1. UVOD

Telekomunikacije su oblast ljudske delatnosti koja se bavi prenosom poruka, vesti, saopštenja ili podataka između dva ili više korisnika na udaljenim mestima, obično posredstvom električnih signala.

Kratak istorijat

U prošlosti su za prenos poruka korišćene najrazličitije metode, počev od glasnika (pešaka, konjanika, poštanskih kočija, goluba pismonoša), preko dimnih signala, do različitih mehaničkih, optičkih (svetlosnih) i akustičkih sistema koji prenose poruku vidljivim ili zvučnim simbolima. Svaki od ovih sistema manje je ili više zadovoljavao potrebe društva u kome je razvijen i korišćen. Paralelno sa porastom potreba za komunikacijama, javljale su se nove i nove tehničke mogućnosti koje su dovele do pojave električnih komunikacija i sistema koje i danas koristimo.

1844. godine postavljen je Morzeov telegraf između Baltimora i Vašingtona. Sistem je služio za prenos pisanog teksta tako što je svako slovo predstavljeno odgovarajućom kombinacijom dugih i kratkih impulsa električne struje koja se kroz provodnike prenosila između dva udaljena mesta.

Prvi telefonski sistem razvio je Bell 1876. godine. Već 1892. postavljena je prva automatska telefonska centrala, a 1967. u svetu je bilo instalirano preko 220 miliona telefonskih priključaka. Početkom šezdesetih godina prošlog veka počeo je razvoj posebnog sistema za prenos podataka, paralelno sa telefonskim sistemom. U toku osamdesetih godina počeo je razvoj digitalnog sistema ISDN (Integrated Services Digital Network - mreže za integrisani prenos različitih službi), a početkom devedesetih i različite varijante mobilne telefonije.

Povezivanje putem elektromagnetnih talasa koji se prostiru u slobodnom prostoru realizovali su Popov i Markoni 1896-97. godine. Razvoj radio difuzije počeo je pronalaskom elektronskih cevi 1906. godine. Krajem dvadesetih godina počeo je i razvoj televizije kao sistema za prenos slike. U toku Drugog svetskog rata beleži se nagli razvoj mnogih oblasti telekomunikacija. Postavljene su osnove digitalizacije i digitalnog prenosa signala. Nakon otkrića tranzistora, 1948. godine i naglog razvoja računara i računarske tehnologije, došlo je do izuzetnog napretka u svim oblastima.

Satelitske telekomunikacije počele su da se razvijaju posle 1960. godine kada je lansiran prvi telekomunikacioni satelit. Sedamdesetih godina prošlog veka počela je primena optičkog vlakna kao medijuma za prenos signala. Danas se mogu sagledati sledeći pravci razvoja:

- ekspanzija satelitskih i optičkih telekomunikacija,

- potpuna digitalizacija svih vrsta prenosa.

- razvoj integrisanih mreža za prenos različitih poruka i mnogih vrsta usluga.

Namena komunikacionih sistema

U teoriji komunikacija navode se tri zadatka koje treba realizovati u postupku prenosa poruke:

a) Formirati poruku i što tačnije je predstaviti skupom simbola,
b) Preneti simbole koji predstavljaju poruku sa što većom tačnošću i
c) Obezbediti da primljena poruka bude pravilno protumačena.

Zadaci opisani pod a) i c) spadaju u klasu semantičkih, jezičkih ili filozofskih problema.

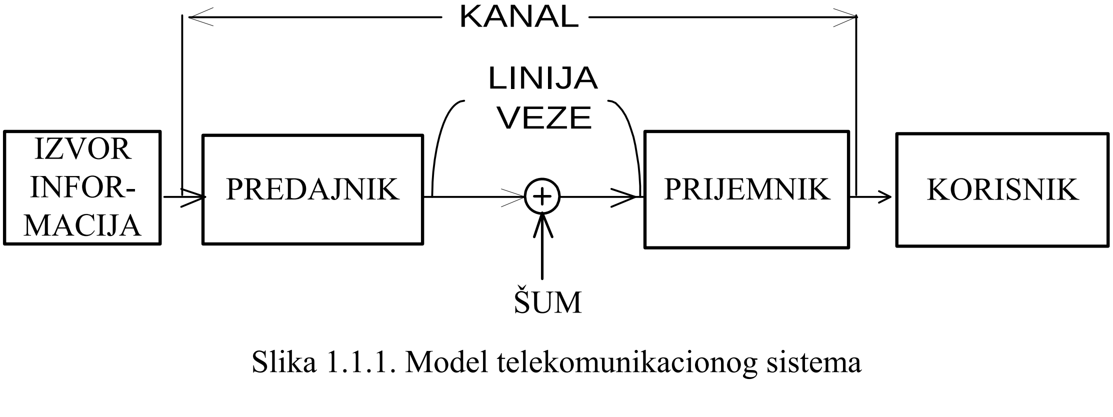
Kao primer za prvi zadatak, posmatrajmo razgovor među ljudima. U svakodnevnoj govornoj komunikaciji, saopštavamo rečenicu tako što poruke (naše misli) predstavljamo skupom simbola (reči). Jedna te ista misao može da se saopšti jasno, jednostavno, precizno, detaljno, konfuzno, prikriveno, nepotpuno, neprecizno i na mnogo drugih načina.

Kao primer za treći zadatak opet možemo da analiziramo razgovor. Istu izgovorenu rečenicu različiti slušaoci mogu da protumače na različite načine, zavisno od njihove inteligencije, poznavanja govornika, poznavanja jezika kojim komuniciraju, tačnosti prenete rečenice (ponekad jedna reč koja se pogrešno razume potpuno menja smisao rečenice), kao i mnogih drugih faktora.

Drugi zadatak, naveden pod b), ima pretežno tehničku prirodu. U ovom udžbeniku analizirani su osnovi postupaka čija je namena da što kvalitetnije realizuju zadatak opisan pod b). Kvalitetna realizacija ostalih zadataka prepuštena je drugim naučnim disciplinama.

1.1. Model telekomunikacionog sistema

Svaki telekomunikacioni sistem može se predstaviti Šenonovim (Shannon) generalnim modelom, prikazanim na slici 1.1.1.



Slika 1.1.1. Model telekomunikacionog sistema

Izvor informacija obično je osoba ili uređaj koji generiše poruku. Poruka može biti: govor, muzika, pisani tekst, slika, računarski, merni, upravljački ili neki drugi podaci.

Predajnik je sklop koji ima dva zadatka:
- da sve poruke pretvori u električne signale pogodne za prenos;
- da električni signal prilagodi prenosu kroz liniju veze.

Linija veze je medijum kroz koji se vrši prenos signala. To može biti fizički vod (metalni provodnik ili stakleno vlakno) ili slobodan prostor kroz koji se prenose elektromagnetski talasi. U toku prenosa signalu se dodaju smetnje i šum, a javljaju se i razna izobličenja poslatog signala.

Prijemnik je sklop čiji je zadatak da primljeni signal pretvori u poruku što sličniju (verniju) poruci koju je generisao predajnik.

Korisnik je osoba ili uređaj kome je poruka namenjena.

U svakom komunikacionim sistemu mogu se identifikovati navedeni sastavni delovi. Kod složenijih komunikacionih sistema, kod kojih se vrši digitalni prenos, detaljnije se razrađuju funkcije predajnika i prijemnika pa je formiran nešto složeniji model komunikacionog sistema. Ovaj složeniji model umesto predajnika ima više delova čija je funkcija što bolje prilagođavanje signala uslovima prenosa. Naravno, i prijemnik kod takvih sistema ima veoma složenu strukturu. Detaljnija analiza složenije strukture komunikacionog sistema obrađuje se na kursevima digitalnih telekomunikacija i digitalne obrade signala, kao i teorije informacija i kodovanja.

Rešeni primeri uz poglavlje 1.1.

Zadatak 1.1.1. (E, S)

Na slici 1. prikazana je blok šema telefonske veze između govornika A i slušaoca B. Otpornost mikrofona na predajnoj strani (R_M) zavisi od zvučnog pritiska (p_A) koji vlada ispred mikrofona, $R_M = f_A(p_A)$. Zvučni pritisak koji na prijemnoj strani stvara slušalica zavisi od struje u kolu, $p_B = f_B(i)$. Izrazima $f_A(p_A)$ i $f_B(i)$ date su funkcionalne zavisnosti. Slušalica je predstavljena konstantnom otpornošću, R_S.

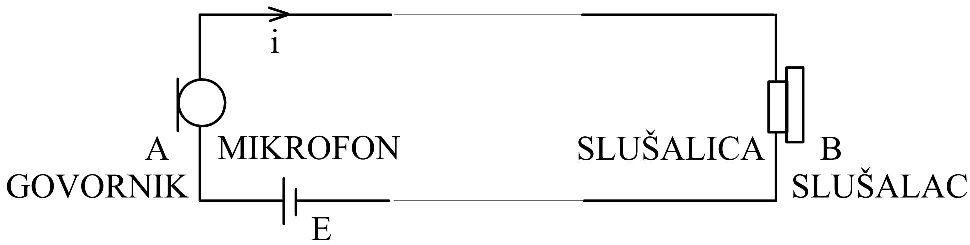
a) Na blok šemi odrediti detaljno pojedine komponente telekomunikacionog sistema.

b) Ako su funkcije $f_A(p_A)$ i $f_B(i)$ date izrazima

$$R_M = R_S \cdot \frac{p_0}{p_0 + p_A(t)}, \qquad p_B = p_0 R_S \cdot \frac{i}{E}, \tag{1}$$

a $p_A(t)$ izrazom:

$$p_A(t) = \begin{cases} p_0 \cdot (1 + \dfrac{t}{t_0}) & |t| \le t_0 \,, \\ 0 & |t| > t_0 \,, \end{cases} \tag{2}$$



Slika 1. Blok šema telefonske veze

gde su R_S, p_0 i E konstante, nacrtati talasne oblike $p_A(t)$ i $p_B(t)$. Smatra se da je telefonski vod kratak, pa je zanemareno prostiranje signala.

Rešenje:

a) Izvor informacija je govornik A. Predajnik sačinjavaju mikrofon i baterija E. Linija veze je žična veza. Prijemnik je slušalica. Korisnik informacija je slušalac B.

b) Struja u kolu data je izrazom:

$$i = \frac{E}{R_S + R_M}, \tag{3}$$

odnosno, posle zamene izraza (1):

$$i = \frac{E}{R_S} \cdot \frac{p_0 + p_A(t)}{2 \cdot p_0 + p_A(t)}. \tag{4}$$

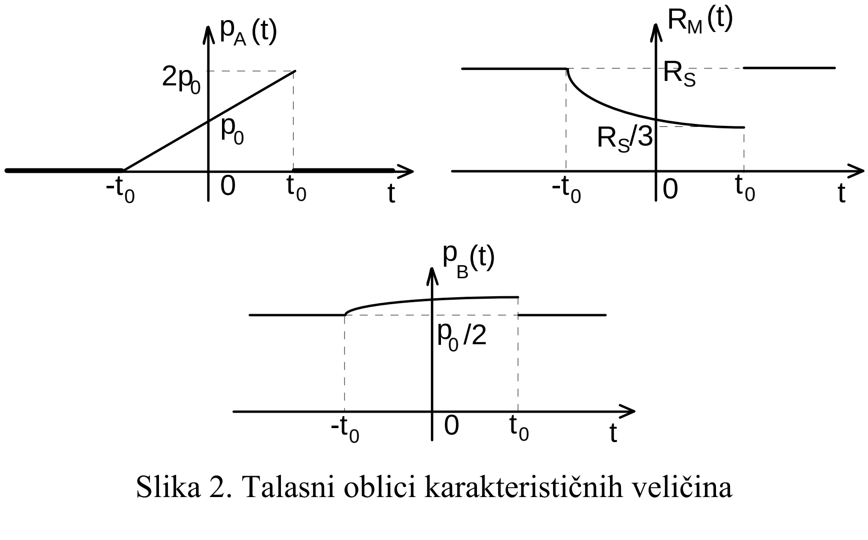
Ako se uvrsti zavisnost $p_A(t)$, data izrazom (2), dobija se:

$$i = \begin{cases} \dfrac{E}{R_S} \cdot \dfrac{2t_0 + t}{3t_0 + t}, & |t| \le t_0, \\ \dfrac{E}{2 \cdot R_S}, & |t| > t_0. \end{cases} \tag{5}$$

Zvučni pritisak koji stvara slušalica, na osnovu (1) i (5), ima oblik:

$$p_B(t) = \begin{cases} p_0 \dfrac{2t_0 + t}{3t_0 + t}, & |t| \le t_0, \\ \dfrac{p_0}{2}, & drugde \end{cases} \tag{6}$$

Talasni oblici prikazani su na slici 2.



Slika 2. Talasni oblici karakterističnih veličina

Poređenjem izraza za p_A i p_B vidi se da telefonska veza nije linearna, usled čega dolazi do izobličenja primljenog signala p_B. Ni jedan realan sistem za prenos nije idealno linearan pa zato on nužno unosi manje ili veće izobličenje u prenošenu poruku.

1.2. Informacija i mera za količinu informacije

Treba objasniti nekoliko pojmova i uvesti određene definicije.

Informacija je apstraktan pojam koji opisuje "sve ono što što pruža saznanje, odnosno obaveštenje". Informacija se prenosi kroz razmenu poruka između dva ili više korisnika.

Poruka je niz simbola iz unapred dogovorenog i poznatog skupa simbola. Skup mogućih simbola naziva se alfabet. Svi korisnici (učesnici u razmeni informacija) treba da poznaju ceo alfabet. Korisnici, međutim, ne znaju koju će poruku generisati predajna strana. Korisnik na predajnoj strani formira poruku birajući simbole iz alfabeta. Sistem za prenos prilagođava poruku uslovima prenosa, vrši prenos i ponovo formira (rekonstruiše) poruku. Korisnik na prijemnoj strani prima poruku, tumači je i iz nje izdvaja (saznaje) informaciju.

Primer. Posmatrajmo razgovor i u njemu izgovoreni tekst kao izvor informacija. Simboli mogu da budu, npr. slova i ostali znakovi. Ako dva korisnika komuniciraju na nivou slova, oni treba da poznaju simbole (sva slova). Kada jedna strana (predajnik, izvor informacija) generiše poruku, ona formira niz slova i šalje ih drugoj strani (prijemniku, korisniku informacija). Prijemnik mora da prepozna poslata slova i time je proces razmene informacija završen.

Osim slova, simboli mogu da budu i slogovi, reči, rečenice, itd.

Ako se kao izvor informacija posmatra srpski jezik, tada simboli mogu da budu reči. Da bi komunikacija bila ispravna, i predajnik i prijemnik treba da poznaju srpski jezik. Inače, ako sagovornici ne poznaju jezik kojim komuniciraju, nema prave komunikacije ni razmene informacija. Na višem nivou od komunikacije rečima mogu se postaviti različiti, složeniji modeli, za koje je ponekad veoma teško odrediti simbole i vršiti kvantitativnu analizu.

Da bi se moglo uvesti kvantitativno proučavanje informacija, kao i količine informacija, koriste se pojmovi iz teorije informacija.

Posmatrajmo alfabet kao skup sačinjen od simbola, A_i, $i = 0..M-1$. U skupu postoji konačan broj od M različitih simbola. Neke osobine izvora informacija mogu se meriti samo ako su poznate verovatnoće pojavljivanja pojedinih simbola, $p_i = p(A_i)$, $i = 0..M-1$. Pri tom postoji ograničenje, poznato iz teorije informacija, po kome je skup svih događaja (simbola) tzv. siguran događaj. Za siguran događaj važi sledeće ograničenje:

$$\sum_{i=0}^{M-1} p_i = 1. \qquad (1.2.1)$$

Pojam količine informacija koju nose pojedine poruke može se intuitivno povezati sa recipročnom vrednošću verovatnoće pojavljivanja posmatrane poruke. Ako je poruka verovatnija, ona nosi manju količinu informacija i obrnuto.

Primer. Vest (ili prognoza) da je u avgustu (na severnoj hemisferi) bio sunčan dan nikoga neće posebno zainteresovati (dakle, takva vest ili poruka sadrži malu količinu informacija), za razliku od vesti da je u avgustu bio mraz ili da je pao sneg. Verovatnoće navedenih poruka i vezu sa količinom informacija čitalac može da proceni sam, na osnovu iskustva. Jasno je da događaj sa velikom verovatnoćom pojavljivanja nosi malu količinu informacija i obrnuto.

Ako se uvedu sledeće pretpostavke:

- količina informacija koju nosi siguran događaj jednaka je nuli,
- količina informacija koju nosi malo verovatan događaj veoma je velika,

usvojen je matematički model po kom se količina informacija, Q_i, koju nosi poruka A_i sa verovatnoćom pojavljivanja p_i određuje kao:

$$Q_i \propto \log\left(\frac{1}{p_i}\right), \qquad (1.2.2)$$

gde znak $\propto$ označava proporcionalnost, a baza primenjenog logaritma i jedinica za količinu informacija nisu unapred definisane.

Ako je verovatnoća neke poruke veoma mala, ona nosi ogromnu količinu informacija, ali to ne znači da je posmatrani izvor informacija, kad generiše takvu poruku, naročito “efikasan”. Za izvore informacija definiše se prosečna količina informacija ili entropija izvora kao:

$$H = E[Q_i] = \sum_{i=0}^{M-1} p_i \cdot Q_i\ . \qquad (1.2.3)$$

Entropija se naziva i 'srednja mera neizvesnosti sistema ili izvora'. U izrazu (1.2.3) $E[Q_i]$ je oznaka (operator) za određivanje statističke srednje vrednosti. Dimenzije entropije određene su u nastavku.

Praktično značenje količine informacija

Posmatrajmo najjednostavniji izvor koji generiše samo dve moguće poruke, sa simbolima iz skupa sa dva elementa, npr. (0 i 1) ili (DA i NE). Intuitivno je jasno da prenos svakog simbola iz takvog izvora može da se obavi prostim otvaranjem ili zatvaranjem prekidača u električnom kolu. Ako su verovatnoće poruka jednake, $p_0 = p_1 = 0.5$, i ako se primeni logaritam sa osnovom 2 (binarni logaritam), količina informacija koju nosi bilo koji simbol, kao i entropija, prema (1.2.2) i (1.2.3), jednaka je jedinici.

Sa binarnim logaritmom entropija ima dimenzije (mernu jedinicu) 'bita po simbolu' ($\mathrm{bit/simb}$), ili samo bit (skraćenica od <u>bi</u>nary digi<u>t</u>). Neki autori ovu jedinicu nazivaju i Šenon (Shannon) u čast velikog teoretičara, čoveka koji je postavio osnove teorije informacija. Pošto izvor sa manje od dve različite poruke nema smisla, navedeni primer predstavlja osnovni tip izvora informacija, a jedinica bit je osnovna jedinica za količinu informacija.

Ako izvor generiše četiri moguće (različite) poruke, tj. $M = 4$, prenos se može vršiti odgovarajućim složenijim sistemom koji razlikuje četiri različita stanja. Ako su verovatnoće poruka jednake i ako se primeni logaritam sa osnovom 4, ponovo je količina informacija koju nosi bilo koji simbol, kao i entropija, jednaka 1, ali ne bit nego neka 'ternarna jedinica'.

Međutim, četiri poruke mogu se zameniti parovima binarnih simbola 00, 01, 10 i 11. Vidi se da je za prenos svakog od četiri različita simbola praktično potrebno preneti po dva binarna broja, tj. dva bita. Ako važe isti uslovi za prenos kao u prethodnom slučaju, prenos simbola koji opisuju poruku treba da traje dvostruko duže nego kod binarnog prenosa. Sa istom osnovom logaritma kao u slučaju $M = 2$, dobija se da je entropija jednaka $2\,\mathrm{bit/simb}$.

Ako izvor generiše osam mogućih poruka, tj. $M = 8$, dobija se da je entropija jednaka 3, a za prenos svakog od osam različitih simbola, binarno kodovanih sa po tri bita, 000, 001, 010,…111, praktično treba preneti tri binarna broja, što zahteva trostruko duži prenos.

Ova jednostavna analiza pokazuje da se količina informacija može povezati i sa sasvim praktičnim merilima, kao što je trajanje prenosa i, direktno s tim u vezi, cenom prenosa. Složeniji sistemi zahtevaju dugotrajniji (i skuplji) prenos pojedinih poruka, ali pri tom nose veću količinu informacija.

Rešeni primeri uz poglavlje 1.2.

Zadatak 1.2.1. (E, S)

a) Izvor informacija bez memorije generiše dve moguće poruke sa verovatnoćama pojavljivanja p i $1-p$. Nacrtati zavisnost entropije izvora od p i odrediti njenu maksimalnu vrednost.

b) Za izvor informacija sa M mogućih poruka odrediti verovatnoće p_k, $k = 0,1,2,...M-1$, tako da entropija bude maksimalna. Odrediti njenu vrednost.

Rešenje:

a) Entropija izvora sa dva moguća stanja može se napisati u obliku:

$$H = p \cdot ld\frac{1}{p} + (1-p)\cdot ld\frac{1}{1-p}.$$

Maksimalnu vrednost entropija ima za ono p za koje je $\frac{dH}{dp} = 0$, tj. $ld\frac{1-p}{p} = 0$, odakle se dobija $p = 0.5$. Maksimum iznosi $H_{\max} = 1\,\mathrm{bit/simb}$. Zavisnost entropije od p prikazana je na slici 1.

b) Treba odrediti nepoznate p_k, $k = 0, 1, 2, \dots M-1$. Problem se može rešiti Lagranžovim metodom, po kom se traži maksimum funkcije F:

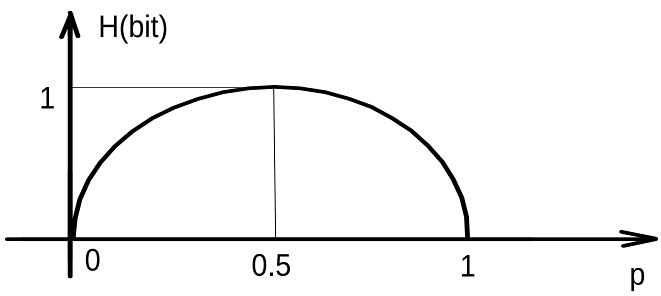
$$F = H + \lambda \cdot \left(\sum_{k=0}^{M-1} p_k - 1 \right),$$

gde je veličina λ Lagranžov multiplikator. Traži se k parcijalnih izvoda:

$\dfrac{dF}{dp_k} = ld\,\dfrac{1}{p_k} - \dfrac{1}{\ln 2} + \lambda = 0$, sa rešenjima: $p_k = 2^{\lambda - \frac{1}{\ln 2}}$, $k = 0,1,2,...M-1$.

Pošto p_k u prethodnom izrazu očigledno ne zavisi od k, zaključuje se da su sve vrednosti p_k, $k = 0,1,2,...M-1$, međusobno jednake. Pošto je $\sum_k p_k = 1$, sve verovatnoće p_k, imaju jednaku vrednost i ona iznosi $1/M$. Lako se izračunava da maksimalna entropija, za ovako određene verovatnoće, ima vrednost:

$$H_{\max} = ld(M) \text{ bit/simb}. \tag{1}$$



Slika 1. Zavisnost entropije od verovatnoće p

Ako verovatnoće pojavljivanja mogućih poruka nisu jednake, prema slici 1. u zadatku 1.2.1, entropija ima vrednost manju od maksimalne. To, intuitivno, znači da je, u tom slučaju, za prenos signala, u proseku, potreban manji broj bita po simbolu od maksimalno određenog i da taj broj nije ceo broj.

Takođe, postoje izvori informacija koji generišu poruke među kojima postoji određena zavisnost. Za takve izvore kaže se da imaju memoriju. Kao primer ponovo može da posluži srpski ili bilo koji drugi jezik. U sastavljanju slogova i reči postoje kombinacije slova koje se nikada ili skoro nikada neće dogoditi, kao npr. fd, kh, pb, zs, cf, itd. Uz činjenicu da sva slova nisu jednako verovatna, može se zaključiti da kodovanje skupova, npr. parova slova, umesto pojedinačno kodovanje svakog slova, može da bude efikasnije, što znači i ekonomičnije.

Interesantan primer kodovanja predstavlja telefonska numeracija pozivnih brojeva država u međunarodnom saobraćaju i gradova u nekim zemljama. SAD, kao država sa očekivanim velikim telefonskim saobraćajem, ima pozivni broj 1, Rusija ima broj 7, mnoge zemlje srednje veličine imaju dvocifrene pozivne brojeve (Nemačka 49, Francuska 33, Australija 61, itd), a sasvim male države imaju trocifrene brojeve (Finska 358, Albanija 351, Makedonija 389, itd.). Naravno, ni jedna država nema pozivni broj 17, ili 498. Zašto? U nekim zemljama svi gradovi imaju jednaku dužinu pozivnih brojeva. U nekim zemljama, međutim, veći gradovi imaju kraće pozivne brojeve (npr. u Nemačkoj Minhen 089), dok mali gradovi i sela imaju znatno duže brojeve (npr. takođe u Nemačkoj, Hildeshajm 05121). Razlog leži u smanjenju prosečne dužine zauzimanja pojedinih delova telefonskog komunikacionog sistema.

Detaljna objašnjenja ovih postupaka izučavaju se na kursevima Teorije informacija i kodovanja.

Zadatak 1.2.2. (E, S)

Posmatra se srpski jezik kao izvor informacija bez memorije a slova kao moguće poruke. Pretpostavlja se da su verovatnoće svih suglasnika jednake p_1, a samoglasnika p_2. Takođe važi i jednakost $p_2 = 5p_1$.

a) Odrediti količinu informacija koju prenosi jedan suglasnik i jedan samoglasnik.
b) Odrediti entropiju izvora.

Rešenje:

Srpski jezik ima dvadesetpet suglasnika i pet samoglasnika. Uz uslov koji je dat u tekstu zadatka i ograničenje po kome zbir svih verovatnoća mora biti jednak jedinici, dobijaju se dve jednačine:

$$25p_1 + 5p_2 = 1 \quad \text{i} \quad p_2 = 5p_1.$$

Odavde se lako izračunava: $p_1 = 0.02$, $p_2 = 0.1$.

a) Količina informacija za svaki suglasnik iznosi $Q_1 = -ld(p_1) = 5.64\ \text{bit}$, a za samoglasnik $Q_2 = -ld(p_2) = 3.32\ \text{bit}$.

b) Entropija izvora iznosi $H = 25p_1Q_1 + 5p_2Q_2 = 4.48\ \text{bit/simb}$.

Kada bi sva slova u srpskom jeziku imala jednaku verovatnoću pojavljivanja, $p = 1/30$, entropija bi bila najveća i iznosila bi $4.95\ \text{bit/simb}$. Ukoliko bi se uzele stvarne verovatnoće pojedinih slova i pretpostavila nezavisnost pojavljivanja od onih koje im prethode, za entropiju srpskog jezika dobilo bi se $4.24\ \text{bit/simb}$, a npr. engleskog $4.09\ \text{bit/simb}$. Stvarna entropija oba jezika znatno je manja zbog postojanja memorije, odnosno zavisnosti između susednih slova. Procenjuje se da ona iznosi oko $1\ \text{bit/simb}$ i mogla bi se praktično postići primenom posebnih tehnika kodovanja koje se nazivaju entropijsko kodovanje.

1.3. Jedinice u obradi i prenosu signala u telekomunikacijama

U postupcima obrade i prenosa signala često se koriste logaritamske jedinice. Umesto vrednosti napona (u voltima, V), struje (u amperima, A) i snage (u vatima, W), koriste se nivoi napona, struje i snage, definisani izrazima:

$$n_u = 20 \cdot \log\frac{U}{U_0}, \quad n_i = 20 \cdot \log\frac{I}{I_0}, \quad n_p = 10 \cdot \log\frac{P}{P_0}, \tag{1.3.1}$$

respektivno. Za sva tri nivoa jedinica se zove decibel, dB.

Umesto dekadnog logaritma ponekad se koristi i prirodni logaritam:

$$n_u = \ln\frac{U}{U_0},\quad n_i = \ln\frac{I}{I_0},\quad n_p = \frac{1}{2}\cdot\ln\frac{P}{P_0},\tag{1.3.2}$$

respektivno, a jedinica se naziva neper, N. U izrazima (1.3.1) i (1.3.2) konstante U_0, I_0 i P_0 nazivaju se referentne veličine. Ako se usvoje vrednosti: $U_0 = 0.775\ \mathrm{V}$, $I_0 = 1.29\ \mathrm{mA}$ i $P_0 = 1\ \mathrm{mW}$, nivoi se nazivaju apsolutni, a jedinice su dBm (čita se decibel m ili dbm) i Nm.

Rešeni primeri uz poglavlje 1.3.

Zadatak 1.3.1. (E, S)

Odrediti vezu između logaritamskih jedinica dB i N.

Rešenje:

Nivo napona u N označićemo sa n_u, a odgovarajući nivo u dB sa n_u'.
Važe sledeće jednakosti:

$$n_u = \ln\frac{U}{U_0},\qquad n_u' = 20\cdot\log\frac{U}{U_0}.$$

Na osnovu osobine logaritamske funkcije da je $x = e^{\ln(x)}$, važi sledeća jednakost:

$$n_u' = 20\cdot\log\frac{U}{U_0} = 20\cdot\log\left(e^{\ln\frac{U}{U_0}}\right) = 20\cdot\log(e^{n_u}) = 20\cdot n_u\cdot\log(e).$$

Ako je $n_u = 1\ \mathrm{N}$ ovom nivou napona odgovaraće, izražen u decibelima, nivo:

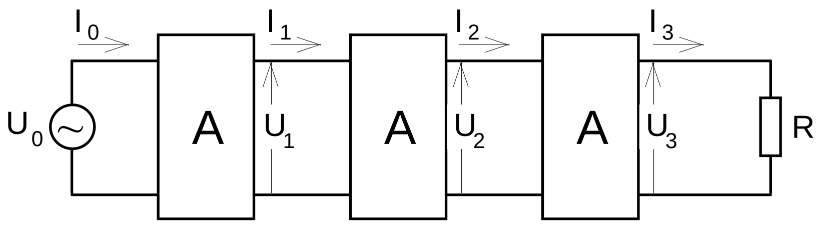
$n_u' = 20\cdot\log(e)\ \mathrm{dB} = 8.686\ \mathrm{dB}$, odnosno $1\mathrm{N} = 8.686\ \mathrm{dB}$, $1\mathrm{dB} = 0.115\ \mathrm{N}$.

Zadatak 1.3.2.

Tri pojačavača napona sa pojačanjem $A = 4$ vezana su na red. Odrediti nivo napona, struje i snage u dB:

a) iza prvog pojačavača,
b) iza poslednjeg pojačavača,

uzimajući napon, struju i snagu na ulazu kao referentne. Ulazne otpornosti pojačavača jednake su otporu potrošača R.



Slika 1. Redna veza pojačavača

Rešenje:

a) Ulazni napon, struja i snaga označeni su sa U_0, I_0 i $P_0 = \frac{1}{2}U_0 I_0$. Na izlazu prvog pojačavača napon, struja i snaga imaju oblik:

$U_1 = AU_0 = 4U_0$, $\quad I_1 = AI_0 = 4I_0$, $\quad P_1 = \frac{1}{2}U_1 I_1 = A^2 P_0 = 16P_0$.

Odgovarajući nivoi su:

$$n_{U1} = 20 \cdot \log(U_1 / U_0) = 12 \text{ dB},$$

$$n_{I1} = 20 \cdot \log(I_1 / I_0) = 12 \text{ dB},$$

$n_{P1} = 10 \cdot \log(P_1 / P_0) = 12 \text{ dB}$ (korišćena je približna vrednost $\log(4) = 0{,}6$).

Dakle, ako je otpornost na kojoj se određuju nivoi napona, struje i snage jednaka U_0 / I_0, svi nivoi su isti.

b) $n_{U3} = n_{I3} = n_{P3} = 20 \cdot \log A^3 = 3 \cdot 20 \cdot \log A = 3 \cdot n_{U1} = 36 \text{ dB}$.

Ekvivalent množenja signala predstavlja sabiranje odgovarajućih nivoa. Takođe treba primetiti da se nivo napona poveća za $6\,\text{dB}$, a nivo snage za $3\,\text{dB}$ kad se odgovarajući napon i snaga udvostruče.

2. SIGNALI

2.1. Definicije. Energija i snaga signala. Operacije nad signalima.

Pojam signala ili električnog signala može se definisati na više načina. Dve veoma razumljive definicije glase:

a) Signal je (električni) ekvivalent poruke.
b) Signal je skup podataka o nekoj pojavi ili događaju.

Primeri. Signal može da bude promena napona ili struje na izlazu mikrofona, promena napona na izlazu medicinskih uređaja kao EKG ili EEG, podaci o vodostaju Dunava očitavani svaki dan u 12:00, vrednost valuta na deviznom tržištu, slika na ekranu ili monitoru, itd.

Signal se u telekomunikacijama obično posmatra kao zavisna fizička veličina (zavisna promenljiva, funkcija). Ona se menja u zavisnosti od druge fizičke veličine (nezavisne promenljive).

Zavisna promenljiva može da bude, po svojoj prirodi: napon, struja, električni potencijal, skup brojeva dobijenih očitavanjem nekih podataka, itd. Nezavisna promenljiva može da bude vreme, neka od prostornih koordinata (x, y), itd.

Signal se najčešće zapisuje u obliku $x(t)$, $x(n)$ ili x_n, gde je sa x (ili neko drugo malo slovo latinice) označena zavisna promenljiva (može da bude napon, struja ili neka treća veličina), a sa t ili n nezavisna promenljiva. Obično je t kontinalna promenljiva, kao što je to vreme. n je celobrojna promenljiva koja nema dimenzije, a njeno fizičko značenje može da bude različito: vreme, prostorne koordinate, itd.

Najčešće je signal realna veličina. Ponekad se koriste i signali za koje kažemo da su kompleksni. Kompleksni signal je kombinacija dva signala kod kojih je veza između realnog i imaginarnog dela povezana sa faznom razlikom od $\pi / 2$. Iz matematičke analize poznato je da ovakva fazna razlika postoji između realnih i imaginarnih brojeva, kao i između sinusa i kosinusa.

Ako je broj nezavisnih promenljivih veći od jedan, govorimo o višedimenzionalnim signalima. Tako je, npr. signal $p(x, y)$ funkcija dve promenljive. Ako ove promenljive odgovaraju prostornim koordinatama, radi se npr. o signalu mirne (nepokretne) slike. Signal $p(x, y, t)$ može da predstavlja signal pokretne slike.

Energija i snaga signala

Posmatramo signal $x(t)$. U svakom trenutku, (t), signal može da ima drugačiju vrednost. Da bi mogli da na neki način izmerimo ili ocenimo ceo signal, treba primeniti postupak koji uzima u obzir i vrednosti i trajanje signala. Jedno od rešenja nudi matematika u obliku 'površine' signala, preko određenog integrala:

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot dt \,. \tag{2.1.1}$$

Međutim, pošto signal može da ima pozitivne i negativne vrednosti, može se desiti da se prema (2.1.1) dobije $M = 0$ za signal sa veoma velikim trenutnim vrednostima, ali suprotnog znaka, kao i za signal koji je identički jednak nuli. Osim površine signala mogla bi se izračunavati i površina pod funkcijom $|x(t)|$. Najbolja mera signala dobija se izračunavanjem površine pod krivom oblika $x^2(t)$. Ova površina sigurno je nenegativna. Ona ima naročit fizički smisao. Naziva se energija signala. Za realne signale definisana je kao:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) \cdot dt \,, \tag{2.1.2a}$$

a za kompleksne signale:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \cdot dt \,. \tag{2.1.2b}$$

Da bi rezultati dobijeni određivanjem energije signala mogli da se porede, vrednosti treba da budu konačne. Potreban uslov za to jeste da signal teži nuli kad promenljiva (vreme) teži beskonačnosti. Ovaj uslov, međutim, ne zadovoljava široka klasa signala poznata pod nazivom periodični signali. Za njih se, umesto energije, definiše snaga signala (ili srednja snaga) kao:

$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t) \cdot dt \,, \tag{2.1.3a}$$

gde je T perioda signala, odnosno najmanji vremenski interval posle kojeg se oblik i vrednosti signala ponavljaju. Ako je signal po svojoj prirodi napon ili struja, dobijena vrednost snage, P, odgovara stvarnoj vrednosti snage na otporniku otpornosti $1\,\Omega$. I za kompleksne signale može se odrediti snaga, na način sličan izrazu (2.1.2b).

Čitaocu prepuštamo da odredi kolika bi bila energija periodičnog i snaga aperiodičnog signala, iako su to veličine koje, strogo posmatrano, nisu definisane.

Kod signala se ponekad definiše i tzv. trenutna snaga. Za realne signale to je funkcija oblika:

$$P(t) = \frac{1}{R} \cdot x^2(t) \,, \tag{2.1.3b}$$

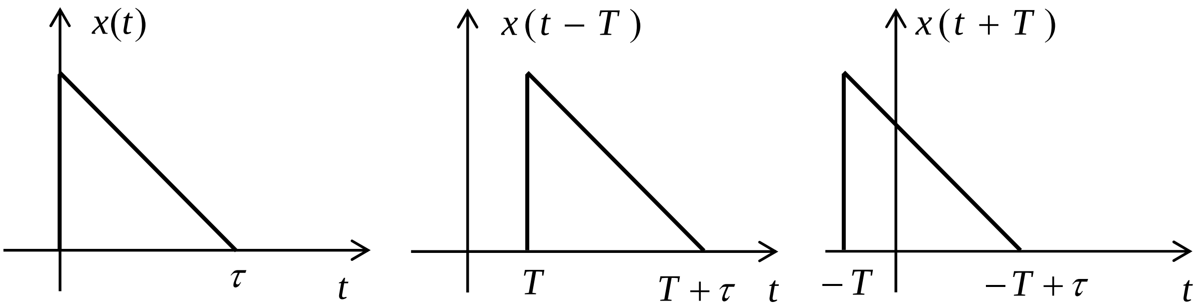
gde je R otpornost otpornika koja je obično jednaka jedinici.

Na sličan način mogu se definisati i energija i snaga 2-D signala. Koriste se dvostruki integrali, a integracija se vrši po dve, obično prostorne promenljive. Ove veličine imaju primenu u kursevima iz digitalne obrade slike i tamo će biti detaljno objašnjene.

Korisne operacije nad signalima

Postoji nekoliko jednostavnih računskih operacija sa signalima koje su neophodne za pravilno i dobro razumevanje brojnih postupaka pokazanih u nastavku. To su: pomeranje, skaliranje i inverzija signala. Najlakše se mogu pokazati na nekoliko primera.

Pomeranje signala. Na slici 2.1.1. pokazan je primer pomeranja signala. Ako je T pozitivna konstanta, vidi se da je signal $x_1(t) = x(t-T)$ pomeren udesno za veličinu T. Formalno, posmatraju se vrednosti 'stare' funkcije $x(t)$ u pojedinim 'značajnijim' tačkama i na osnovu toga određuju vrednosti 'nove' funkcije $x_1(t)$. Tako npr. u tački $t-T=0$, tj. $t=T$, 'stara' funkcija ima skok, pa važi jednakost $x_1(T) = x(0)$. Dakle 'nova' funkcija u tački $t=T$ ima vrednost jednaku vrednosti 'stare' funkcije u tački 0, što odgovara kašnjenju signala, odnosno pomeranju za T prema većim vrednostima promenljive, vremena. Na sličan način pokazuje se da pomeranje signala ulevo odgovara izrazu $x_2(t) = x(t+T)$. Ovakvo pomeranje ima samo teoretski značaj jer u praksi nije moguće pomeriti događaj 'unapred'.

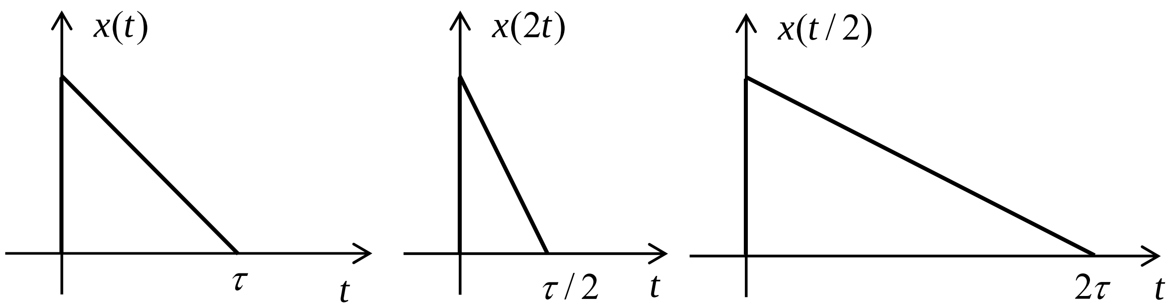


Slika 2.1.1. Originalni signal i pomereni oblici, τ i T su pozitivne konstante

Skaliranje signala. Na slici 2.1.2. prikazan je primer skaliranja, odnosno sužavanja i proširivanja signala. Ako je $x_1(t) = x(at)$, $a > 0$, posmatramo dva slučaja:

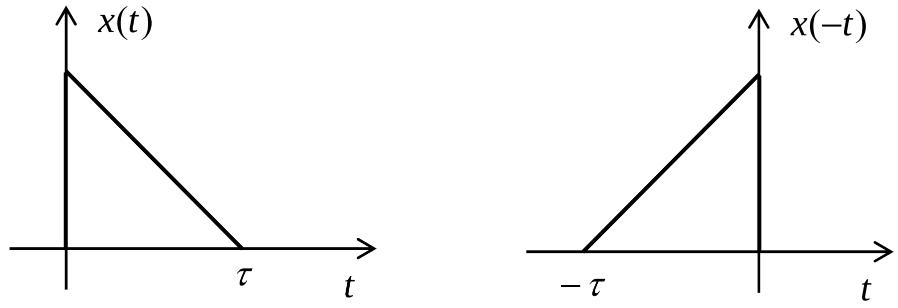
1) $a > 1$, vidi se da je došlo do sužavanja signala, zato što se argument signala (ukupna veličina u okrugloj zagradi) sa promenom vremena t menja brže nego kada je $a = 1$ i

2) $a < 1$, vidi se da je došlo do proširivanja signala, zato što se argument signala sa promenom vremena t menja sporije nego kada je $a = 1$.



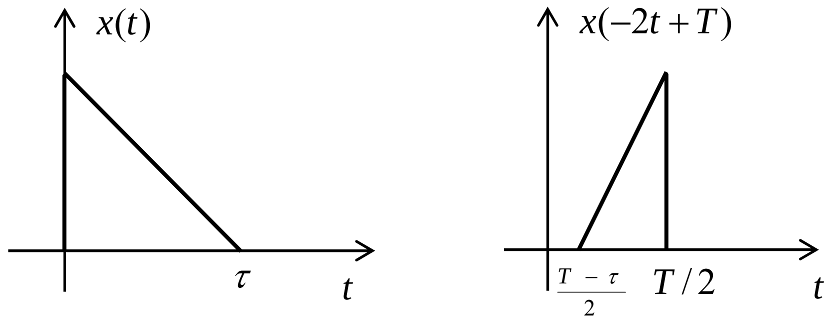
Slika 2.1.2. Originalni signal i dve skalirane varijante

Inverzija signala. Inverzija (reflektovanje) signala može se posmatrati kao posebna vrsta skaliranja kod kog je $a = -1$. Inverzija je definisana izrazom $x_1(t) = x(-t)$. Primer je pokazan na slici 2.1.3. Treba istaći da inverzija parnih signala daje rezultat koji je identičan originalnom, a inverzija neparnih signala odgovara množenju signala sa -1.



Slika 2.1.3. Originalni signal i njegova inverzija

Kombinovane operacije. Na slici 2.1.4. prikazan je rezultat primene kombinovane operacije invertovanja, skaliranja i pomeranja na originalni signal.



Slika 2.1.4. Originalni signal i signal dobijen kombinovanim operacijama

2.2. Podela signala

Postoji više načina za podelu signala. Signali se, npr. mogu podeliti na determinističke (oni za koje je ponašanje određeno nekim analitičkim izrazom i poznato za svaku vrednost nezavisne promenljive) i slučajne (oni za koje je poznato samo ponašanje u prošlosti, ako je nezavisna promenljiva vreme). Deterministički signali mogu se dalje podeliti na periodične i aperiodične. Detalji su objašnjeni u nastavku.

Svaka od gore navedenih vrsta signala može se dalje podeliti u zavisnosti od osobina nezavisne i zavisne promenljive. Nezavisna promenljiva može da bude kontinualna (skup realnih brojeva) i diskretna veličina (skup celih brojeva). Vrednosti signala (zavisna promenljiva) mogu takođe da budu kontinualne i diskretne.

U tabeli 2.2.1. dat je pregled podele signala na osnovu osobina promenljivih veličina. Tako, npr. signal sa kontinualnim vremenom i amplitudama, $x(t)$, obično nazivamo skraćeno: analogni signal. Diskretni signal x_n ima potpuniji naziv: signal sa diskretnim vremenom i kontinualnim amplitudama, ali se takav naziv ne koristi. Kvantizovani analogni signal najređe se koristi kao poseban oblik signala i nema posebno ime.

Razlika između diskretnog i digitalnog signala leži u njihovoj praktičnoj primenjivosti:

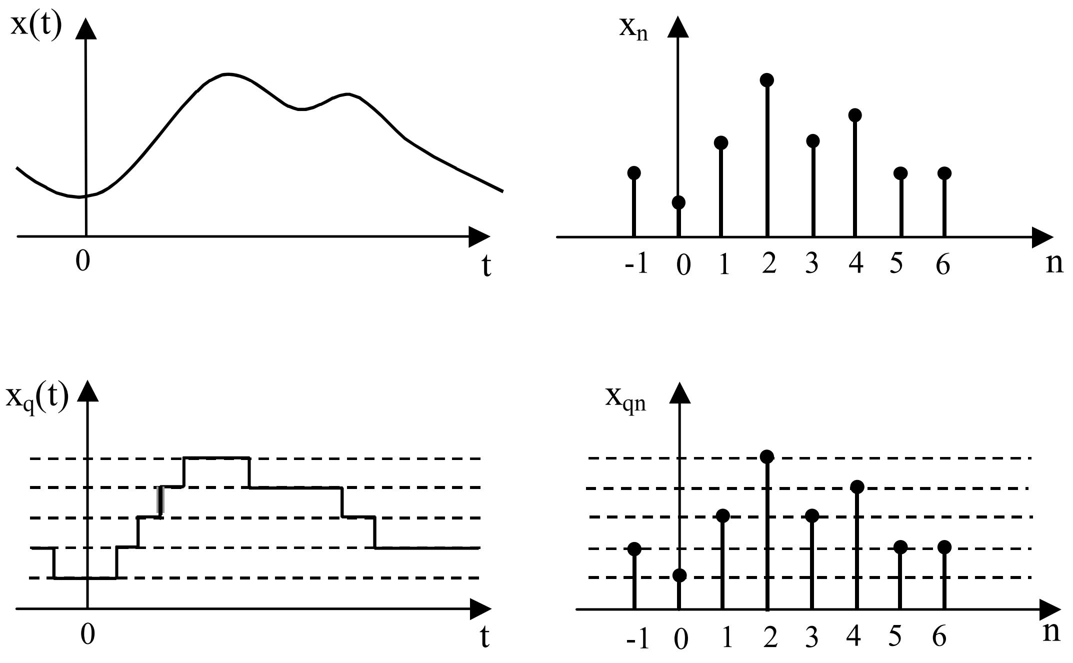
- samo digitalni signal može da se koristi u računarskoj tehnici jer diskretni signal podrazumeva da su mu vrednosti uzete iz kontinualnog skupa pa se kao takve ne mogu numerički zapisati,

- teorija se uvek pokazuje za diskretne signale a tek se na kraju analiziraju (i eventualno koriguju) posledice numeričkog zaokruživanja usled diskretizacije.

Tabela 2.2.1. Podela signala

		Nezavisna promenljiva	
		Kontinualna	Diskretna
Zavisna promenljiva	Kontinualna	analogni $x(t)$	diskretni $x_n, x(n)$
	Diskretna	Kvantizovani $x_q(t)$	Digitalni x_{qn}

Tabela 2.2.1. ilustrovana je na slici 2.2.1. Korišćene su iste oznake za pojedine tipove signala.



Slika 2.2.1. Ilustracija podele signala iz tabele 2.2.1.