatványtranszformációval a világos részletek könnyebben észlelhetők
- ha γ túl kicsi, a kép elveszíti a kontrasztot
- γ értékek a tesztképeken: 0.6, 0.4 és 0.3
- az összes képnél $c=1$



A kontraszt nemlineáris változtatása

Kontrasztjavítás

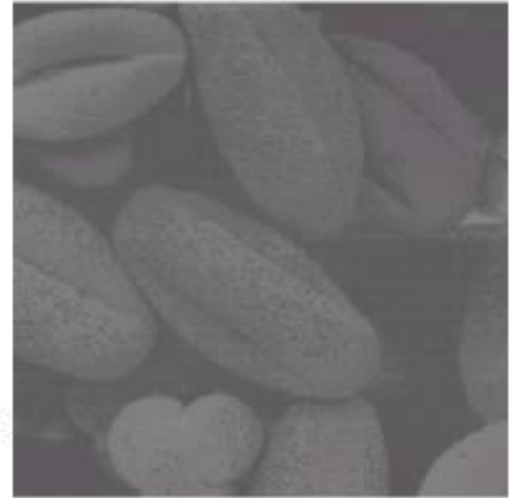
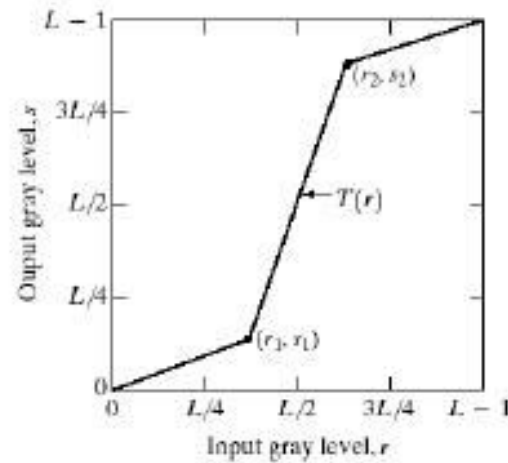
- a kép helyesnek tűnik
- $\gamma > 1$ hatványtranszformációval a sötét részletek ki lesznek hangsúlyozva
- Ha a gamma túl nagy, a részletek túl sötétek lesznek
- gamma értékek:
3.0, 4.0 és 5.0



Részenkénti lineáris transzformáció

Nagyszámú bemeneti paraméter

- a grafikon a bemeneti pikszelek leképezését mutatja a kimeneti pikszelekre



A pontok számától függően tetszőleges karakterisztika nyerhető

- Kontrasztjavítás
- Binarizáció (thresholding)



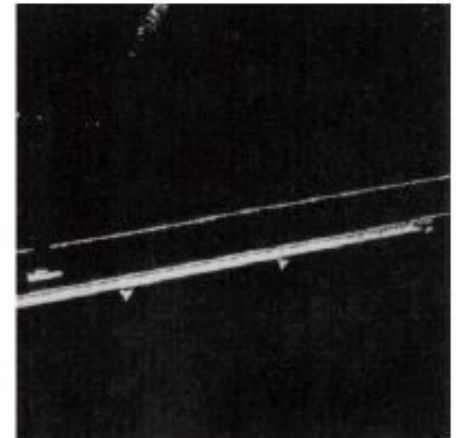
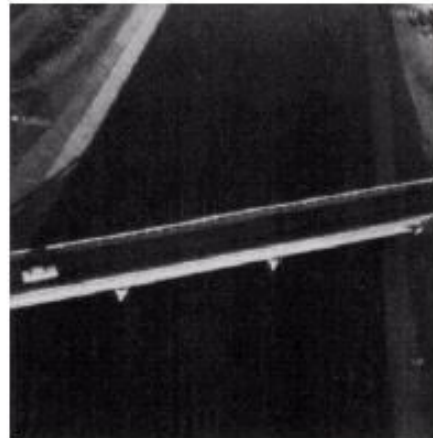
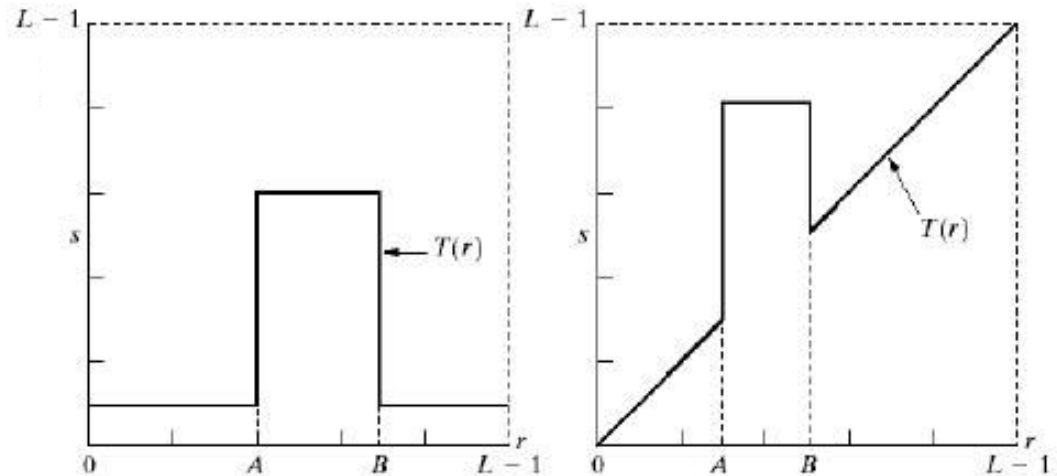
Részenkénti lineáris transzformáció

Binarizáció

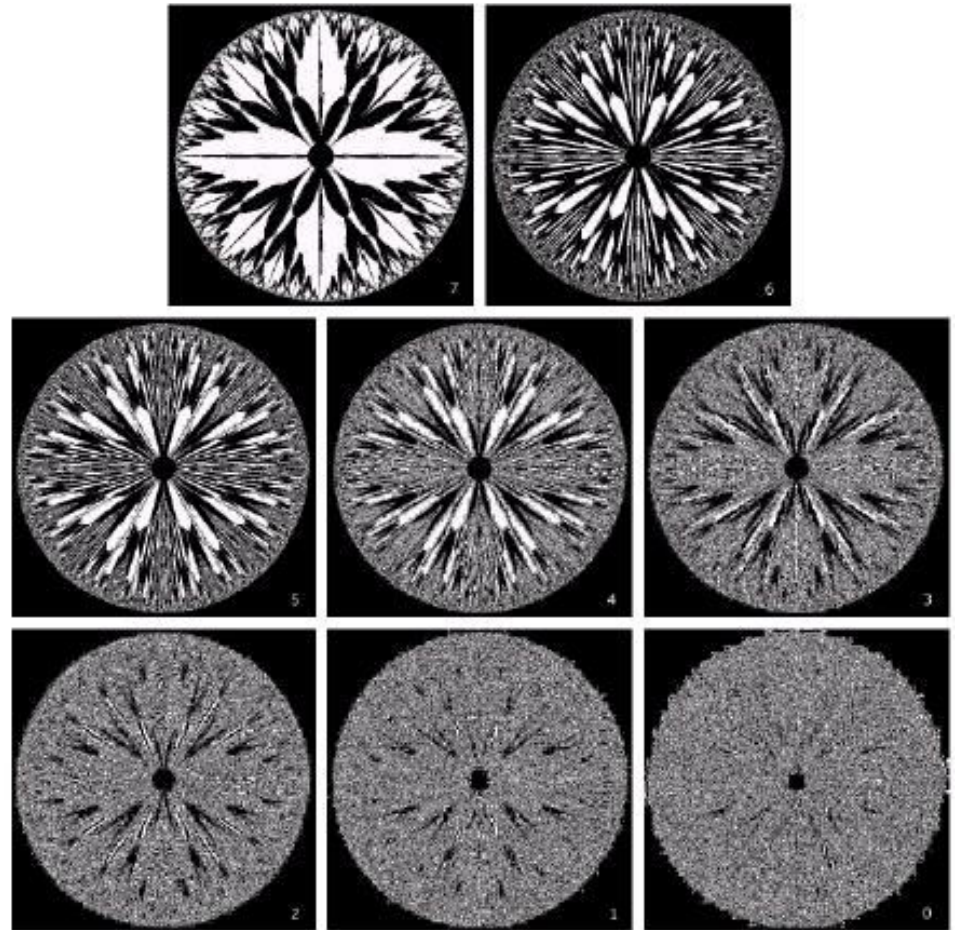
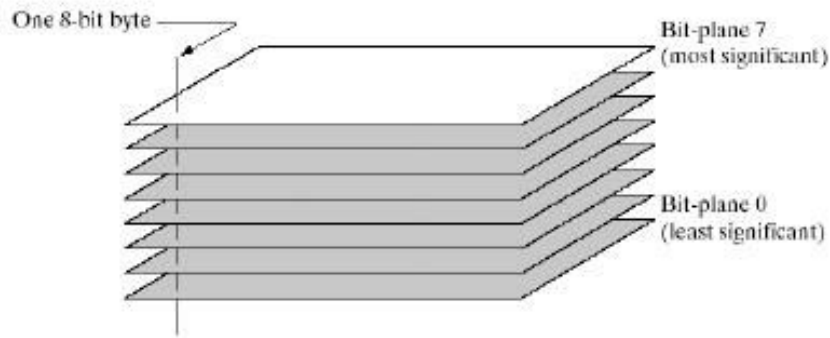
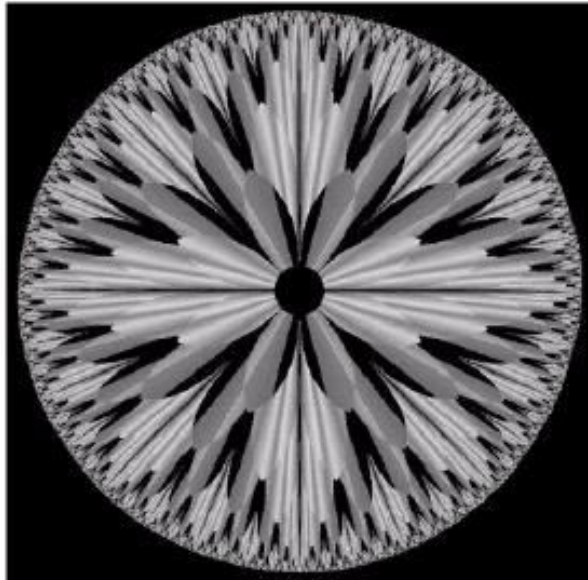
- Az $[A,B]$ tartományban lévő pikszelek értéke 1 lesz, a többi pikszel értéke pedig 0 lesz

Az egyes amplitúdó intervallumok kiemelése (hangsúlyozása)

- Az $[A,B]$ tartományban lévő pikszelek magas állandó értéket kapnak, a többi pikszel értéke nem változik



Bitsík dekompozíció



A kép hisztogramja

Diszkrét függvény $h(r_k)=n_k$

- r_k a k -dik szürkeárnyalat a $[0, L-1]$ intervallumban
- n_k azoknak a pikseleknek a száma melynek intenzitása r_k

Normalizált hisztogram $p(r_k)=n_k/n$

- n az összes pikszel száma a képen
- annak a valószínűségét becsüli, hogy mennyi pikszelnek lesz r_k értéke
- a normalizált hisztogram összes komponensének összege 1

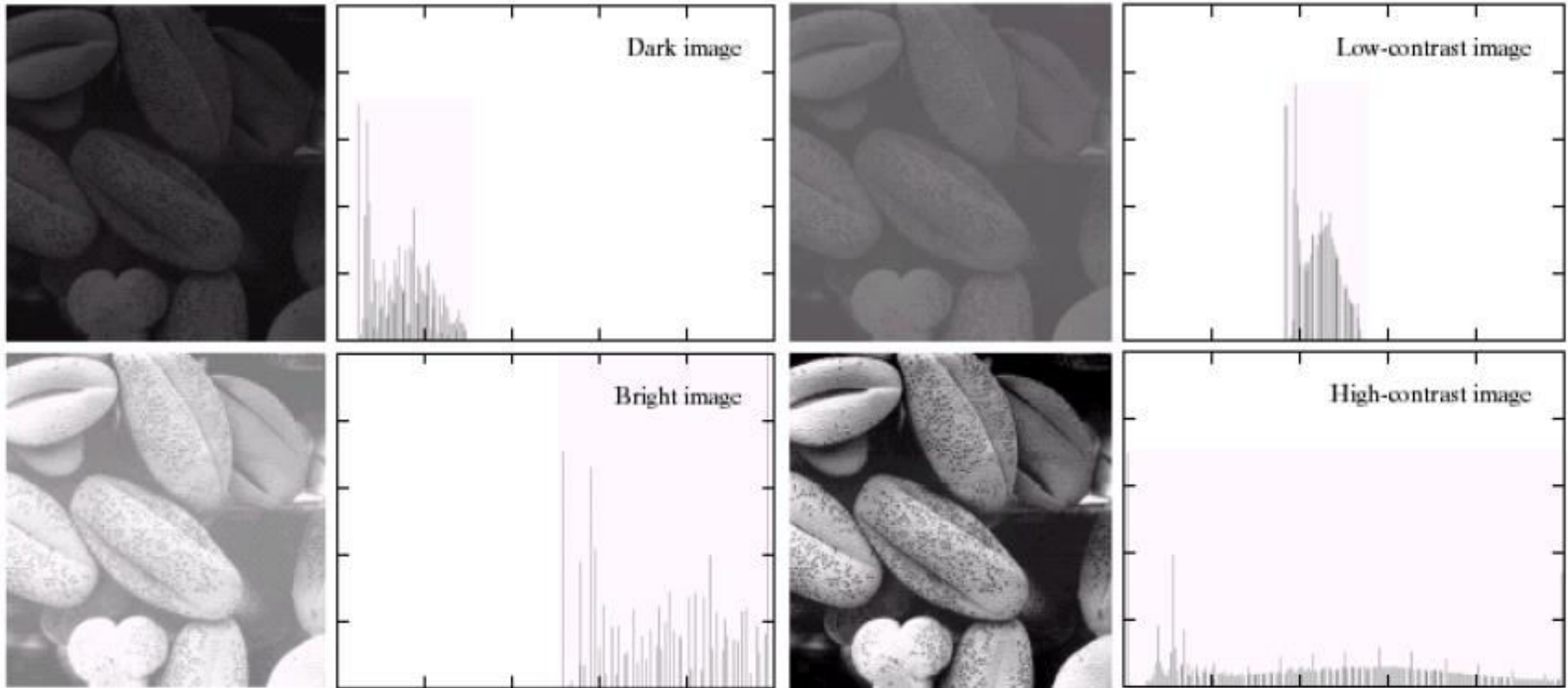
A hisztogram sok képfeldolgozási módszer alapját képezi

- a térbeli képjavítás mellett, használják még a kompressziónál, szegmentációnál, stb
- könnyen kiszámítható és egyszerű a hardveres implementáció

A kép hisztogramja

Ugyanaz a kép 4 különböző hisztogrammal

- a legjobb kép hisztogramja uniform eloszlású

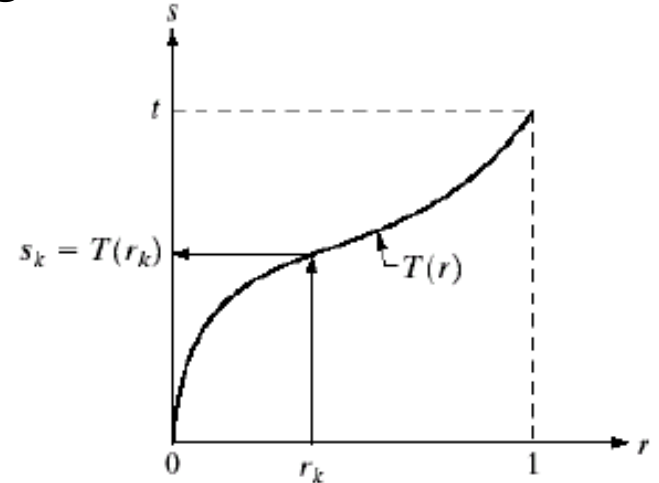


Hisztogram ekvalizáció

Olyan transzformáció amelyik eléri hogy a kép
hisztogramja közelítsen az uniform hisztogramhoz

A cél olyan T transzformációt találni

$$s = T(r), \quad 0 \leq r \leq 1,$$
$$r = T^{-1}(s), \quad 0 \leq s \leq 1$$



amelyik kielégíti a következő feltételeket

- (a) $T(r)$ egyértelmű és monoton növekvő függvény a $0 \leq r \leq 1$ intervallumon
- (b) $0 \leq T(r) \leq 1$ ha $0 \leq r \leq 1$
 - az (a) feltétel azt biztosítja, hogy a transzformációnak legyen inverze, és hogy a szürkeárnyalatok sorrendje ugyanaz maradjon mint az eredeti képben
 - a (b) feltétel azt biztosítja hogy a kapott kép pikszelei ugyanabban az intervallumban legyenek mint az eredeti kép pikszelei

Hisztogram ekvalizáció

- Az r és s folytonos véletlen változóknak megfelelő $p_r(r)$ és $p_s(s)$ eloszlásuk van
- Ha $p_r(r)$ és $T(r)$ ismertek, a következő képlet vezethető le

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right|,$$

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw,$$

$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{dr} = \frac{d}{dr} \left[\int_0^r p_r(w) dw \right] = p_r(r),$$

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right| = p_r(r) \left| \frac{1}{p_r(r)} \right| = 1, \quad 0 \leq s \leq 1$$

- Uniform $p_s(s)$ sűrűségű függvényt nyerünk
- A transzformált kép pikszelei egyforma valószínűséggel fogják felvenni az értékeket a $[0, 1]$ intervallumból

Hisztogram ekvalizáció

Ha áttérünk a diszkrét változókra a $[0, L-1]$ intervallumon, a következőt kapjuk

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1,$$

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

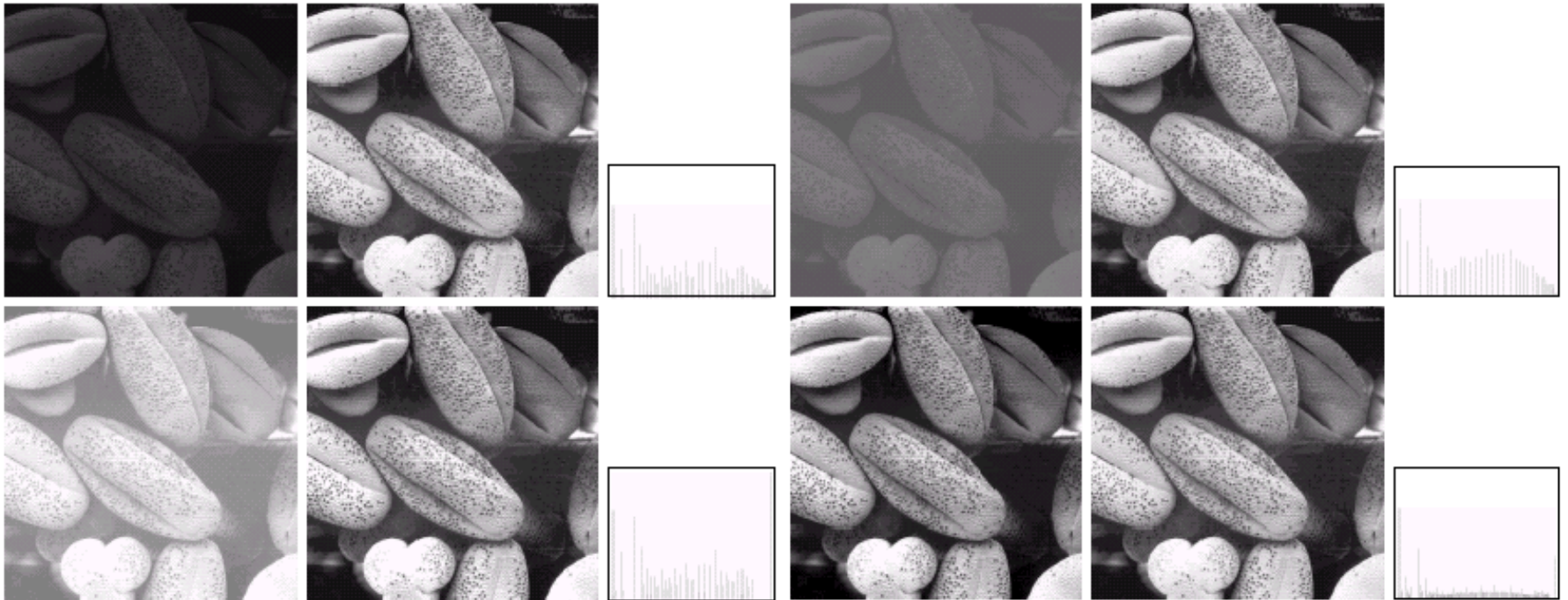
$$r_k = T^{-1}(s_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

- Ahhoz hogy megkapjuk az ekvalizált hisztogrammú képet az eredeti kép alapján, elegendő csak az eredeti kép hisztogramját ismerni
- Diszkrét esetben nem biztos hogy a hisztogram teljesen uniform lesz, de a pikszelek le fogják fedni a teljes intervallumot
- Még akkor is ha az (a) és (b) feltételek ki vannak elégítve, az inverz transzformáció csak akkor fog létezni ha az eredeti képben az összes szürkeárnyalat megjelenik

Hisztogram ekvalizáció

A hisztogram ekvalizációjának (linearizációjának) eredménye

- Minden kép a saját hisztogramja alapján lett ekvalizálva
- Az első három kép jelentősen jobban néz ki mint ekvalizáció előtt
- A hisztogrammok hasonlóak, de nem teljesen egyformák

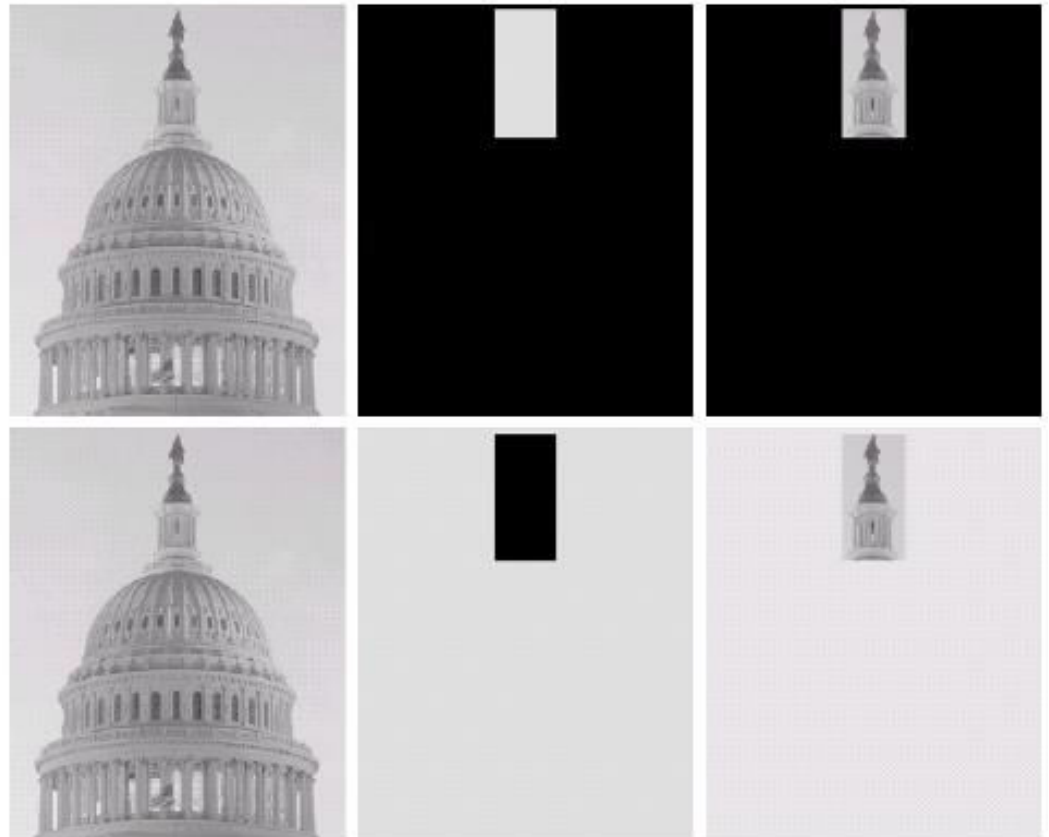


Aritmetikai és logikai műveletek a képen

A műveleteket két vagy több kép megfelelő pikszeljei között végezzük

Logikai műveletek

- Ha a pikszeleken végezzük a műveleteket, valójában a pikszel bitjein végezzük a műveleteket
- az AND, OR és NOT műveletek teljes halmazt képeznek
- Gyakran használjuk a morfológiai feldolgozásnál
- Maszkolás: érdekrégió kiválasztása (ROI), példa: AND és OR



Aritmetikai műveletek

Az aritmetikai műveletek jelentősége a képfeldolgozásban:

- 1/ kivonás, 2/ összeadás, 3/ szorzás, 4/ osztás
- A képek osztása annyit jelent, hogy az egyik kép adott pikszelét megszorozzuk a másik kép megfelelő pikszelének reciprokával

Szorzás

- A kép átlagértékének növelése (szorzás állandóval)
- Maszkolás (ROI): szorzás olyan maszkkal amely nem bináris hanem több szürkeárnyalatot tartalmaz

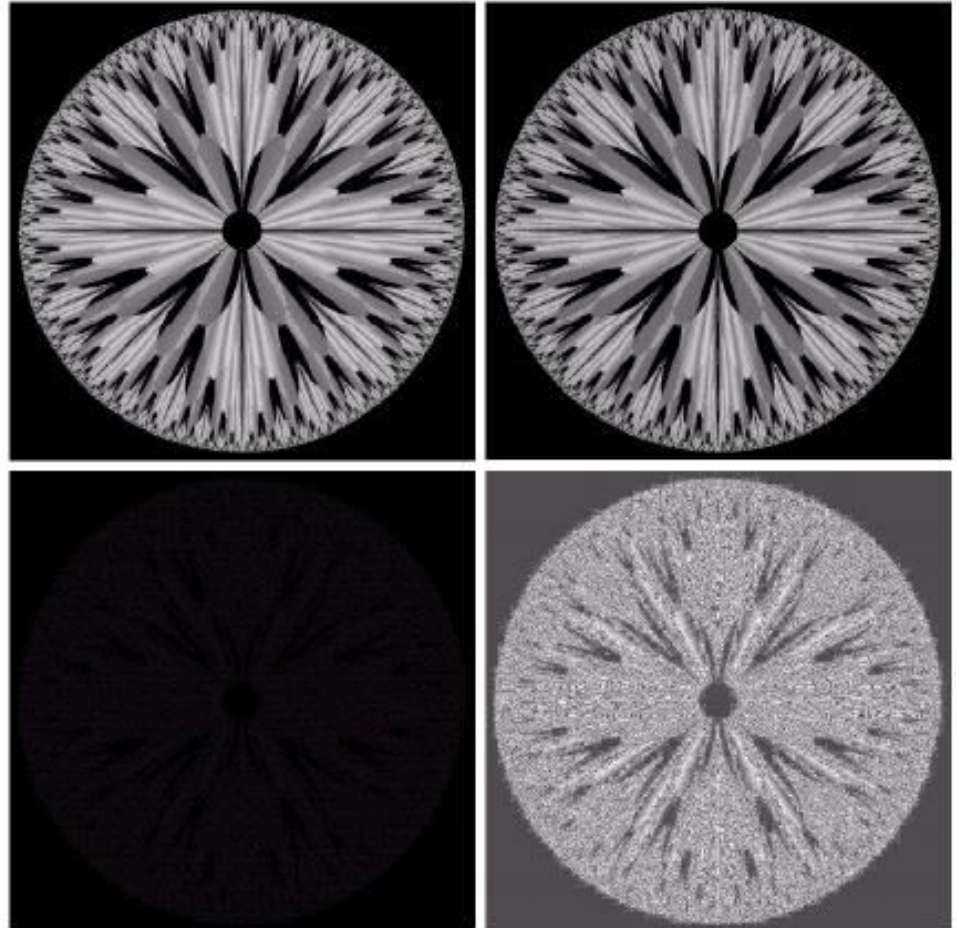
A képfeldolgozásban a legnagyobb jelentősége az összeadásnak és a kivonásnak van

Képek kivonása

A képek közötti különbség kiemelése

- Fraktál kép, és ugyanannak a képnek csak a 4 legjelentősebb bitsíkja
- A két kép kivonásával majdnem fekete különbség-képet kapunk (8-bites skála)
- A hisztogram ekvalizációjával olyan képet kapunk amelyen világosan láthatók a különbségek

$$g(x, y) = f(x, y) - h(x, y)$$



Képek kivonása

A kivonás negatív képértéket is létrehoz, ezért szükséges elvégezni a skálázást, hogy a kép értékei visszakerüljenek a munkatartományba

- Minden pikszelhez hozzáadunk 255-öt és elosztjuk 2-vel
 - Nem biztosítjuk a $[0,255]$ intervallum teljes használatát
 - Az osztás utáni kerekítés csökkenti a pontosságot
- A legkisebb képértéket hozzáadjuk az összes pikszelhez, ezután pedig osztunk az új maximummal, utána pedig szorzunk 255-tel

A képek kivonását a képszegmentációnál használjuk

Képek összeadása

Képek átlagolása

- Több olyan egyforma kép összeadása melyek nem korrelált null középértékű zaj hozzáadásával keletkeztek

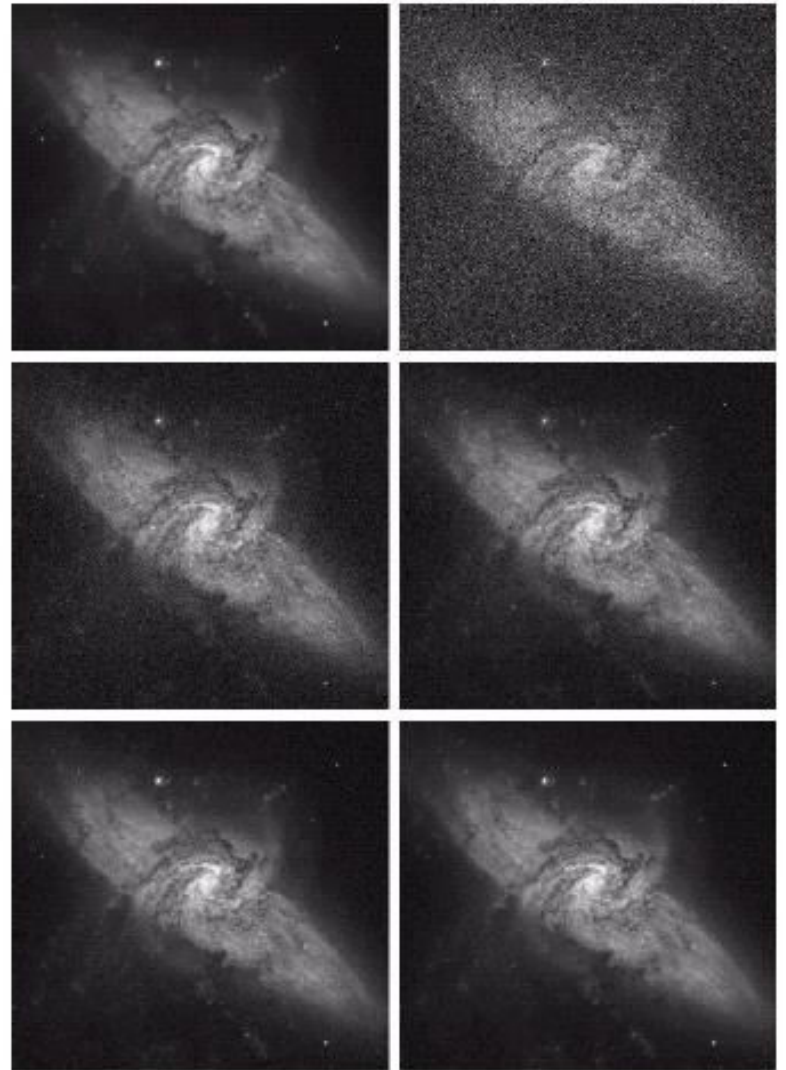
$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K g_i(x, y)$$

$$E \{ \bar{g}(x, y) \} = f(x, y)$$

$$\sigma_{\bar{g}(x, y)}^2 = \frac{1}{K} \sigma_{\eta(x, y)}^2$$

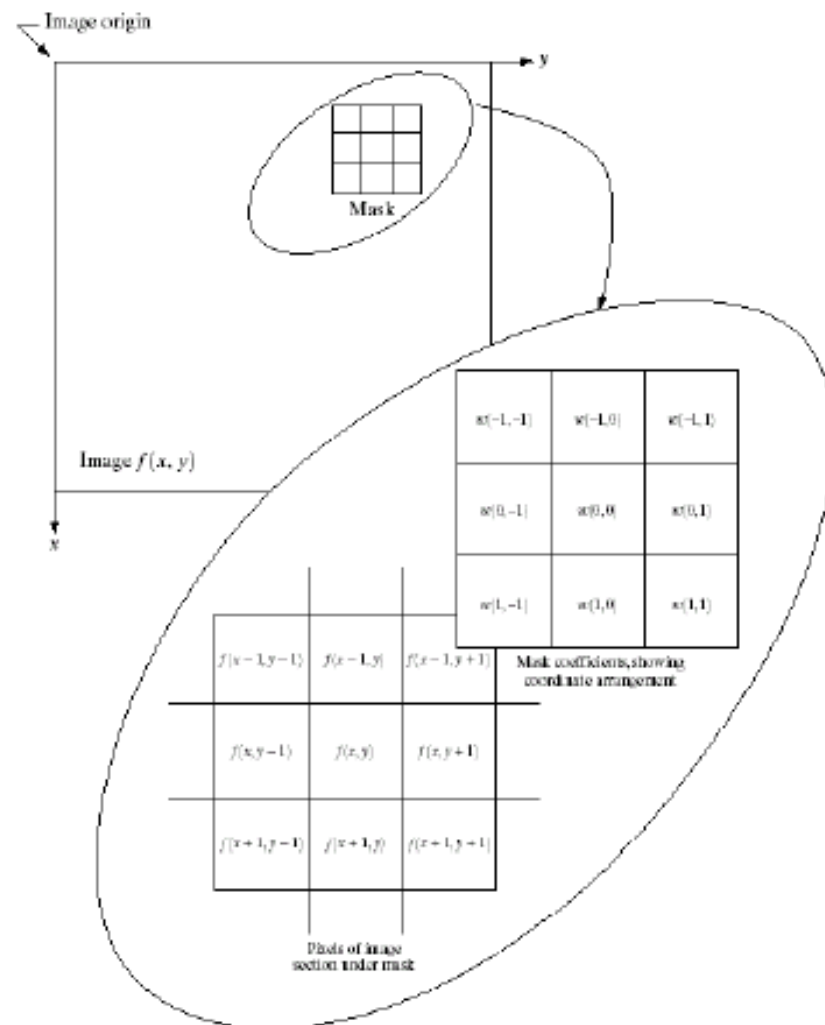
- A K paraméter növekedésével a szórás csökken (az eredmény közelebb áll az eredetihez)



Szűrés a képtartományban

Műveletek végzése a pikszel környezetén

- A szűrt kép pikszel értéke az eredeti kép adott pikszelétől és a mozgó maszk együttthatóitól függ
- A maszkot még ablaknak, szűrőnek vagy kernelnek nevezzük
- A maszk általában páratlan méretű $m \times n$, hogy szimmetria legyen a központi pikszel körül $m=2a+1$, $n=2b+1$
- A legkisebb maszk dimenziója 3×3 (az 1×1 -es maszk már nem a környezeten, hanem a pikszelen dolgozik)



Szűrés a képtartományban

Lineáris térbeli szűrő

- A 3x3 pikszel nagyságú R lineáris szűrő impulzus válaszfüggvénye (response)

$$\begin{aligned} R = & w(-1,1)f(x-1,y-1) + w(-1,0)f(x-1,y) + \dots \\ & + w(0,0)f(x,y) + \dots \\ & + w(1,0)f(x+1,y) + w(1,1)f(x+1,y+1) \end{aligned}$$

- A $(2a+1) \times (2b+1)$ nagyságú maszk szűrő általános alakja

$$g(x,y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t)f(x+s,y+t),$$

$$a = (m-1)/2, \quad b = (n-1)/2$$

- Lineáris esetben a szűrés az adott maszkkal való konvolúciónak felel meg, ezért általában a konvolúciós maszk vagy konvolúciós kernel kifejezést használjuk

Szűrés a képtartományban

Lineáris térbeli szűrő

- Rövidített jelölés

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_{mn} z_{mn} = \sum_{i=1}^{mn} w_i z_i$$

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

Nemlineáris térbeli szűrő

- Hasonló elv szerint működik mint a mozgó maszkok, de nem csak szorzást és összeadást alkalmaz
- Például medián szűrő - az ablakon belül sorbarakja a pikszeleket, eredményként pedig a központi pikszelt adja

Határesetek - a kép peremén

- Ha a szűrő nem veszi figyelembe a kép éleit, a szűrt kép mérete kisebb lesz
- Nullák hozzáadásával (zero padding) lehetővé válik a szűrés a kép teljes területén (bizonyos torzítások lesznek a kép peremén)
- jobb eredményt kapunk ha a kép éle körül tükrözést (mirroring) alkalmazunk

Térbeli képlágyító szűrők

Képlágyítás (smoothing)

- Zajcsökkentés - a zaj hirtelen (meredek) változást jelent a pikszelek intenzitásában (az élek a képben szintén hirtelen változásokat jelentenek, ezért a lágyító művelet az éleket is megsérti)
- Kép homályosítása (blur) - olyan művelet amellyel az apró részleteket eltávolítjuk mielőtt a nagyobb objektumokat kiválasztanánk

Lineáris képlágyító szűrők

- más néven még átlagolónak vagy LP (Low Pass) szűrőnek nevezik őket
- Az általános alak:

$$g(x, y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)}$$

 $\frac{1}{9} \times$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Box filter

 $\frac{1}{16} \times$

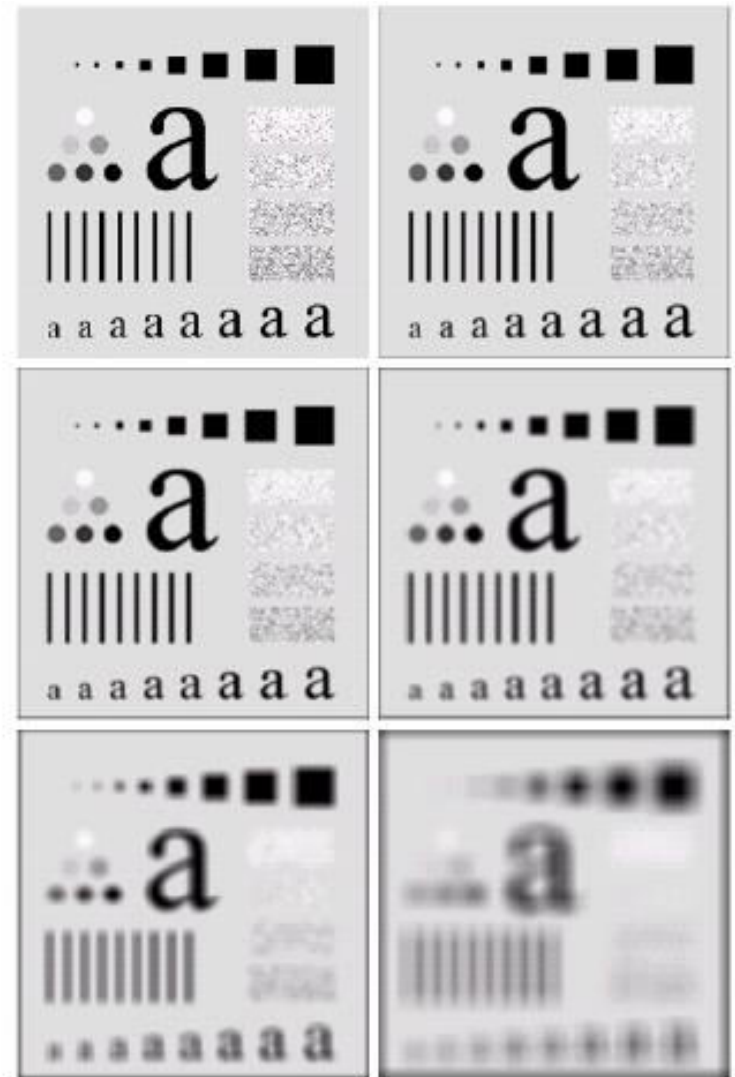
1	2	1
2	4	2
1	2	1

Weighted average

Térbeli képlágyító szűrők

A kép lágyításának effektusai

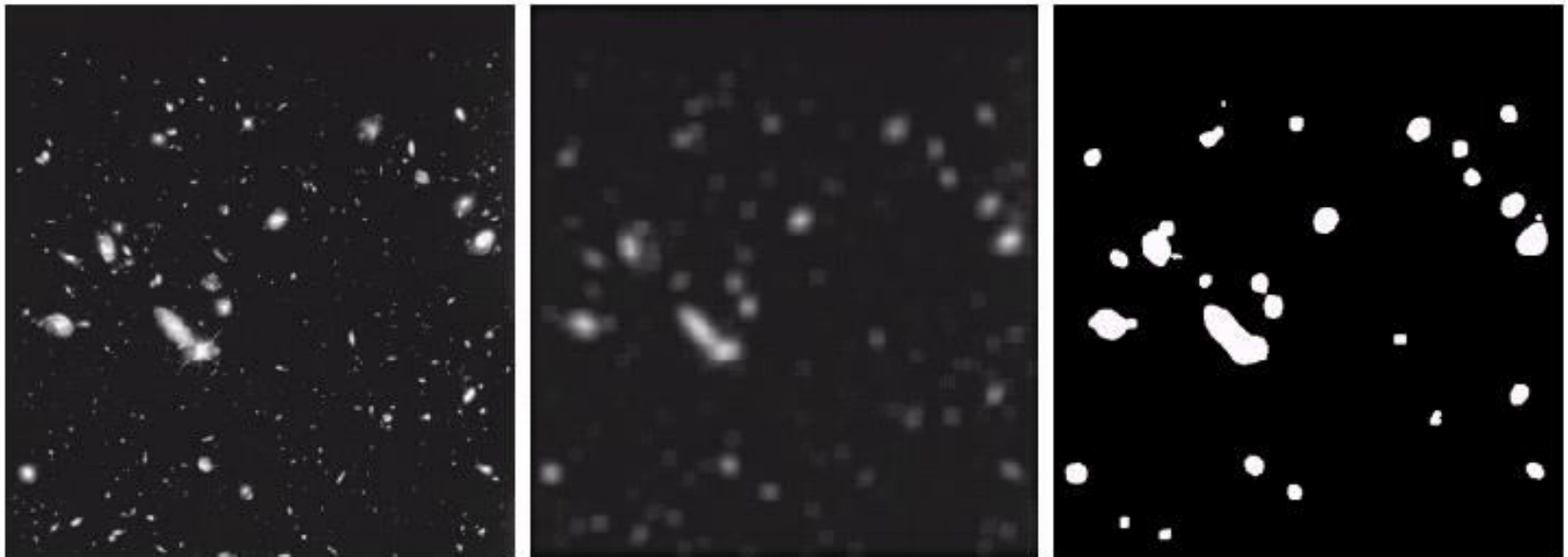
- Az eredeti kép, és 5 eredménykép szűrés után (a szűrők négyzet alakú maszkok - 3, 5, 9, 15 és 35 pikszel)
- A teszt kép paraméterei
 - a felső sorban a négyzetek élei
 - pikszelben: 3, 5, 9, 15, 25, 35, 45, 55
 - a négyzetek távolsága 25
 - alul a betűk nagysága 10 és 24 között mozog (lépés 2),
 - a nagy betű közepén 60 pikszel
 - a vertikális vonalak 5x100 pikszel
 - zajos téglalapok 50x120 pikszel



Térbeli képlágyító szűrők

Apró objektumok eltávolítása

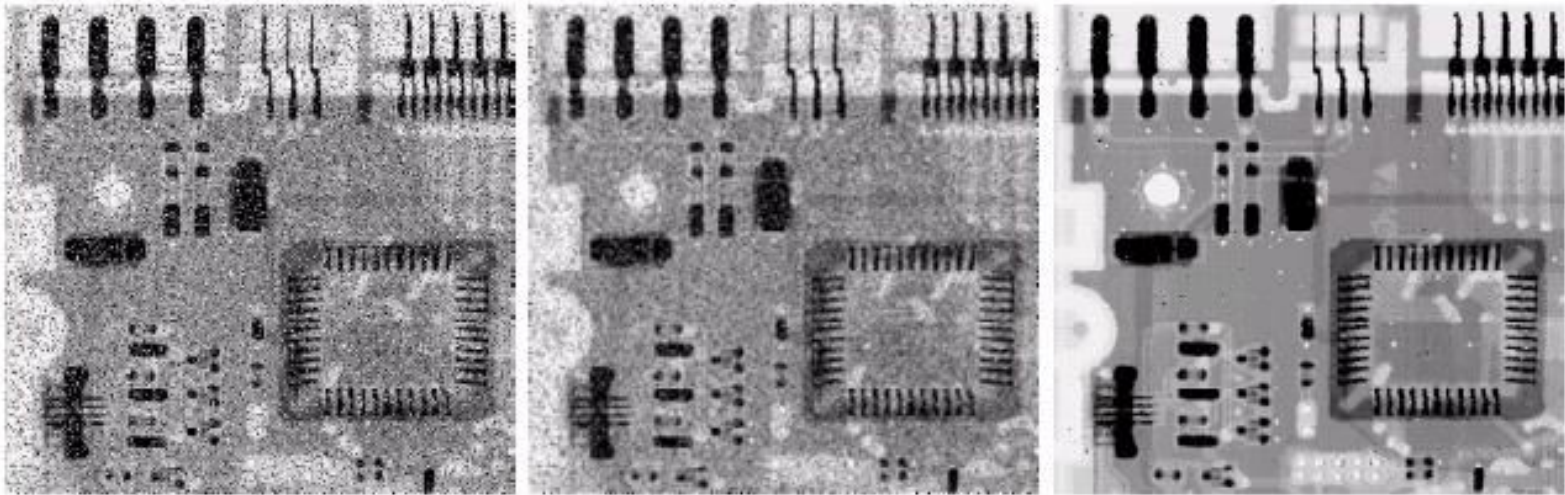
- Az első kép homályosításával a második képet nyerjük amelyben gyakorlatilag nincs kis méretű objektum
- A második kép binarizációjával és küszöbfüggvény használatával teljesen elimináljuk a kis objektumokat, és egy olyan maszkot kapunk amelyik csak az eredeti kép nagy objektumait tartalmazza



Térbeli képlágyító szűrők

- **Order statistics szűrők**

- Nemlineáris sorrend alapú szűrők (az eredeti kép maszk által lefedett pikszeleit rakja sorba)
- A legismertebb képviselő a medián szűrő (a szűrő kimenete a sorbarakott pikszelek központi eleme)
- MAX és MIN szűrők - a legnagyobb, illetve legkisebb érték a sorrendben
- Példa: egy elektronikus komponens Röntgenfelvétele impulzuszajjal, 3x3-as átlagoló szűrő, 3x3-as medián szűrő



Térbeli képelesítő szűrők

- Az élesítés (sharpening) a homályosítás, lágyítás (smoothing) ellentettje

Az élesítés célja:

- Részletek kihangsúlyozása a képben
- Homályos részletek (blur) eltávolítása. A homályos részletek vagy hiba miatt, vagy a képfelvevő rendszer természetete miatt jelentkeznek

Mivel a lágyítást átlagolással (integráció) végezzük, logikus hogy az élesítést térbeli deriválással fogjuk végezni

- A deriválás kihangsúlyozza a diszkontinuitásokat (éleket)
- Szükséges definiálni a kép első és második deriváltját a térbeli koordináták függvényében

Térbeli képélesítő szűrők

A kép első és második deriváltjának tulajdonságai

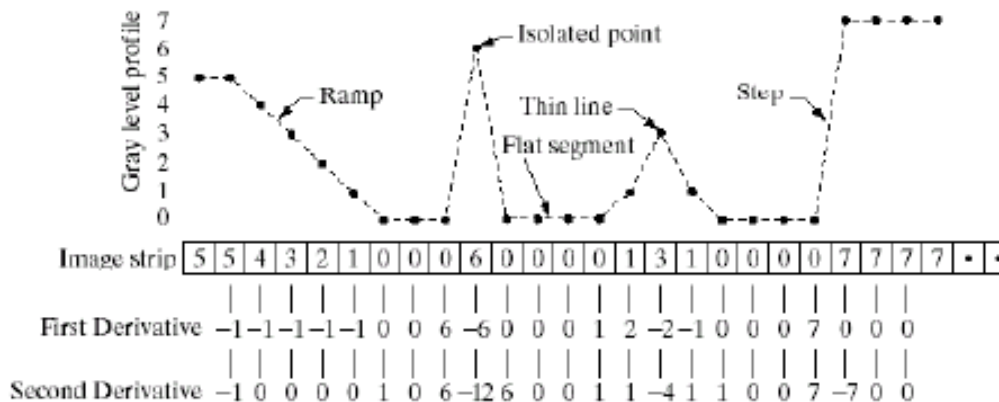
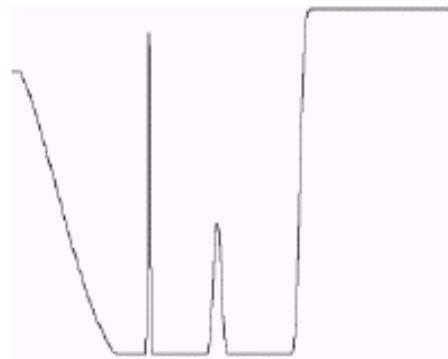
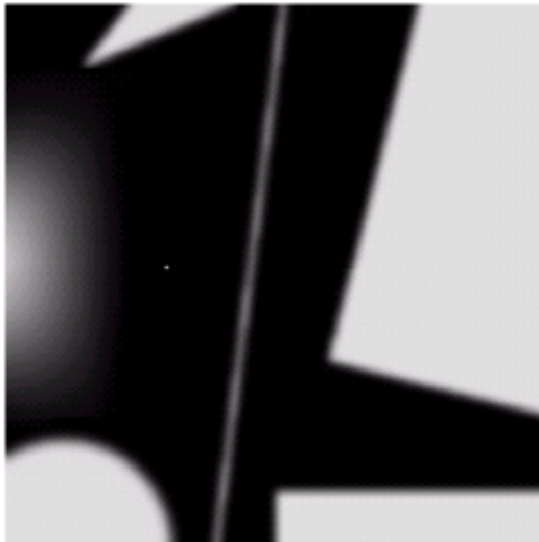
- Első derivált:
 - Nulla ahol a világosság állandó
 - Különbözik nullától a step függvény és a sorompófüggvény elején
 - Különbözik nullától a sorompófüggvény mentén
- Második derivált:
 - Nulla ahol a világosság állandó
 - Különbözik nullától a step függvény és a sorompófüggvény elején és végén
 - Nulla a sorompófüggvény mentén

A képfüggvény (f) első és második deriváltja az x térbeli koordináta mentén

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x + 1) - f(x)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x + 1) + f(x - 1) - 2f(x)$$

Térbeli képelesítő szűrők



A derivált tulajdonságai

- Első derivált
 - Vastagabb éleket produkál
 - Jobb válasza van a step függvényre
- Második derivált
 - Jobb válasz a részletekre (vékony vonalak és izolált pontok)
 - A step függvényre kétszeres választ ad
 - Nagyobb választ ad a vonalra mint a step függvényre, és nagyobb választ ad a pontra mint a vonalra
- A gyakorlatban gyakrabban használjuk a második deriváltat mint az első deriváltat

Képjavítás a második deriválttal – Laplace operátor

Izotróp szűrő

- Független a diszkontinuitás irányától a képen
- Ugyanazt az eredményt kapjuk ha a képet először szűrjük és utána rotáljuk, vagy ha előbb rotáljuk és utána szűrjük (rotation invariant)
- A legegyszerűbb izotróp differenciális operátor a Laplace operátor

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- Ha a parciális deriváltakat a koordinátákkal helyettesítjük

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

$$\nabla^2 f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$$

Képjavítás a második deriválttal – Laplace operátor

Megvalósítás

- A szűrő maszkját egyszerűen meg lehet határozni: a központi együttható -4, a 4 szomszédos pedig 1
 - A Laplace operátor tartalmazza a második parciális deriváltakat a fő koordináták mentén
 - A maszkhoz hozzá lehet adni az átlós deriváltakat is: a központi együttható 8, a többi pedig -1
 - Negatív logika: a központi együttható pozitív
- Ha a szűrt képet az eredeti $f(x,y)$ képpel kombináljuk, a $g(x,y)$ élesített képet kapjuk

$$g(x, y) = \begin{cases} f(x, y) - \nabla^2 f(x, y), & \text{Negatív központi együttható} \\ f(x, y) + \nabla^2 f(x, y), & \text{Pozitív központi együttható} \end{cases}$$

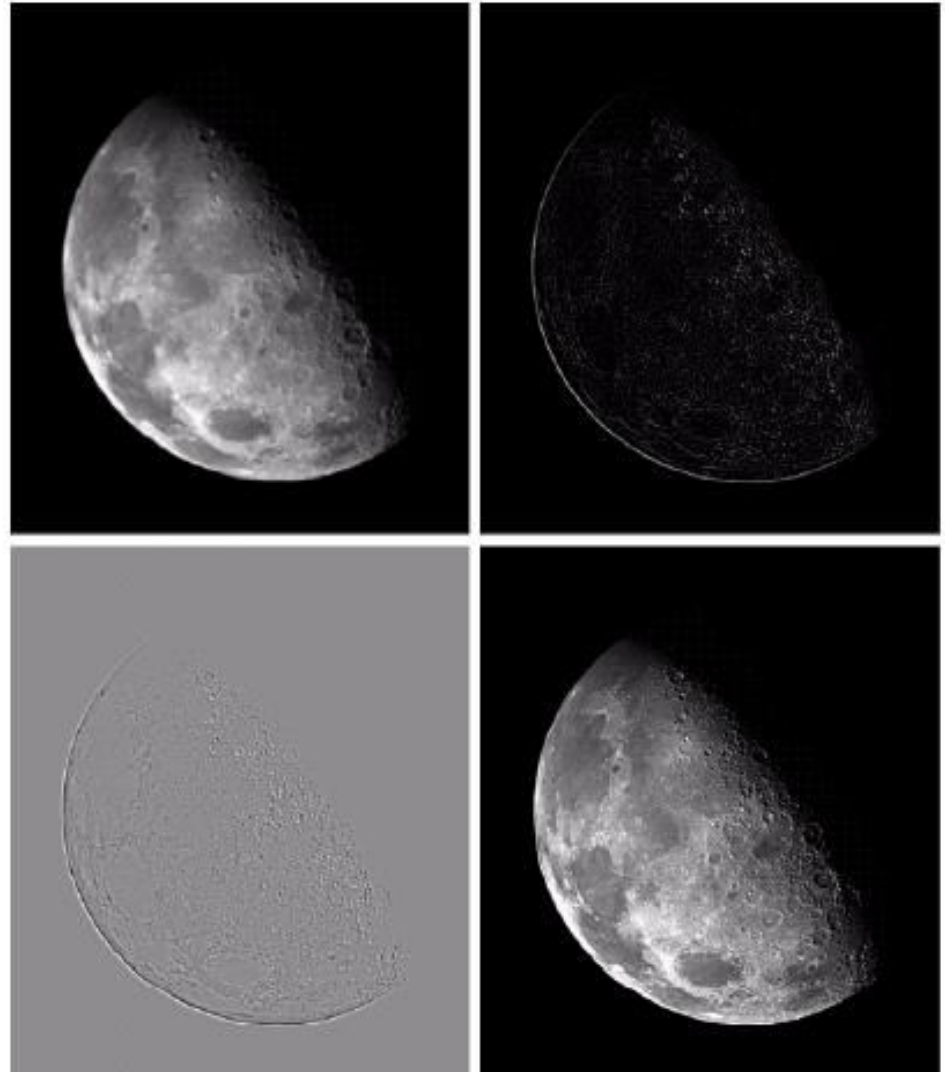
0	1	0	1	1	1
1	-4	1	1	-8	1
0	1	0	1	1	1

0	-1	0	-1	-1	-1
-1	4	-1	-1	8	-1
0	-1	0	-1	-1	-1

Képjavítás a második deriválttal – Laplace operátor

Képesítés Laplace operátor segítségével

- A Hold északi pólusa
- Miután Laplace operátorral szűrtünk, olyan képet kapunk amely az eredeti képnek csak a részleteit tartalmazza
- A Laplace operátor negatív értékeket is eredményezhet, ezért a megjelenítés előtt a képet skálázni kell
- Ha a kapott képet az eredetivel kombináljuk, olyan képet kapunk ahol a részletek sokkal élesebbek



Képjavítás a második deriválttal – Laplace operátor

Egyszerűsített eset - egy lépésben

- Az eredeti kép és a Laplace operátor definíciójának kombinálása

$$\begin{aligned}g(x, y) &= f(x, y) - [f(x + 1, y) + f(x - 1, y) + \\&\quad f(x, y + 1) + f(x, y - 1)] + 4f(x, y) \\&= 5f(x, y) - [f(x + 1, y) + f(x - 1, y) + \\&\quad f(x, y + 1) + f(x, y - 1)]\end{aligned}$$

- Eredeti kép - identity szűrő

A maszknak csak a központi együtthatója 1, a többi 0

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

- A linearitás miatt lehetséges az összeadás és a kivonás a Laplace maszkkal, ezzel képélesítő szűrőt nyerünk

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

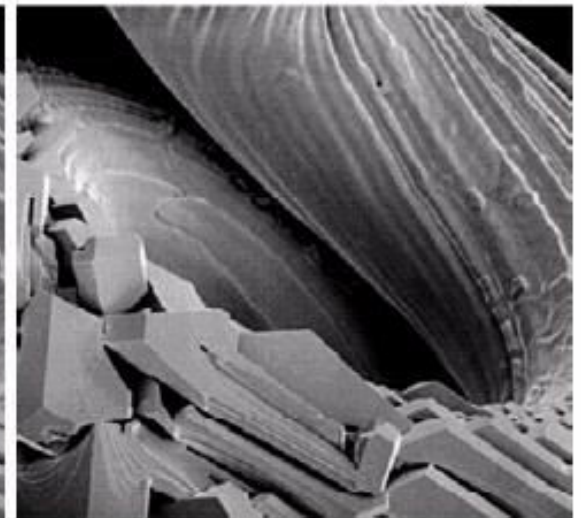
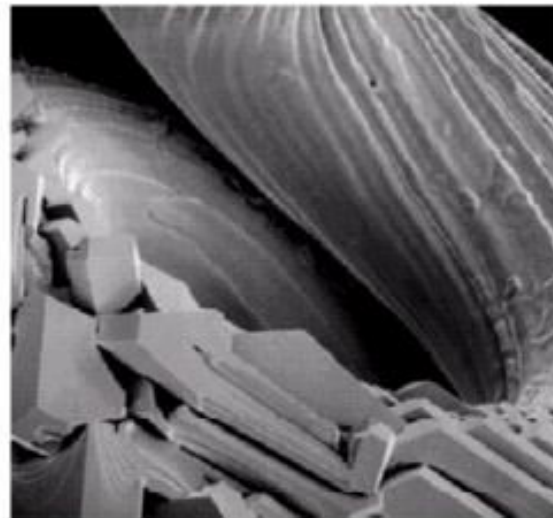
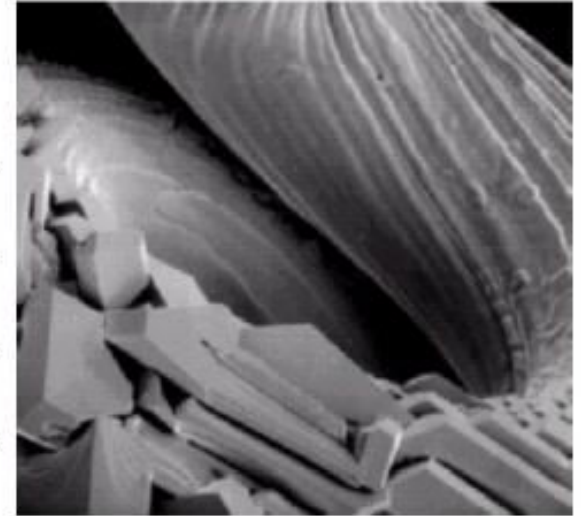
Képjavítás a második deriválttal – Laplace operátor

Képesítés Laplace operátor alkalmazásával egy lépésben

- Tungsten szál
- A szűrés eredménye két különböző maszk esetén

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1



- középén 5 (balra lent)
- középén 9 (jobbra lent)
- a 9 jobb eredmény adott mint az 5

Képjavítás az első deriválttal – gradiens

Az $f(x,y)$ kép gradiense egy vektor

$$\nabla \mathbf{f} = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

- A gradiens modulusa egy izotróp operátor

$$\nabla f = |\nabla \mathbf{f}| = \sqrt{[G_x^2 + G_y^2]} = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right]}$$

- Az egyszerűbb számítás miatt a következő approksziációt használjuk

$$\nabla f \approx |G_x| + |G_y| = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|$$

- Ha a parciális deriváltat különféleképpen definiáljuk,
a gradiens más-más variációját kapjuk

Képjavítás az első deriválttal – gradiens

A gradiens operátornak különböző variációi léteznek

- Konvolúciós operátor
- **Robert** cross-gradiens operátor
- 2x2-es átló mentén van definiálva

$$G_x = (z_9 - z_5), \quad G_y = (z_8 - z_6),$$

$$\nabla f \approx |z_9 - z_5| + |(z_8 - z_6)|$$

- **Sobel** operátor

- A 2-es tényező nagyobb hangsúlyt fektet a központi pikszelre

$$\nabla f \approx |(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)| \\ + |(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)|$$

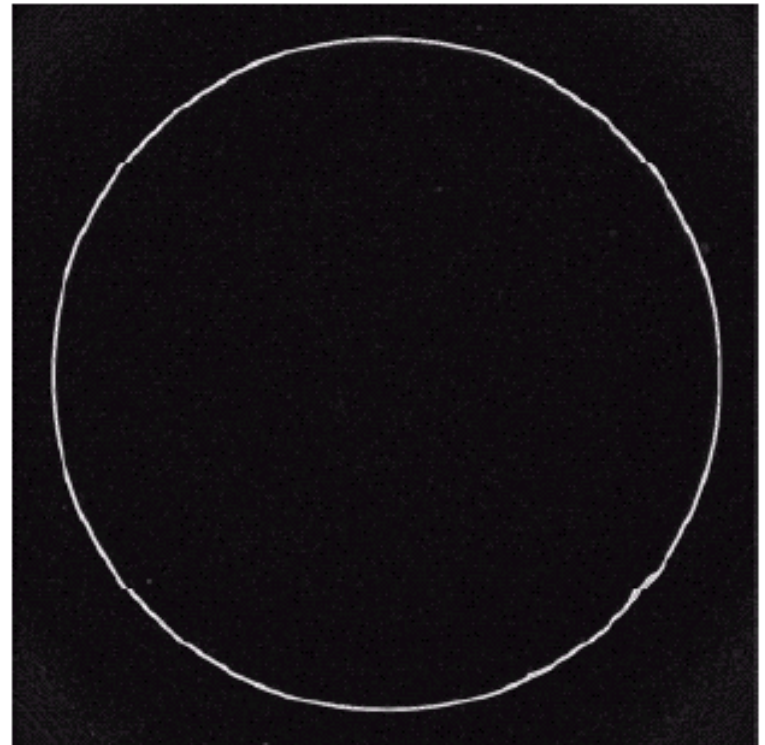
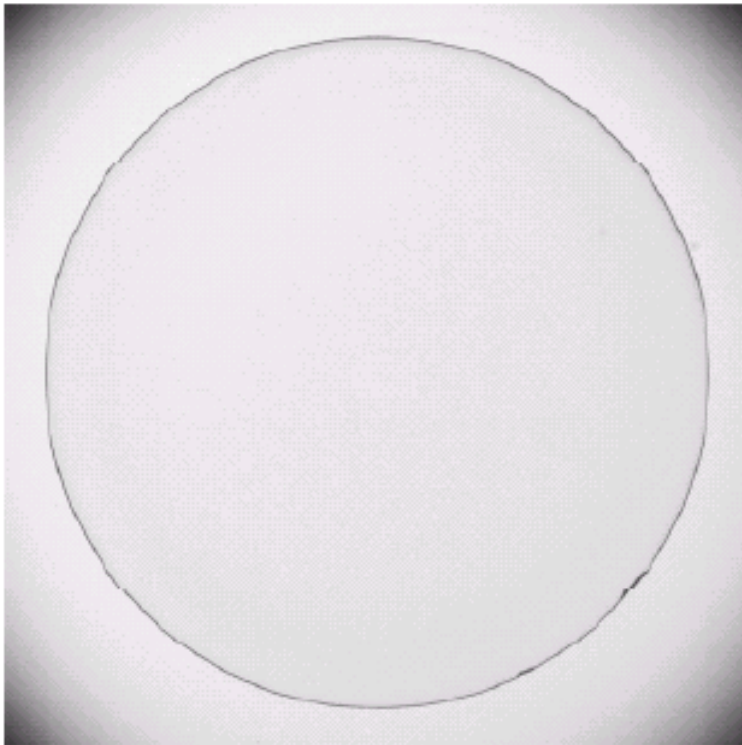
z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

-1	0	0	-1
0	1	1	0

-1	-2	-1	-1	0	1
0	0	0	-2	0	2
1	2	1	-1	0	1

Képjavítás az első deriválttal – gradiens

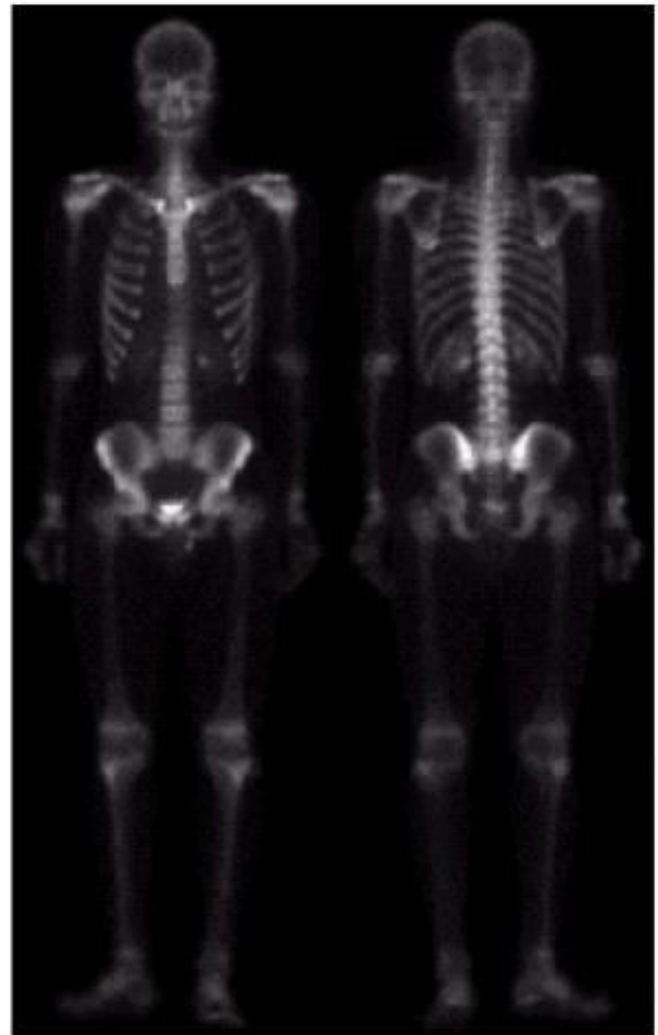
- **Sobel operátor alkalmazása a lencse vizsgálatánál**
 - A jobb oldali képet úgy kapjuk, hogy a bal oldali képre alkalmazzuk a Sobel operátort
 - A lencse deformációja (a szabályos körtől való eltérés) könnyebben észrevehető a jobb oldali képen



Térbeli képjavító eljárások kombinálása

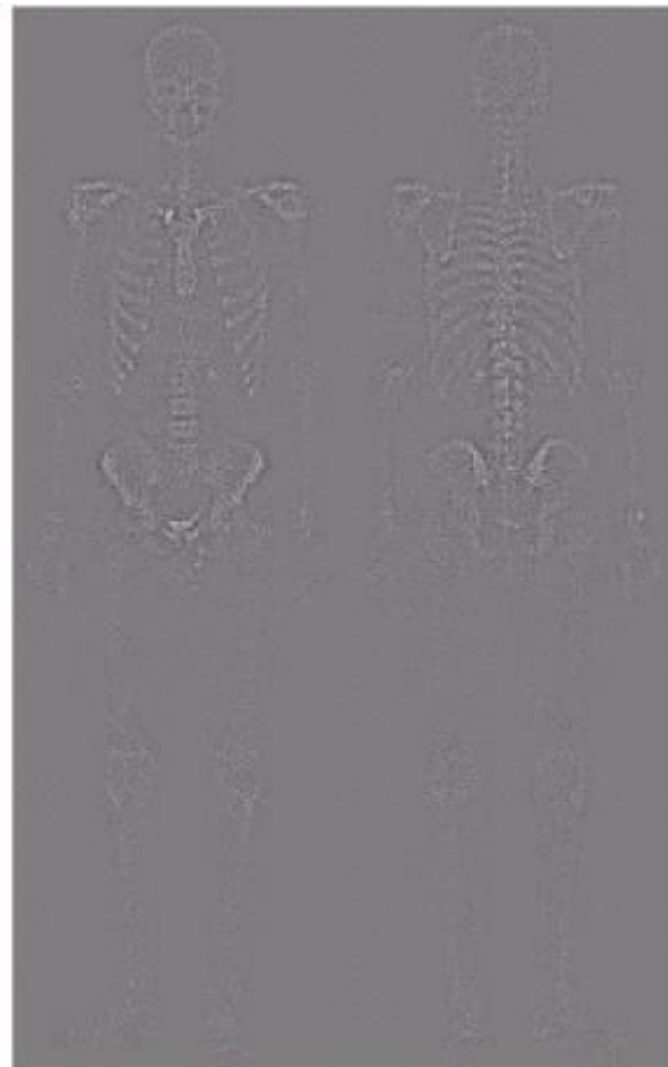
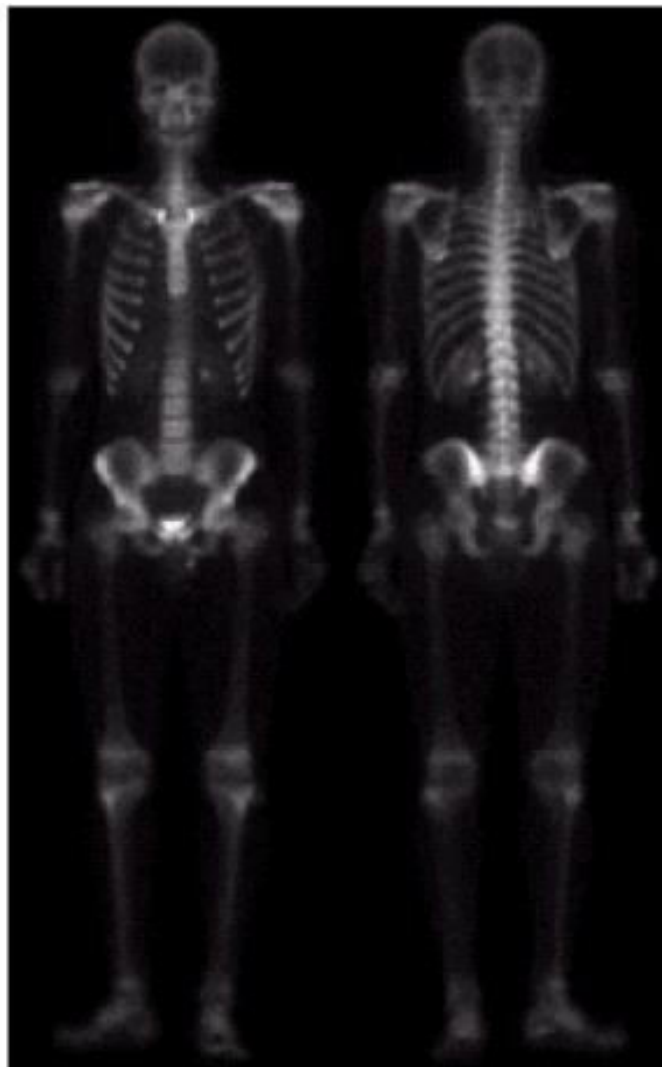
Az emberi csontváz gamma felvétele

- A képet élesítéssel és részletek kihangsúlyozásával kell javítani, hogy fel lehessen ismerni a daganatot vagy a csontfertőzést
- Az alacsony dinamikus tartomány és a magas zajszint nehezíti a feladatot



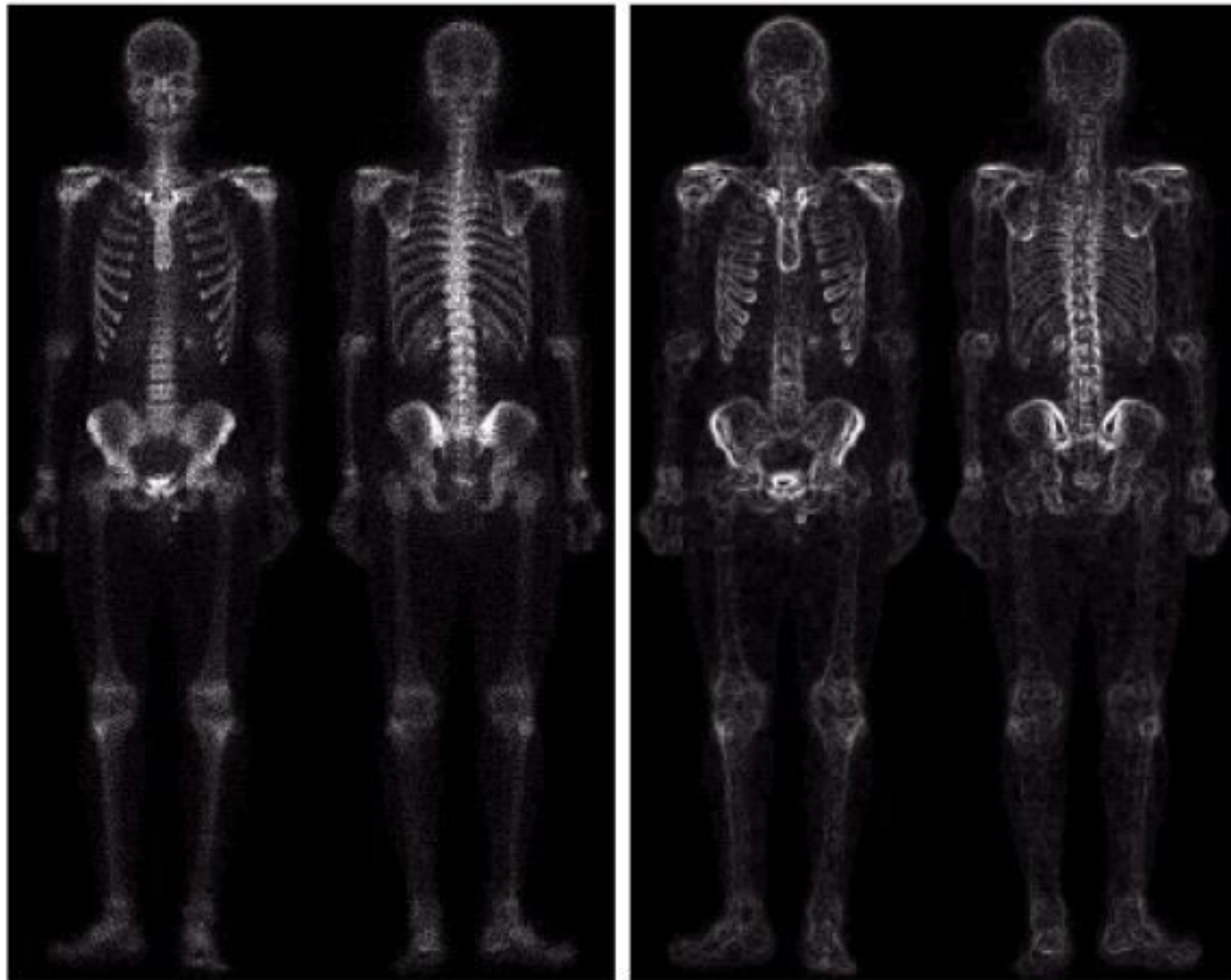
Térbeli képjavító eljárások kombinálása

- Laplace operátor ahol a maszk közepén 8 van, a többi helyen pedig -1



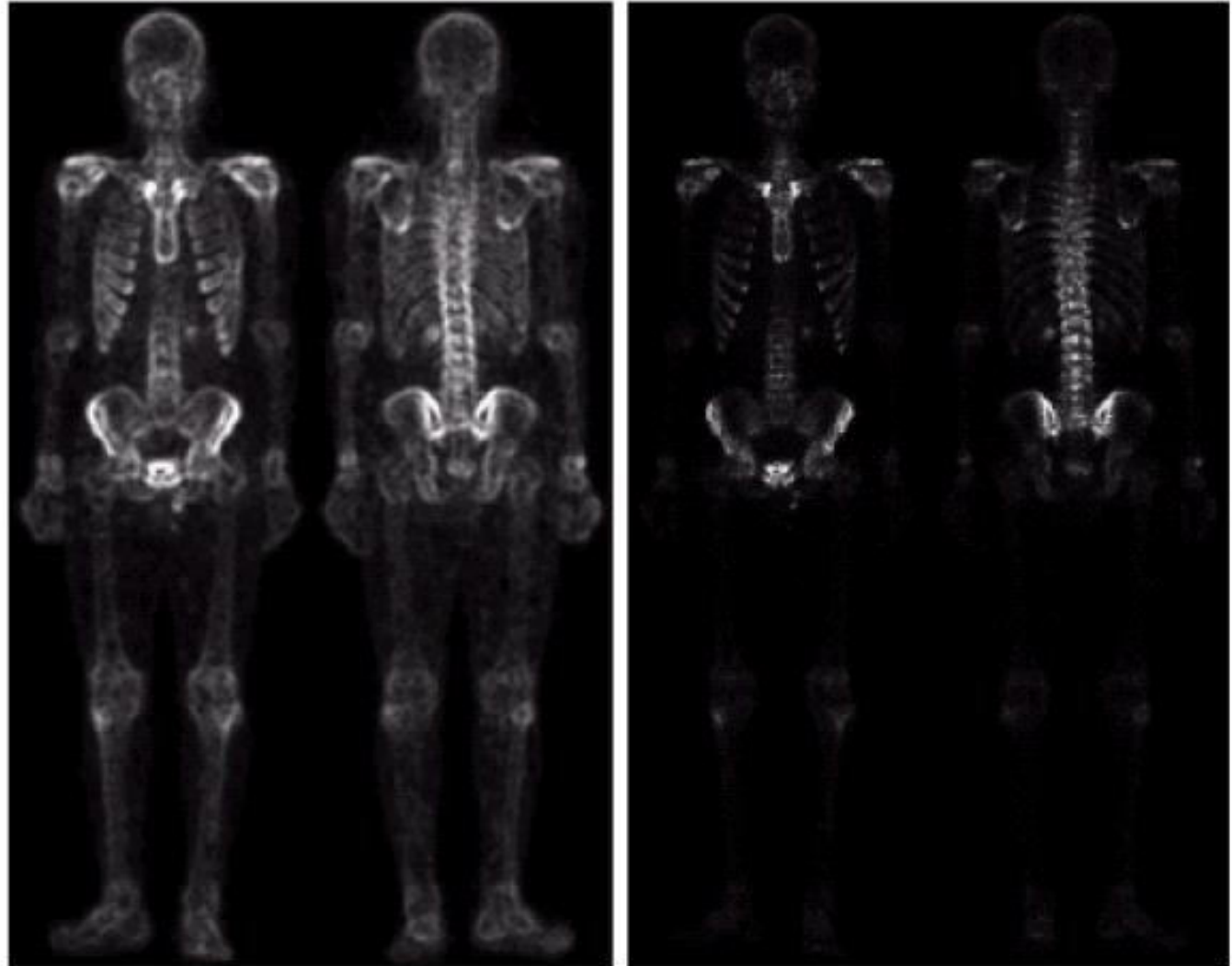
Térbeli képjavító eljárások kombinálása

- Élesített kép amelyet a Laplace kép összeadásával nyertünk (balról)
- Az eredeti kép miután Sobel operátorral dolgoztuk fel (jobbról)



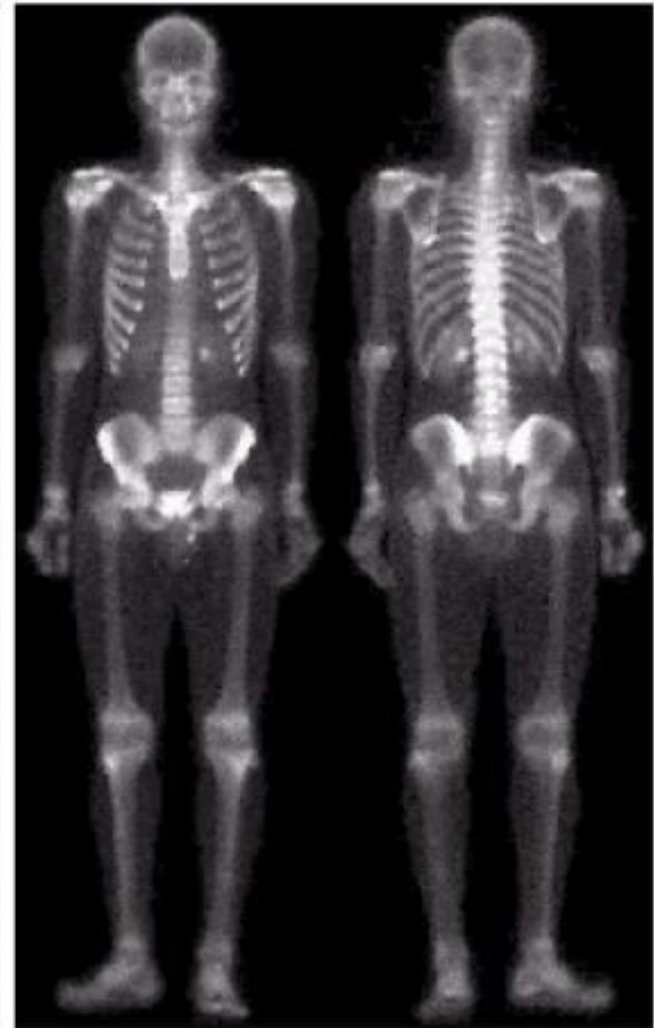
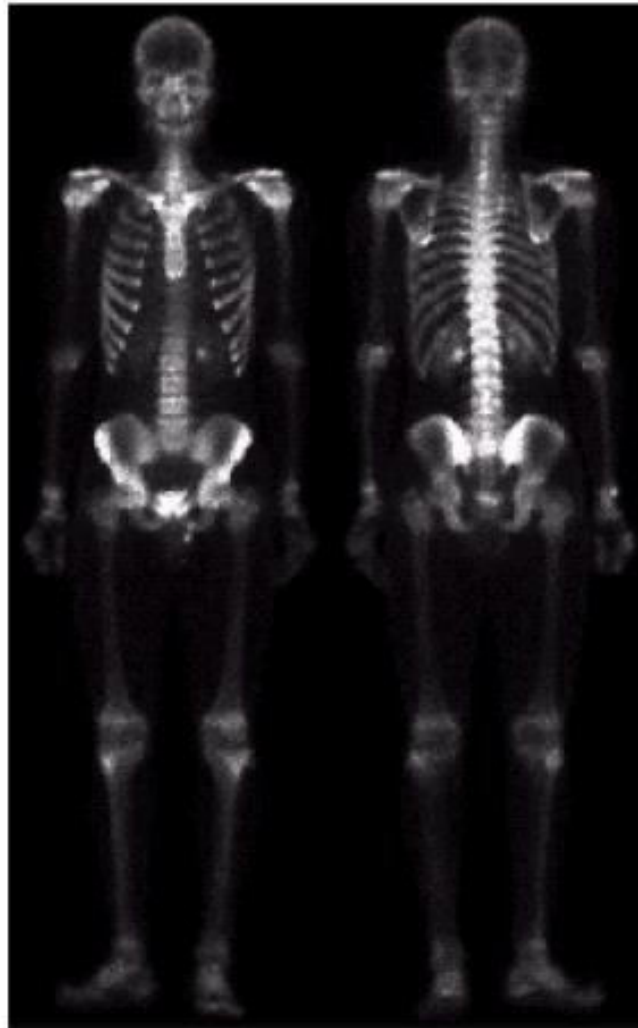
Térbeli képjavító eljárások kombinálása

- Sobel kép miután egy 5x5-ös átlagoló maszkkal homályosítottuk
- Maszk amelyet az élesített kép és a homályosított Sobel kép szorzásával nyertünk (jobbról)



Térbeli képjavító eljárások kombinálása

- Élesített kép amelyet az eredeti kép és a maszk összeadásával nyertünk (balról)
- A végső kép amelyet az előző alapján kaptunk hatvány-transzformációval (jobbról)



Térbeli képjavító eljárások kombinálása

- A kezdeti kép (balról) és ugyanaz a kép feldolgozás után (jobbról)

