

Predmet: ELEKTRIČNI POGONI

Nastavnik: Dr Nándor Burány

6. semestar
Broj časova: 2+1+1

1

0. DEO: UVOD

- Moto
- Pogoni bez motora
- Motorni pogoni
- Oblasti primene električnih pogona
- Elementi električnih pogona
- Multidisciplinarna priroda električnih pogona
- Nastavne teme
- Obaveze studenata
- Literatura
- Linkovi

2

Moto

Tada ga uhvatiše Filisteji, i iskopaše mu oči, i odvedoše ga u Gazu i okovaše ga u dvoje verige bronzane; i meljaše u tamnici.

Sudije 16.21

3

Prošlost: pogoni bez mašina

Žive sile:

- ljudska sila (vožnja bicikla, ručni mlin...)
- sila životinja (konj, vo, kamila, slon, pas...)

Prirodne sile:

- vetar (jedrenjak, vetrenjača...)
- voda (vodenica, splav...)

4

Pogon mašinama

- Parna mašina (brod, lokomotiva, pumpa u rudniku, grupni industrijski pogon, mlin...).
- Motori sa unutrašnjim sagorevanjem – SUS) (transport, obrada zemlje...).
- Električni pogoni.

5

Oblasti primene električnih pogona

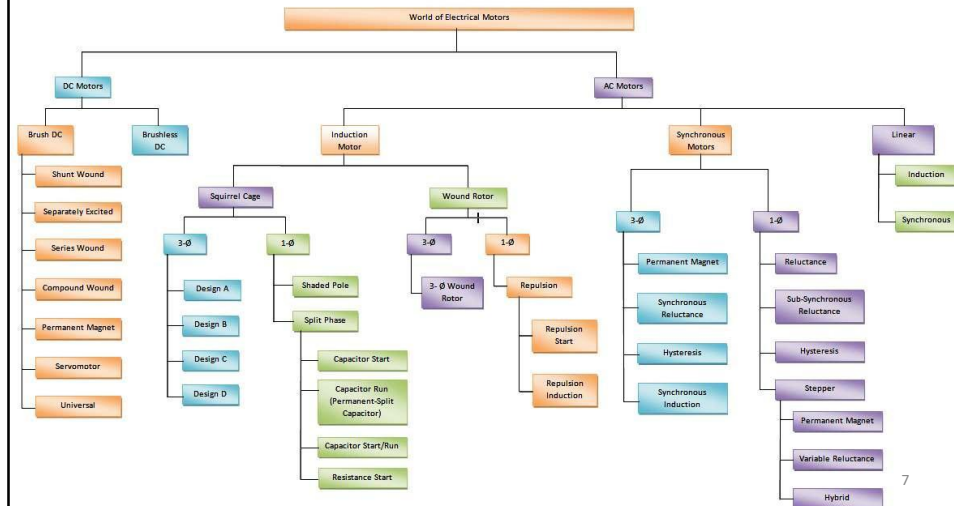
- pogon industrijskih obrada (proizvodnja papira, obrada metala, mlinska industrija...)
- automatizacija (industrijski roboti, pakerice, mašine za tkanje, štamparske mašine...)
- pogon alatnih mašina (strug, glodalica, plazma sekač, automatski aparat za zavarivanje...)
- saobraćaj (lokomotiva, elektro-viljuškari, biciklovi, hibridna vozila, pokretna traka...)
- pumpe, ventilatori (grejanje, hlađenje, eksploatacija nafte i gasa, rudarstvo, poljoprivreda...)
- vetro-generatori (podešavanje, pretv. energije)

6

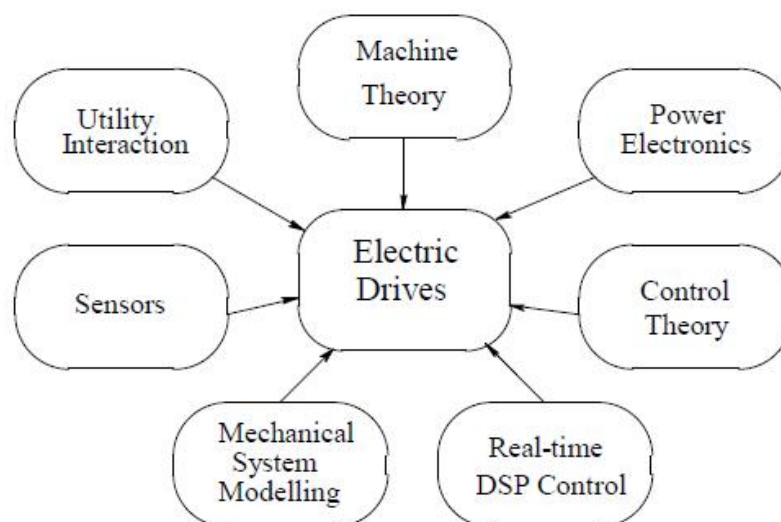
Elementi električnih pogona

Za realizaciju električnih pogona koriste se:

- elektro-motori
- pretvarač snage



Multidisciplinarni karakter električnih pogona



8

Nastavne teme

I. Osnovi:

- mehanički potrošači i prenosnici
- električna kola (podsetnik)
- prekidački pretvarači (podsetnik)
- magnetna kola (podsetnik)
- principi elektro-mehaničkog pretvaranja energije

II. Pogoni:

- kontrola DC i BLDC motora
- regulacija DC pogona
- AC motori i prostorni vektori
- kontrola sinhronih motora
- ustaljeni režim asinhronih motora
- kontrola brzine kod asinhronih motora
- vektorska kontrola asinhronih motora
- kontrola koračnih motora
- stepen iskorišćenja pogona i ekonomska pitanja
- veza pogona i upravljanja procesima.

9

Obaveze studenata

- Pohađanje **predavanja i vežbi (auditorne i laboratorijske)**, vođenje beležaka. Na predavanjima mogu se koristiti odštampane prezentacije uz ručne dopune.
- Nabavka **literature** (štampana i elektronska).
- Nabavka, instalacija i upoznavanje sa simulacionim **softverom** (LTSpiceXVII).
- Dva testa iz materijala predavanja (sa ponuđenim odgovorima), prvi na sredini semestra, drugi na kraju (maks. **25-25** bodova). Biće jedne prilike za popravne testove (oba testa).
- Uslov na izlazak na ispit na kraju semestra je minimalno trideset bodova, ukupno na dva testa. Ispred narednih rokova će se isto organizovati popravni kolokvijumi.
- Na laboratorijskim vežbama se ne ocenjuje prisustvo i rad ali jedan deo ispita je iz tog materijala.
- Ispit se održava u ispitnom roku u zvanično najavljenom danu. Ispit se ocenjuje sa maksimalno **50 bodova**. Ispit se sastoji iz ručnog proračuna, simulacije pogona i sastavljanja i testiranja određenog pogona.

10

Literatura

1. Ned Mohan: Electric Drives, Minneapolis, 2003.
2. Bimal Bose: Power Electronics and Motor Drives, Elsevier, 2006.
3. Varga József, Jovan Radaković: Električni pogoni, beleške, Subotica, 2006.
4. Pálfi Zoltán: Villamos hajtások, Műszaki könyvkiadó, Budapest, 1979.
5. Berislav Jurković: Elektromotorni pogoni, Školska knjiga, Zagreb 1986.
6. Vladan Vučković: Električni pogoni, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 1997.

11

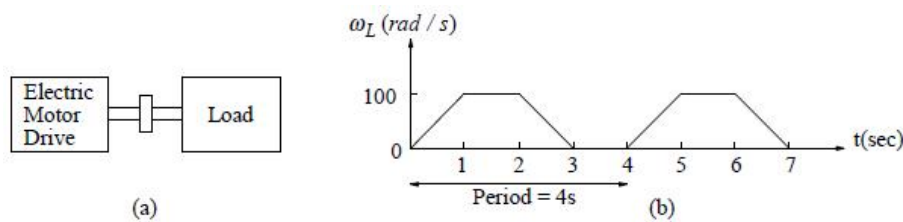
Korisni linkovi

- <http://people.vts.su.ac.rs/~bnandor/>
- <http://people.ece.umn.edu/~mohan/>
- <http://www.linear.com/designtools/software/>
- <http://www.uni-miskolc.hu/~elkrad/Vill-hajtasok.pdf>
- http://www.vgt.bme.hu/okt/atal_vh/villhajt.pdf
- <https://vet.bme.hu/sites/default/files/tamop/vivem319hu/out/html/vivem319hu.html>

12

1. DEO: MEHANIČKI POTROŠAČI I PREOSNIČI

- Treba zadovoljiti zahteve potrošača u pogledu brzine i momenta.
- Obično se postavljaju vrlo različiti zahtevi, u zavisnosti od potrošača.



13

1.1. Pravolinijski pogon (pokretanje)

- Ako je omogućeno slobodno kretanje nekog tela mase m , na koje deluje sila F_M , brzina tela će se menjati po Newton-ovom zakonu:

$$F_M = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot a$$

gd je: v – brzina,

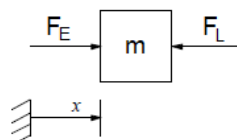
a – ubrzanje.

- Kod električnih pogona redovno deluju dve komponente sile:

$$F_M = F_E - F_L$$

gde je: F_E – sila koju proizvodi električni pogonski uređaj

F_L – sila kojom deluje radna mašina.



14

1.1.b. Pravolinijski pogon (pokretanje)

- Ubrzanje tela je: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{F_M}{m}$
- Brzina koja se postiže je: $v(t) = v(0) + \int_0^t a(\tau) d\tau$
- Pređeni put je: $x(t) = x(0) + \int_0^t v(\tau) d\tau$
- Elementarni rad koju vrši pogonska mašina (motor) je:

$$dW_E = F_E \cdot dx$$

- Snaga koju odaje pogonska mašina je:

$$p_E(t) = \frac{dW_E}{dt} = F_E \cdot \frac{dx}{dt} = F_E \cdot v$$

- U međuvremenu telo dobije sledeću snagu: $p_M = m \cdot a \cdot v$
- Kinetička energija koja se nagomila u telu je:

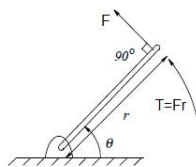
$$W_M = \int_0^t p_M(\tau) d\tau = m \cdot \int_0^t v \cdot \frac{dv}{d\tau} d\tau = m \int_0^v v dv = \frac{1}{2} mv^2$$

15

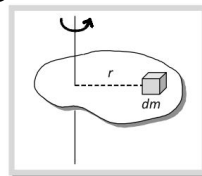
1.2.a. Rotacioni pogon

Analogija između pravolinijskog i rotacionog pogona:

- sila ($F[N]$) – obrtni moment ($T[Nm]$)
- masa ($m[kg]$) – moment inercije ($J[kgm^2]$)
- pređeni put ($s[m]$) – ugao zaokretanja ($\Theta[rad]$)
- brzina ($v[m/s]$) – ugaona brzina ($\omega[rad/s]$)
- ubrzanje ($a[m/s^2]$) – ugaono ubrzanje ($\alpha[rad/s^2]$)



Definicija momenta



Definicija momenta inercije

$$J = \int_m r^2 dm$$

16

1.2.b. Rotacioni pogon

- Rotaciono ubrzanje tela: $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{T_M}{J}$
- Postignuta ugaona brzina: $\omega(t) = \omega(0) + \int_0^t \alpha(\tau) d\tau$
- Ugao zaokretanja: $\Theta(t) = \Theta(0) + \int_0^t \omega(\tau) d\tau$
- Elementarni rad koju ulaže pogonski motor:

$$dW_E = T_E \cdot d\Theta$$

- Snaga koju predaje pogonski motor:

$$p_E(t) = \frac{dW_E}{dt} = T_E \cdot \frac{d\Theta}{dt} = T_E \cdot \omega$$

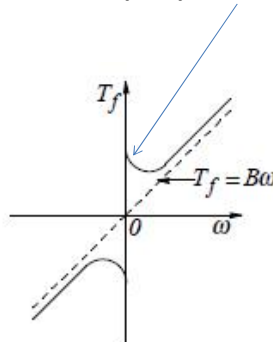
- U međuvremenu telo prima snagu: $p_M = J \cdot \alpha \cdot \omega$
- Kinetička energija koja se nagomila u telu je :

$$W_M = \int_0^t p_M(\tau) d\tau = J \cdot \int_0^t \omega \cdot \frac{d\omega}{d\tau} d\tau = J \int_0^\omega \omega d\omega = \frac{1}{2} J \omega^2$$

17

1.3. Sila i moment trenja

- Trenje deluje protiv pogona.
- Moguće su različite zavisnosti od brzine: ne zavisi (suvo trenje), srazmeran brzini (viskozno trenje), srazmeran kvadratom brzine (na pr. otpor vazduha).
- Sila trenja je uvek veća pri pokretanju, kasnije opadne.



18

1.4. Mehanički prenosnici

Ako je moguće, najbolje je direktno spojiti motor na radnu mašinu.

Potreban je prenosnik u sledećim situacijama:

- motor koji se okreće, treba da pogoni radnu mašinu koja vrši linearno kretanje
- motor je projektovan za mnogo veću brzinu i manji momenat nego što zahteva radna mašina.
- osovina koja se pokreće ne može da se dovede u istu liniju sa pogonskom osovino.

19

1.4.1. Pretvaranje rotacionog kretanja u pravougaono

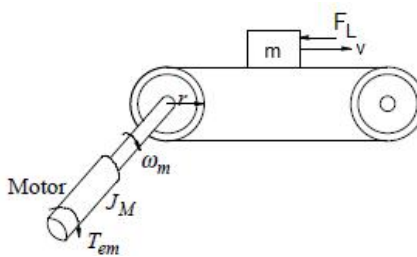
- Veza između (linearne) brzine i ugaone brzine:

$$v = r \cdot \omega_m$$

- Sila koja deluje na telo mase m :

$$F = m \cdot \frac{dv}{dt} + F_L$$

- Da bi se dobila ta sila, motor treba da deluje sledećim obrtnim momentom:



$$T = r \cdot F = r^2 \cdot m \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + r \cdot F_L$$

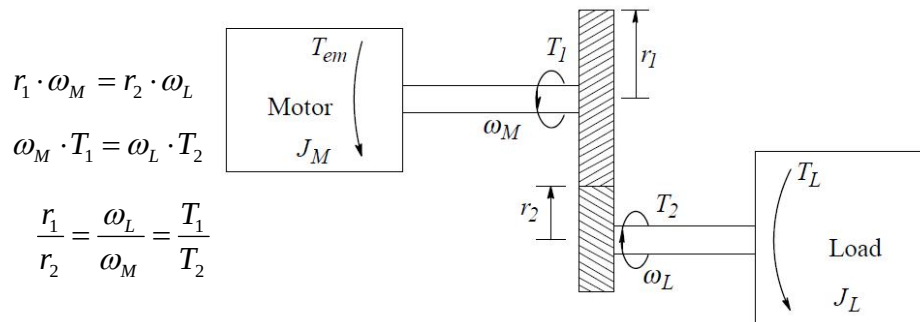
- Ukupan moment motora je:

- Na sličan način se može izračunati potreban moment motora u drugim situacijama.

20

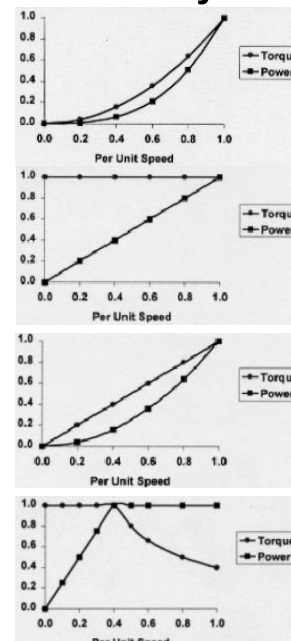
1.4.2. Modelovanje prenosnika

- **Električni motori** često daju **veliku ugaonu brzinu i mali obrtni moment** a pogonska mašina često traži malu brzinu uz veliki moment.
- Prilagođenje se obavlja odgovarajućim prenosnikom.



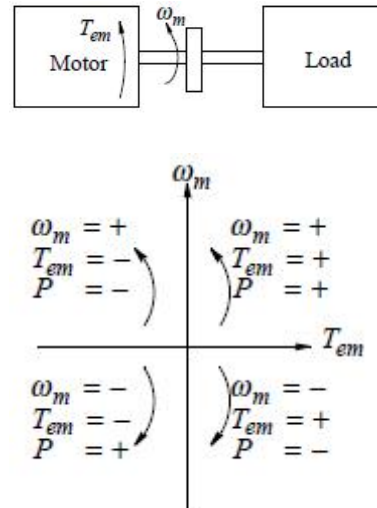
1.4.3. Tipovi mehaničkih opterećenja

1. Potreban moment zavisi kvadratno od broja obrtaja (ili ugaone brzine), a snaga po trećem stepenu (na pr. ventilator).
2. Moment ne zavisi od broja obrtaja, zato je snaga srazmerna sa brojem obrtaja (pokretna traka, lift, kran)
3. Moment je srazmeran sa brojem obrtaja a snaga zavisi od kvadrata broja obrtaja (na pr. kompresor).
4. Snaga je konstantna, zato je moment obrnuto srazmeran broju obrtaja (na pr. motalica).



1.4.4. Kvadranti pogona

- **Jednokvadrantni pogon:**
motor se okreće samo na jednu stranu, nema generatorskog kočenja.
- **Dvokvadrantni pogon:**
motor se okreće samo na jednu stranu ali je moguće generatorsko kočenje.
- **Četvorokvadrantni pogon:**
motor može da se pokrene na obe strane i moguće je generatorsko kočenje.

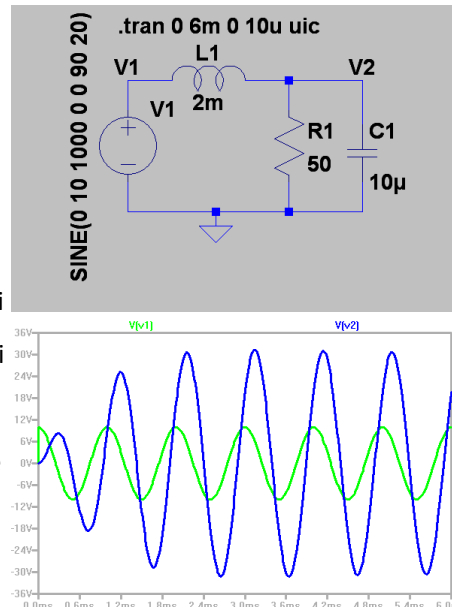


2. DEO: ANALIZA ELEKTRIČNIH KOLA - PODSETNIK

- Kod električnih pogona u ustaljenom režimu sve struje i svi naponi su ili konstantne vrednosti ili se menjaju kao sinusne funkcije vremena (ponašanje zavisi od tipa izvora energije).
- **DC pogon:** Napon odnosno struja izvora je konstantna, zato, prelazni proces koji nastaje pri uključenju, brzo iščezava i svi naponi i sve struje postanu konstantne. Za analizu tih pogona koriste se metode DC analize.
- **AC pogon:** Napon odnosno struja izvora se menja po sinusnom zakonu, zato, prelazni proces koji nastaje pri uključenju, brzo iščezava i svi naponi i sve struje postanu sinusne funkcije vremena (ako su komponente linearne). Za analizu takvih pogona koristimo metode AC analize.²⁴

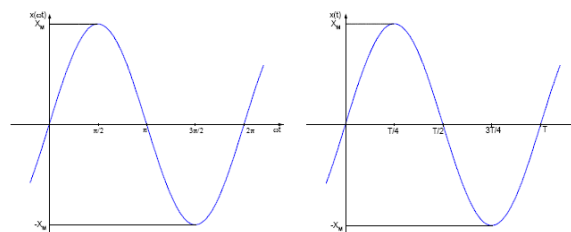
2.1. Prelazni proces i ustaljeni režim pri uključenju sinusne pobude - primer

- Analiziramo takva kola kod kojih je **pobuda sinusna**.
- Nakon što se smire **prelazni procesi** nastali usled početne akumulirane energije ili uključivanja izvora, nastaje ustaljeno stanje.
- Primer:
 - Na prosto RLC kolo se u vremenu $t=0$ priključi izvor napona: $v_1(t) = 10\cos(2\pi 1000t) [V]$.
 - Nakon uključjenja nastaje prelazni proces, napon v_2 neće na početku biti sinusnog oblika.
 - Za oko 2 [ms] prelazna pojava se smiri – nastaje ustaljeni režim.
- Ovde se bavimo isključivo analizom ustaljenog režima!**
- Ponekad je potrebno analizirati prelazne procese koji nastaju u AC kolima – na pr. proračun napona i struja pri pokretanju ili pri kratkom spoju – ovde se time ne bavimo.



2.2. Osnovni pojmovi u vezi sinusnih veličina

- Kod AC analize svi naponi i struje u kolu su sinusnog oblika iste frekvencije ali se mogu razlikovati po amplitudi i fazi. Kod kola sa nelinearnim elementima mogu da se jave odstupanja od sinusoide (i u ustaljenom stanju).
- U prostim slučajevima sinusne veličine pišemo na sledeći način: $x(t) = X_m \cdot \sin \omega t$.
- Nezavisna veličina može biti sâmo vreme (t) ili proizvod vremena i ugaone brzine (ωt , ugao).



- Važi:
 - $\omega \cdot T = 2 \cdot \pi$
 - $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$
 - $f = 1/T$.
- Kad razmatramo više sinusnih signala, nije dovoljno poznavati samo **amplitudu** i **frekvenciju**, već je potrebno imati podatak o **odnosu faza** pojedinih signala.
- Opšti matematički oblik** sinusne veličine uključuje i fazu (θ): $x(t) = X_m \cdot \sin(\omega t + \theta)$.

2.2.1. Predstavljanje sinusnih veličina kompleksnim brojevima - osnovi

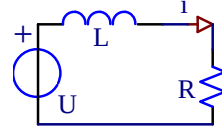
- Pri rešavanju AC kola u Kirchhoff-ovim jednačinama se **javljaju algebarski zbrovi sinusnih veličina**.
- Izračunavanje zbira je moguće korišćenjem **trigonometrijskih transformacija** ali takav postupak je vrlo složen i podložan je greškama.
- Matematički aparat se mnogo uprošćava ako sinuse veličine predstavimo **kompleksnim brojevima (fazorima)**.

27

2.2.2. Predstavljanje sinusnih veličina kompleksnim brojevima – primer- rešavanje kola pomoću trigonometrijskih transformacija

- Rednu RL vezu pobuđujemo sa sinusnim naponom: $u(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$
- Po drugom Kirchhoff-ovom zakonu važi:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = U_m \cdot \cos \omega \cdot t.$$



- **Pretpostavimo** da se struja može napisati u sledećoj formi:
 $i = I_M \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$.
- Zamenom tog izraza u gornju diferencijalnu jednačinu, nakon **dugotrajnog računanja** i rešavanja po promenljivama I_M i ϕ , dobijemo sledeći rezultat:

$$I_M = \frac{U_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}}, \phi = -\arctg \frac{\omega \cdot L}{R}.$$

$$i(t) = \frac{U_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}} \cdot \cos \left[\omega \cdot t - \arctg \left(\frac{\omega \cdot L}{R} \right) \right].$$

- Analiza složenijih kola na taj način je beznadežna.

28

2.2.3. Predstavljanja sinusnih veličina kompleksnim brojevima – primer – uvođenje predstavljanja kompleksnim brojevima

- Polazimo od **Euler**-ove formule (veza između eksponencijalnog i trigonometrijskog oblika kompleksnog broja):

$$e^{j \cdot \omega \cdot t} = \cos \omega \cdot t + j \cdot \sin \omega \cdot t.$$
- Napon izvora**, koji je realna funkcija vremena, zamenjuje se sa sledećom kompleksnom funkcijom vremena (**realni deo toga je sama pobuda**, imaginarni deo je suvišan):

$$U_M \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} = U_M \cdot (\cos \omega \cdot t + j \cdot \sin \omega \cdot t).$$

- Struja se pretpostavlja u sličnom obliku** ali se uzme u obzir da može postojati fazna razlika između struje i pobudnog napona:

$$I_M \cdot [\cos(\omega \cdot t + \phi) + j \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)] = I_M \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \phi)}.$$

29

2.2.4. Predstavljanja sinusnih veličina kompleksnim brojevima – primer – zamena diferencijalne jednačine sa algebarskom jednačinom

- U diferencijalnu jednačinu, umesto **vremenskih funkcija zamenimo kompleksne funkcije** ($U_M \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}$, $I_M \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \phi)}$):

$$L \frac{d}{dt} [I_M \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \phi)}] + R \cdot I_M \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \phi)} = U_M \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}.$$

- Nakon **izračunavanja** naznačenog **izvoda** dobijemo:

$$j \cdot \omega \cdot L \cdot I_M \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \phi)} + R \cdot I_M \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \phi)} = U_M \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}.$$

- Ovo je već **algebarska jednačina**. Ako podelimo ovu jednačinu sa faktorom $e^{j \cdot \omega \cdot t}$ dolazimo do sledeće algebarske jednačine sa kompleksnim koeficijentima: $j \cdot \omega \cdot L \cdot I_M \cdot e^{j \cdot \phi} + R \cdot I_M \cdot e^{j \cdot \phi} = U_M.$

- Rešenje jednačine je:

$$I_M \cdot e^{j \cdot \phi} = \frac{U_M}{R + j \cdot \omega \cdot L} = \frac{U_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}} \cdot e^{-j \cdot \arctg\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right)}.$$

30

2.2.5. Predstavljanja sinusnih veličina kompleksnim brojevima – primer – analiza kompleksnog rešenja

- **Konačno rešenje** se dobije tako da kompleksno rešenje pomnožimo sa faktorom $e^{j\omega t}$ zatim sklonimo imaginarni deo:

$$i(t) = I_M \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) = \operatorname{Re} \left[\frac{U_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}} \cdot e^{-j \cdot \arctg\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right)} \cdot e^{j\omega t} \right],$$

$$i(t) = I_M \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) = \frac{U_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}} \cdot \cos\left(\omega t - \arctg \frac{\omega \cdot L}{R}\right).$$

- Dobili smo **isto rešenje** kao ranije primenom trigonometrije ali sam **način rešavanja mnogo obećava**, pogotovu kod analize složenijih kola.
- **U opštem slučaju** sinusne veličine se pišu u sledećoj formi:

$$x(t) = X_M \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) = \operatorname{Re} [X_M e^{j(\omega t + \phi)}]$$

- Suštinsku informaciju nosi kompleksni broj dat u eksponencijalnom obliku $\underline{X} = X_M e^{j\phi}$. Taj broj se zove **fazor**. Amplituda fazora je jednaka amplitudi sinusne veličine koju predstavlja, a faza je jednaka fazi sinusne veličine. Obično se smatra da kosinusna funkcija ima nultu fazu.
- U knjigama fazori se obično obeležavaju masnim slovima (**bold**), u rukopisu se koristi podvlačenje ili nadvlačenje.

31

2.2.6. Predstavljanja sinusnih veličina kompleksnim brojevima – primer – rešavanje pomoću fazora

- Ako polaznu diferencijalnu jednačinu napišemo korišćenjem fazora, dobijemo:

$$L \frac{d}{dt} (\underline{I} \cdot e^{j\omega t}) + R \cdot \underline{I} \cdot e^{j\omega t} = \underline{U} \cdot e^{j\omega t}, \text{ ahol: } I = I_M \angle \phi, U = U_M \angle 0^\circ.$$

- Kad potražimo izvod i obe strane jednačine podelimo sa faktorom $e^{j\omega t}$, dobijemo sledeću fazorsku (kompleksnu) jednačinu:

$$j \cdot \omega \cdot L \cdot \underline{I} + R \cdot \underline{I} = \underline{U}.$$

- Odavde se izračunava fazor struje:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R + j \cdot \omega \cdot L} = I_M \angle \phi = \frac{U_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}} \angle -\arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right),$$

iz koje se može odrediti tražena vremenska funkcija:

$$i(t) = \frac{U_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}} \cdot \cos\left[\omega \cdot t - \arctg\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right)\right].$$

- Analiza primenom fazora se zove i **analiza u frekvencijskom domenu**. Suština metode je da diferencijalne jednačine zamenimo sa algebarskim jednačinama, na taj način olakšamo rešavanje, zatim rešenje vratimo u vremenski domen i na taj način posredno dobijamo rešenje polazne diferencijalne jednačine.

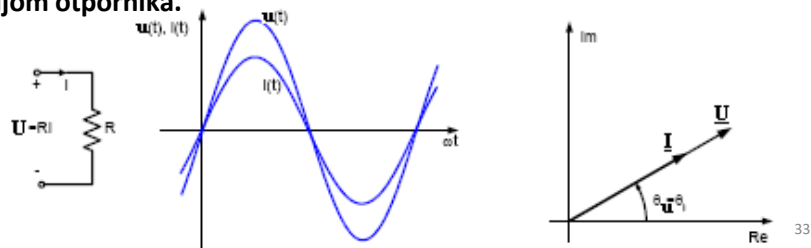
32

2.3.1. Karakterizacija pasivnih komponenti u frekvencijskom domenu – karakterizacija otpornika

- Ako R, L, C elemente na adekvatan način okarakterišemo u frekvencijskom domenu, moći ćemo direktno pisati algebarske jednačine za rešavanje kola.
- Potrebno je za pojedine komponente napisati zavisnost između fazora struje i fazora napona.
- Za **otpornik** važi: $u(t) = R \cdot i(t)$. Ako je $u(t) = U_M e^{j(\omega t + \theta_U)}$, $i(t) = I_M e^{j(\omega t + \theta_I)}$, važiće jednačina:

$$U_M \cdot e^{j(\omega t + \theta_U)} = R \cdot I_M \cdot e^{j(\omega t + \theta_I)}$$
- Fazorski oblik te jednačine** je: $\underline{U} = R \cdot \underline{I}$
- Pošto je: $\underline{U} = U_M \cdot e^{j\theta_U} = U_M \angle \theta_U$, $\underline{I} = I_M \cdot e^{j\theta_I} = I_M \angle \theta_I$,

i R je realan broj, sledi $\theta_U = \theta_I$, odnosno: **napon na otporniku je u fazi sa strujom otpornika.**

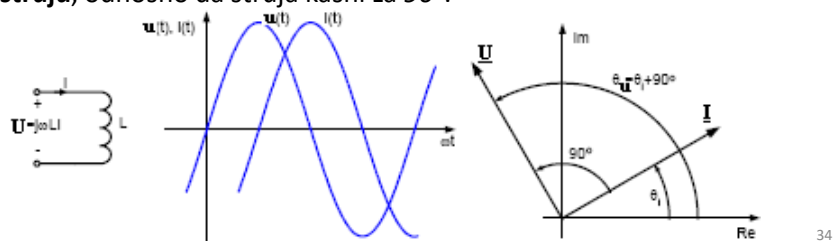


2.3.2. Karakterizacija pasivnih komponenti u frekvencijskom domenu – karakterizacija kalema

- Kod **idealnog induktivnog kalema** veza između njegove struje i napona je data formulom:

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$
- Primenom fazora** se ista veza može napisati ovako: $\underline{U} = j \cdot \omega \cdot L \cdot \underline{I}$
- Pošto je: $j = 1 \cdot e^{j90^\circ} = 1 \angle 90^\circ$,

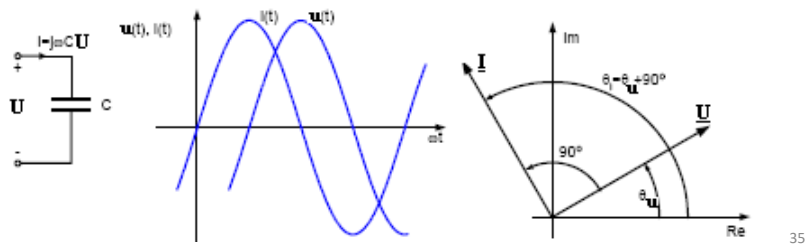
sledi $\theta_U = \theta_I + 90^\circ$, što znači da napon kalema **prednjači za 90° u odnosu na struju**, odnosno da struja kasni za 90° .



2.3.3. Karakterizacija pasivnih komponenti u frekvencijskom domenu – karakterizacija kondenzatora

- Kod **idealnog kondenzatora** veza između njegove struje i napona je data formulom:
$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}.$$
- Primenom fazora** se ista veza može napisati ovako:
$$\underline{I} = j \cdot \omega \cdot C \cdot \underline{U}.$$
- Pošto je: $j = 1 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} = 1 \angle 90^\circ,$

sledi $\theta_I = \theta_U + 90^\circ$, što znači da struja kondenzatora **prednjači za 90°** u odnosu na napon, odnosno da napon kasni za 90° .



35

2.4.1. Uopštavanje Ohm-ovog zakona: impedansa i admitansa – pojam impedanse

- U jednosmernim kolima odnos napona i struje je otpornost (Ohm-ov zakon).
- U naizmeničnim kolima napon i struja određene komponente se opisuju fazorima (kompleksni brojevi), zato će i njihovi odnosi biti kompleksni brojevi.
- Odnos fazora napona i fazora struje** je
$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}.$$
- Kompleksna veličina $\underline{Z}$ se zove **impedansa**. Impedansa igra sličnu ulogu u naizmeničnim kolima kao otpornost u jednosmernim kolima. **Jedinica** za impedansu je takođe Ω - ohm.
- Važna primedba: **impedansa nije fazor** – bez obzira na to da je u pitanju kompleksna veličina zavisna od frekvencije – ne predstavlja nikakvu vremensku funkciju, nema značenje u vremenskom domenu.

36

2.4.2. Uopštavanje Ohm-ovog zakona: impedansa i admitansa – osobine impedanse

- Impedansa kao svaki kompleksni broj može da se piše u **polarnom obliku**:

$$\underline{Z} = \frac{V_M \angle \theta_U}{I_M \angle \theta_I} = \frac{V_M}{I_M} \angle (\theta_U - \theta_I) = Z \angle \theta_Z$$

- U **pravougaonom koordinatnom sistemu** isti broj se predstavlja kao zbir realnog i imaginarnog dela:

$$\underline{Z}(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$$

- $R(\omega)$ je rezistanca, $X(\omega)$ reaktansa.**
- Veze između dva načina pisanja su sledeće:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \theta_Z = \arctg \frac{X}{R},$$

$$R = Z \cdot \cos \theta_Z, \quad X = Z \cdot \sin \theta_Z.$$

37

2.4.3. Uopštavanje Ohm-ovog zakona: impedansa i admitansa – pojam admitanse

- Desi se u DC kolima da je lakše raditi sa provodnostima nego sa otpornostima).
- U AC kolima uvedena je recipročna vrednost impedanse koja se zove admitansa:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}}.$$

- Jedinica za admitansu je S - siemens.
- Admitansa je takođe kompleksna veličina i može da se napiše u polarnoj formi:

$$\underline{Y} = \frac{I_M \angle \theta_I}{U_M \angle \theta_U} = \frac{I_M}{U_M} \angle (\theta_I - \theta_U) = Y \angle \theta_Y$$

- ili kao zbir realnog i imaginarnog dela:

$$\underline{Y}(j\omega) = G(\omega) + jB(\omega)$$

- Realni deo admitanse ($G(\omega)$) se zove **konduktansa**, imaginarni deo je ($B(\omega)$) i zove se **susceptansa**.

38

2.4.4. Uopštavanje Ohm-ovog zakona: impedansa i admitansa – veza između impedanse i admitanse

- Veze između realnog i imaginarnog dela impedanse i admitanse su sledeće:

$$G + jB = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2}$$

- Odavde:

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}, \quad B = \frac{-X}{R^2 + X^2}.$$

- Obrnute veze su sledeće:

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2}, \quad X = \frac{-B}{G^2 + B^2}.$$

- Važno je primetiti da, u slučaju kompleksne impedanse, konduktansa nije recipročna vrednost rezistanse i susceptansa nije recipročna vrednost od reaktanse!

39

2.4.5. Uopštavanje Ohm-ovog zakona: impedansa i admitansa – impedansa i admitansa osnovnih pasivnih komponenti

Komponenta	Impedansa ($\underline{Z}$)	Admitansa ($\underline{Y}$)
Otpornik(R)	$\underline{Z}_R = R$	$\underline{Y}_R = G = 1/R$
Kalem(L)	$\underline{Z}_L = j\omega L$	$\underline{Y}_L = 1/j\omega L = -j/\omega L$
Kondenzator (C)	$\underline{Z}_C = 1/j\omega C = -j/\omega C$	$\underline{Y}_C = j\omega C$

40

2.5.1. Proračun snage u naizmeničnim mrežama - trenutna vrednost snage

- Na nekom elementu u naizmeničnom kolu postoji neki napon i neka struja.

fazorima su to: $\underline{U} = U_M e^{j\theta_U} = U_M \angle \theta_U$, $\underline{I} = I_M e^{j\theta_I} = I_M \angle \theta_I$.

u vremensko domenu je: $u(t) = U_M \cos(\omega t + \theta_U)$, $i(t) = I_M \cos(\omega t + \theta_I)$.

- Trenutna snaga na toj komponenti je proizvod trenutnih vrednosti struje i napona:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_M \cos(\omega t + \theta_U) \cdot I_M \cos(\omega t + \theta_I).$$

- Ništa se suštinski ne menja ako se za fazu napona stavi nula a za fazu struje $-\phi$. U tom slučaju:

$$p(t) = U_M \cos \omega t \cdot I_M \cos(\omega t - \phi).$$

- Koristeći sledeću trigonometrijsku transformaciju:

$$\cos(\omega t - \phi) = \cos \omega t \cdot \cos \phi + \sin \omega t \sin \phi.$$

dobijemo formulu za trenutnu snagu:

$$p(t) = U_M \cdot I_M \cdot \cos \phi \cdot \cos^2 \omega t + U_M \cdot I_M \cdot \sin \phi \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t$$

41

2.5.2. Proračun snage u naizmeničnim mrežama - trenutna vrednost snage - aktivna snaga

- Postoji mogućnost za dalju transformaciju ovog izraza korišćenjem identiteta:

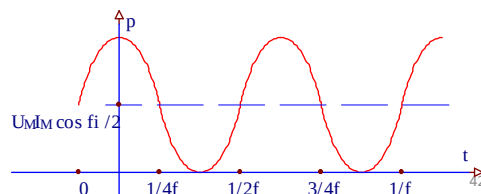
$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha) \quad \text{és} \quad \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

- Konačna formula za trenutnu snagu je:

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot U_M \cdot I_M \cdot \cos \phi \cdot (1 + \cos 2\omega t) + \frac{1}{2} \cdot U_M \cdot I_M \cdot \sin \phi \cdot \sin 2\omega t.$$

- Prvi član je pozitivna konstanta oko koje osciluje sinusna veličina.
- Ta pozitivna konstanta je srednja vrednost snage, što se zove aktivna snaga:

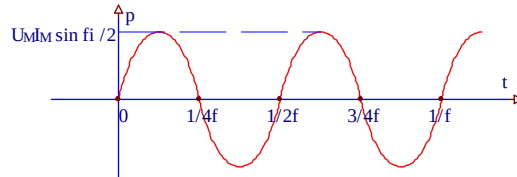
$$P = \frac{1}{2} \cdot U_M \cdot I_M \cos \phi.$$



2.5.3. Proračun snage u naizmeničnim mrežama - trenutna vrednost snage - reaktivna snaga

- U **jednosmernim kolima** bilo je reči **samo jednoj vrsti snage** – u naizmeničnim kolima analogna veličina je aktivna snaga.
- U naizmeničnim kolima pored aktivne snage definiše se i reaktivna snaga.
- U formuli za trenutnu sagu na prethodnom slajdu drugi član je sinusna veličina na frekvenciji (dvostruka frekvencija struje i napona), amplituda te veličine se zove **reaktivna snaga**:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot U_M \cdot I_M \cdot \sin \phi$$



- Srednja vrednost komponente na 2ω jeste nula ali ipak opisuje realno kretanje energije između komponente i kola, smer kretanja se menja sa frekvencijom 2ω .
- Reaktivna snaga predstavlja **dodatno opterećenje** za prenosne linije i zato ga uglavnom smatramo **štetnim** i radimo na eliminaciji iste.

43

2.5.4. Proračun snage u naizmeničnim mrežama – snaga otpornika - definicija efektivnog napona i efektivne struje

- Ako se **otpornik napaja** sinusnim naponom/strujom, **ne postoji fazna razlika** i zato srednja vrednost snage je:

$$P = \frac{U_M \cdot I_M}{2} \cos 0 = \frac{U_M \cdot I_M}{2}.$$

- Pošto za otpornik važi: $U_M = R \cdot I_M$,

$$P = \frac{R \cdot I_M^2}{2} = \frac{U_M^2}{2 \cdot R}.$$

- Ako isti otpornik napajamo jednosmernom strujom/naponom, istu snagu ćemo dobiti ako je vrednost jednosmerne struje jednaka sa tzv. **efektivnom** vrednošću naizmenične struje odnosno ako je vrednost jednosmernog napona jednaka tzv. efektivnoj vrednosti naizmeničnog napona.

44

2.5.5. Proračun snage u naizmeničnim mrežama – snaga otpornika - proračun efektivnog napona i efektivne struje

- Izjednačenjem snage za jednosmerni (DC) i naizmenični (AC) slučaj dobijemo veze:

$$P = \frac{R \cdot I_M^2}{2} = R \cdot I_{eff}^2 \Rightarrow I_{eff} = \frac{I_M}{\sqrt{2}},$$

$$P = \frac{U_M^2}{2 \cdot R} = \frac{U_{eff}^2}{R} \Rightarrow U_{eff} = \frac{U_M}{\sqrt{2}}.$$

- Prema tome, efektivna vrednost sinusne veličine se računa tako što mu se amplituda podeli sa kvadratnim korenom od broja 2.
- Amplitudu obično označavamo sa indeksom M ili m dok efektivnu vrednost obično pišemo bez ikakvog indeksa (U , I).
- Kod **računanja sa fazorima** (AC analiza) često se za **modul fazora** ne uzima amplituda sinusoide već njena **efektivna vrednost**.

45

2.5.6. Proračun snage u naizmeničnim mrežama – računanje snage kod induktivnog kalema i kondenzatora

- Pošto kod idealnog kalema je $\varphi = 90^\circ$, aktivna snaga kalema je:

$$P_L = \frac{1}{2} \cdot U_M \cdot I_M \cos \phi = 0.$$

- Reaktivna snaga kalema je:

$$Q_L = \frac{1}{2} \cdot U_M \cdot I_M \sin \phi = \frac{1}{2} \cdot U_M \cdot I_M = UI = \omega LI^2 = \frac{U^2}{\omega L}.$$

- Kod idealnog kondenzatora je $\varphi = -90^\circ$, zato je aktivna snaga kondenzatora:

$$P_C = \frac{1}{2} \cdot U_M \cdot I_M \cos \phi = 0.$$

- Reaktivna snaga kondenzatora je:

$$Q_C = \frac{1}{2} \cdot U_M \cdot I_M \sin \phi = -\frac{1}{2} \cdot U_M \cdot I_M = -UI = -\omega CU^2 = -\frac{I^2}{\omega C}.$$

46

2.6.1. Prvi Kirchhoff-ov zakon u naizmeničnim kolima

- Prvi Kirchhoff-ov zakon važi ne samo za jednosmerne struje već za bilo koje vremenske funkcije:

$$\sum_{j=1}^N i_j(t) = 0$$

- Pretpostavljajući sinusne struje se može napisati:

$$\sum_{j=1}^N I_{Mj} \cos(\omega t + \phi_j) = 0.$$

- Zamenom sinusnih veličina sa fazorima dobija se:

$$\sum_{j=1}^N \underline{I}_j = 0.$$

- Prema tome, u naizmeničnim kolima: algebarski zbir fazora struja koje ulaze u neki čvor je jednak nuli. 47

2.6.2. Drugi Kirchhoff-ov zakon u naizmeničnim kolima

- Drugi Kirchhoff-ov zakon važi ne samo za jednosmerne napone već za bilo koje vremenske funkcije :

$$\sum_{j=1}^N U_j(t) = 0.$$

- Pretpostavljajući sinusne napone se može napisati :

$$\sum_{j=1}^N U_{Mj} \cos(\omega t + \phi_j) = 0.$$

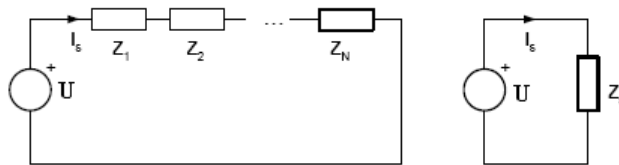
- Zamenom sinusnih veličina sa fazorima dobija se :

$$\sum_{j=1}^N \underline{U}_j = 0.$$

- Prema tome, u naizmeničnim kolima: algebarski zbir fazora napona duž bilo koje petlje je jednak nuli. 48

2.7.1. Transformacije impedansi u naizmeničnim kolima - redna veza impedansi

- I u naizmeničnim kolima se javljaju redne veze:



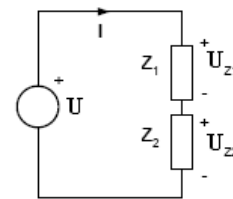
- Redna veza impedansi se može zameniti sa ekvivalentnom impedansom:

$$Z_s = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_N.$$

49

2.7.2. Transformacije impedansi u naizmeničnim kolima – razdelnik napona sa dve impedanse

- Specijalni slučaj redne veze.
- Napon izvora se deli u odnosu impedansi:



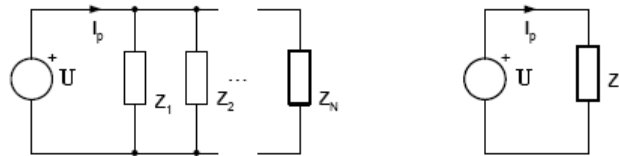
$$\underline{U}_{z1} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \underline{U},$$

$$\underline{U}_{z2} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \underline{U}.$$

50

2.7.3. Transformacije impedansi u naizmeničnim kolima – paralelna veza impedansi

- U naizmeničnim kolima se mogu pojaviti paralelne veze impedansi:

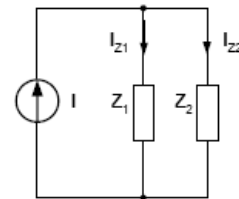


- Paralelna veza impedansi se može zameniti sa jednom ekvivalentnom impedansom:

$$Y_P = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N, \text{ odnosno } \frac{1}{Z_p} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_{N_{51}}}.$$

2.7.4. Transformacije impedansi u naizmeničnim kolima – razdelnik strujesa dve impedanse

- Specijalan slučaj paralelne veze.
- Struja izvora se deli u odnosu admitansi:



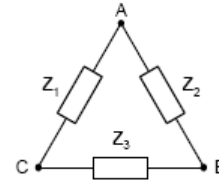
$$\underline{I}_{Z1} = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2} \cdot \underline{I} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \underline{I},$$

$$\underline{I}_{Z2} = \frac{\underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2} \cdot \underline{I} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \underline{I}.$$

2.7.5. Transformacije impedansi u naizmeničnim kolima – pretvaranje trougao-zvezda

- Donja sprega u zvezdu je ekvivalentna gornjoj sprezi u trougao ako važi:

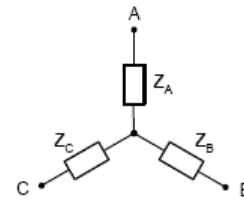
$$Z_A = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}, \quad Z_B = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}, \quad Z_C = \frac{Z_3 \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3}.$$



- Gornja sprega trougao je ekvivalentna donjoj sprezi u zvezdu ako važi:

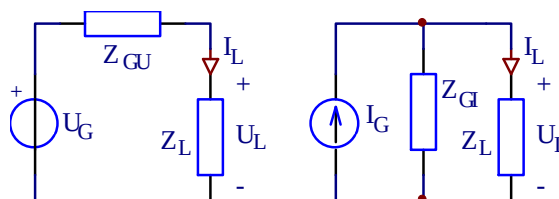
$$Z_1 = \frac{Z_A \cdot Z_B + Z_B \cdot Z_C + Z_C \cdot Z_A}{Z_B},$$

$$Z_2 = \frac{Z_A \cdot Z_B + Z_B \cdot Z_C + Z_C \cdot Z_A}{Z_C}, \quad Z_3 = \frac{Z_A \cdot Z_B + Z_B \cdot Z_C + Z_C \cdot Z_A}{Z_A}.$$



2.7.6. Transformacije impedansi u naizmeničnim kolima – pretvaranje realnih izvora

- I kod AC kola je povremeno potrebno pretvoriti izvore u drugi tip.



- Realni naponski izvor** (redna veza idealnog naponskog izvora i impedanse) se **može pretvoriti u realni strujni izvor** (paralelna veza idealnog strujnog generatora i impedanse) i obrnuto, tako da se u preostalom delu kola ne menja ništa (ekvivalentna transformacija).
- Dva izvora su ekvivalentna** ako proizvode istu struju na proizvoljno odabranoj impedansi Z_L :

$$I_L = \frac{U_G}{Z_{GU} + Z_L} = \frac{Z_{GI} \cdot I_G}{Z_{GI} + Z_L}.$$

- Treba da se ispune sledeći zahtevi:

$$U_G = Z_{GI} \cdot I_G, \quad Z_{GU} = Z_{GI}.$$

54

2.8.1. Metoda potencijala čvorova u naizmeničnim kolima – pisanje sistema jednačina

- Za naizmenična kola sistem jednačina po metodi potencijala čvorova piše se u sledećoj formi:

$$\underline{Y}_{11} \cdot \underline{V}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{V}_2 + \dots + \underline{Y}_{1(N-1)} \underline{V}_{(N-1)} = \underline{I}_1$$

$$\underline{Y}_{21} \cdot \underline{V}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{V}_2 + \dots + \underline{Y}_{2(N-1)} \underline{V}_{(N-1)} = \underline{I}_2$$

...

$$\underline{Y}_{(N-1)1} \cdot \underline{V}_1 + \underline{Y}_{(N-1)2} \cdot \underline{V}_2 + \dots + \underline{Y}_{(N-1)(N-1)} \underline{V}_{(N-1)} = \underline{I}_{(N-1)}$$

U ovim jednačinama je:

$\underline{V}_j$ – fazor potencijala čvora j (napon u odnosu na referentni čvor). Za referentni čvor se ne piše jednačina.

$\underline{Y}_{jj}$ – Zbir admitansi vezanih za čvor j ,

$\underline{Y}_{jk}$ – zbir admitansi vezanih između čvorova j i k , sa negativnim predznakom.

$\underline{I}_j$ – algebarski zbir fazora struja strujnih generatora vezanih za čvor j , plus proizvodi fazora idealnih naponskih generatora vezanih za čvor j sa admitansama u granama sa tim generatorima.

55

2.8.2. Metoda potencijala čvorova u naizmeničnim kolima – primer

- Analizirajmo dato AC kolo metodom potencijala čvorova!

Dato je: $U_{S1}=(2+j3)[V]$, $U_{S2}=(2-j3)[V]$, $I_{S1}=(1-j)[A]$, $I_{S2}=(-1+j)[A]$, $Z_1=(1+j)[\Omega]$, $Z_2=(2-j)[\Omega]$. Treba odrediti struje naponskih generatora i impedansi!

- Ako zajedničku tačku dva naponska generatora uzimamo za referentni čvor, sledi:

$$\underline{V}_1 \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) - \underline{U}_{S1} \cdot \frac{1}{Z_1} + \underline{U}_{S2} \cdot \frac{1}{Z_2} = -\underline{I}_{S2},$$

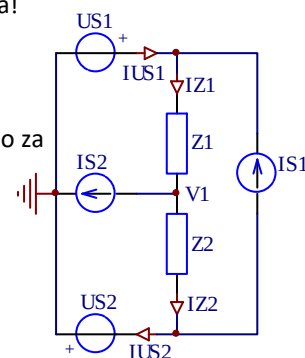
$$\Rightarrow \underline{V}_1 \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \underline{U}_{S1} \cdot \underline{Z}_2 + \underline{U}_{S2} \cdot \underline{Z}_1 = -\underline{I}_{S2} \cdot \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2.$$

- Izrazimo $\underline{V}_1$ i zamenimo date brojne vrednosti:

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 &= \frac{\underline{U}_{S1} \cdot \underline{Z}_2 - \underline{U}_{S2} \cdot \underline{Z}_1 - \underline{I}_{S2} \cdot \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \\ &= \frac{(2+j3)(2-j) - (2-j3)(1+j) - (-1+j)(1+j)(2-j)}{(1+j)(2-j)} = (2+j)[V] \end{aligned}$$

- Struje se računaju na sledeći način:

$$\underline{I}_{Z1} = \frac{\underline{U}_{S1} - \underline{V}_1}{\underline{Z}_1} = (-1+j)[A], \quad \underline{I}_{Z2} = \frac{\underline{V}_1 + \underline{U}_{S2}}{\underline{Z}_2} = 2[A], \quad \underline{I}_{US1} = \underline{I}_{Z1} - \underline{I}_{S1} = -2[A], \quad \underline{I}_{US2} = \underline{I}_{Z2} - \underline{I}_{S1} = (1+j)[A]$$



2.9.1. Metod konturnih struja u naizmeničnim kolima - pisanje sistema jednačina

- Pravilan oblik sistema jednačina je:

$$\underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{1n} \underline{I}_n = \underline{U}_{11}$$

$$\underline{Z}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{2n} \underline{I}_n = \underline{U}_{22}$$

...

$$\underline{Z}_{n1} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{n2} \cdot \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{nn} \underline{I}_n = \underline{U}_{nn}$$

U tim jednačinama je:

$\underline{I}_j$ – fazor struje konture j ($1 \leq j \leq n$),

$\underline{Z}_{jj}$ – zbir impedansi duž konture j .

$\underline{Z}_{jk}$ – zbir impedansi u zajedničkim granama konture j i k sa pozitivnim predznakom ako konture prolaze kroz impedanse na istu stranu i sa negativnim predznakom ako je prolaz suprotnog smera.

$\underline{U}_{jj}$ – zbir fazora idealnih naponskih generatora u konturi j . Naponi ulaze u zbir sa pozitivnim predznakom ako je se smer obilaska petlje poklapa sa referentnim smerom generatora, inače se piše negativan predznak.

57

2.9.2. Metod konturnih struja u naizmeničnim kolima - primer

- Analizirajmo prikazano kolo metodom konturnih struja!

Dato je: $\underline{U}_{S1} = (2 + j3)[V]$, $\underline{U}_{S2} = (2 - j3)[V]$, $\underline{I}_{S1} = (1 - j)[A]$, $\underline{I}_{S2} = (-1 + j)[A]$, $\underline{Z}_1 = (1 + j)[\Omega]$, $\underline{Z}_2 = (2 - j)[\Omega]$. Treba odrediti struje naponskih izvora i impedansi!

- Sa obzirom da se od tri konturne struje dve poklapaju sa strujama određenih idealnih strujnih izvora, može da se piše samo jedna jednačina:

$$\underline{I}_1(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) + \underline{I}_2 \underline{Z}_2 - \underline{I}_3 \underline{Z}_1 = \underline{U}_{S2} - \underline{U}_{S1},$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{S2}, \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_{S1}.$$

- Izražavajući $\underline{I}_1$:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_3 - \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 + \underline{U}_{S2} - \underline{U}_{S1}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_{S1} - \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_{S2} + \underline{U}_{S2} - \underline{U}_{S1}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

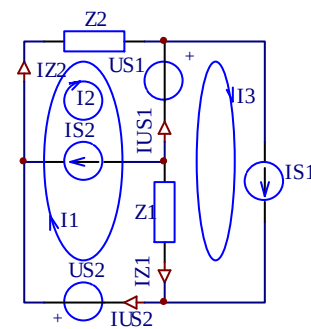
- Zamenom zadatih brojnih vrednosti: $\underline{I}_1 = (1 - j3)[A]$.

$$\underline{I}_{Z1} = \underline{I}_1 - \underline{I}_3 = \underline{I}_1 - \underline{I}_{S1} = 1 - j3 - (1 - j) = -j2[A],$$

$$\underline{I}_{Z2} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}_1 + \underline{I}_{S2} = 1 - j3 + (-1 + j) = -j2[A],$$

$$\underline{I}_{US1} = \underline{I}_3 - \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = \underline{I}_{S1} - \underline{I}_1 - \underline{I}_{S2} = 1 - j - (1 - j3 - (-1 + j)) = (1 + j)[A],$$

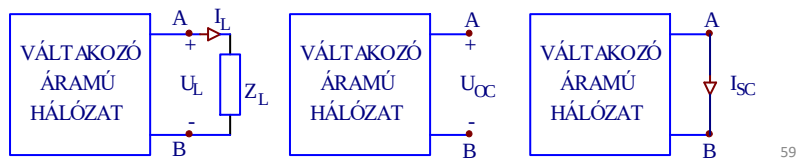
$$\underline{I}_{US2} = \underline{I}_1 = (1 - j3)[A].$$



58

2.10.1. Thèvenin-ova i Norton-ova teorema u naizmeničnim kolima

- Prema Thèvenin-ovoj ili Norton-ovoj teoremi bilo koje kolo, posmatrano između dva čvora se može zameniti sa jednim realnim izvorom (idealni generator + impedansa).
- Za određivanje parametara ekvivalentnog generatora potrebno je odrediti (računati ili meriti) fazor napona praznog hoda ($\underline{U}_{OC}$) i fazor struje kratkog spoja ($\underline{I}_{SC}$).
- Parametri Thèvenin-ovog izvora su: $\underline{U}_T = \underline{U}_{OC}$, $\underline{Z}_T = \underline{U}_{OC} / \underline{I}_{SC}$.
- Parametri Norton-ovog izvora su: $\underline{I}_N = \underline{I}_{SC}$, $\underline{Z}_N = \underline{U}_{OC} / \underline{I}_{SC}$.
- $\underline{Z}_T = \underline{Z}_N$ se može odrediti i računanjem **ekvivalentne impedanse** između tačaka A i B. Pri tom izračunavanju naponski generatori se zamenjuju kratkim spojem a grane sa strujnim izvorima se prekidaju.

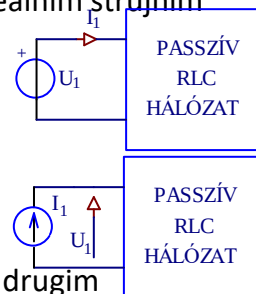


59

2.11.1. Dvopoli i četvoropoli - karakterizacija dvopola

- Bilo koje pasivno RLC kolo (nema izvora) posmatrano između dva čvora se može zameniti sa jednom ekvivalentnom impedansom ili admitansom.
- Za računanje ili merenje impedanse odnosno admitanse kolo se pobuđuje sa idealnim naponskim izvorom ili idealnim strujnim izvorom.
- U kolima na slici:

$$\underline{Z}_{in} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \quad \text{vagy} \quad \underline{Y}_{in} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}.$$
- $\underline{Z}_{in}$ je ulazna impedansa RLC kola,
- $\underline{Y}_{in}$ ulazna admitansa.
- Zamena važi samo za određenu frekvenciju, na drugim frekvencijama će se dobiti drugačije vrednosti.
- Po potrebi može da se odrediti kompletna funkcionalna zavisnost impedanse odnosno admitanse od frekvencije.



60

2.11.2. Dvopoli i četvoropoli - karakterizacija četvoropola – pobuđivanje strujnim izvorom

- Kolo se smatra za četvoropol ako mu se ispituje ponašanje između četiri čvora (pola).
- Jedan par polova se koristi za pobudu, tu vezujemo naponski ili strujni izvor.
- Drugi par polova se smatra za izlaz, tu se vezuje impedansa opterećenja.
- Ako se pobuda vrši strujnim generatorom, mogu se koristiti sedeći parametri za karakterizaciju:

- ulazna impedansa: $\underline{Z}_{in} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1},$
- prenosna impedansa: $\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1},$
- strujno pojačanje: $\underline{A}_i = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}.$



61

2.11.3. Dvopoli i četvoropoli - karakterizacija četvoropola – pobuđivanje naponskim izvorom

- Ako se kolo pobuđuje naponskim izvorom, karakterizacija se vrši sledećim parametrima:

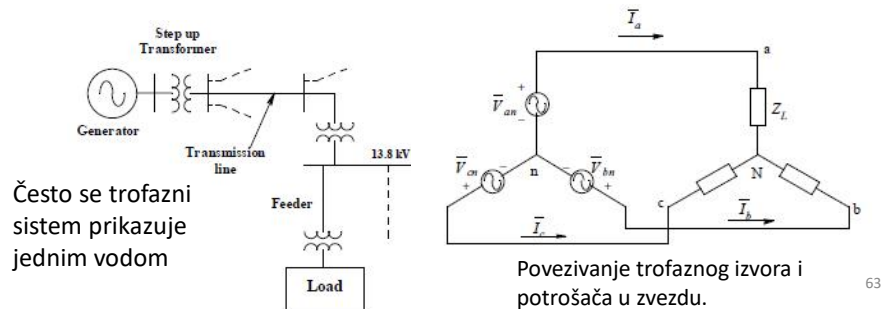
- ulazna admitansa: $\underline{Y}_{in} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1},$
- prenosna admitansa: $\underline{Y}_{12} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1},$
- naponsko pojačanje: $\underline{A}_v = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}.$



62

2.12.1. Trofazne mreže

- Pri proizvodnji, prenosu i korišćenju električne energije često ne radimo sa jednim sinusnim izvorom, nego sa tri.
- Ovi naponi su međusobno pomereni u vremenu za trećinu periode.
- Prednosti takvog rešenja su:
 - može se preneti i koristiti tri puta veća snaga,
 - lako se dobije obrtno magnetno polje.
- Trofazni izvor i potrošač su povezani u zvezdu ili u trougao.



63

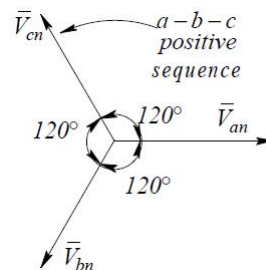
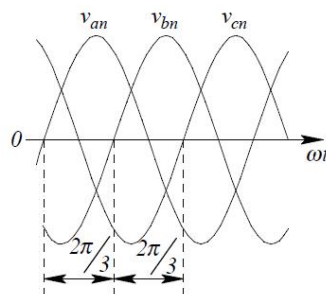
2.12.2. Trofazne mreže – predstavljanje napona vremenskim dijagramima i fazorima

- Vremenske funkcije tri napona u trofaznom sistemu:

$$v_{an}(t) = \hat{V}_s \cos \omega t, \quad v_{bn}(t) = \hat{V}_s \cos(\omega t - 2\pi/3), \quad v_{cn}(t) = \hat{V}_s \cos(\omega t - 4\pi/3)$$
- Odgovarajući fazori su:

$$\bar{V}_{an} = \hat{V}_s \angle 0^\circ, \quad \bar{V}_{bn} = \hat{V}_s \angle -120^\circ \quad \text{és} \quad \bar{V}_{cn} = \hat{V}_s \angle -240^\circ$$
- Važi:

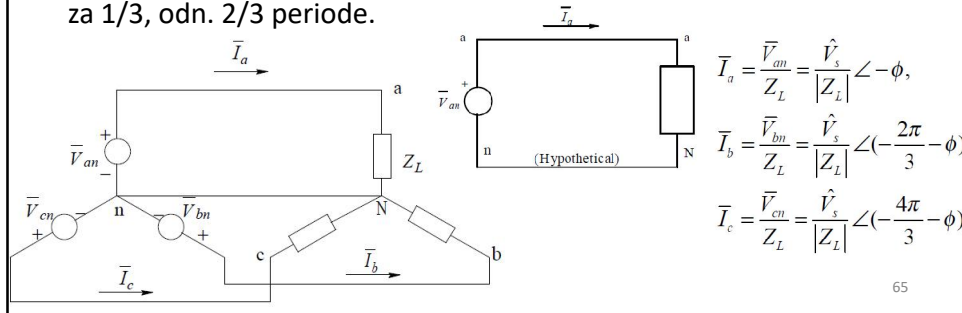
$$\bar{V}_{an} + \bar{V}_{bn} + \bar{V}_{cn} = 0 \quad \text{i} \quad v_{an}(t) + v_{bn}(t) + v_{cn}(t) = 0$$



64

2.12.2. Háromfázisú hálózatok – elemzés egyfázisú modell segítségével

- U slučaju simetričnog trofaznog izvora i simetričnog potrošača, zvezdište izvora i potrošača je na istom potencijalu (leva slika).
- Ne menjaju se struje ako povežemo tačke n i N .
- Dovoljno je analizirati jednofazni model koji sadrži samo jednu fazu izvora i potrošača (desna slika).
- Rešenje preostalih delova je istovetno, samo su tamo struje pomerene za $1/3$, odn. $2/3$ periode.



2.12.3. Pojam međufaznog (linijskog) napona

- Razlika dva fazna napona se zove međufazni napon:

$$\bar{V}_{ab} = \bar{V}_{an} - \bar{V}_{bn}, \quad \bar{V}_{bc} = \bar{V}_{bn} - \bar{V}_{cn} \quad \text{ i } \quad \bar{V}_{ca} = \bar{V}_{cn} - \bar{V}_{an}$$

- Vrednosti međufaznih napona su:

$$\bar{V}_{ab} = \sqrt{3} \hat{V}_s \angle \frac{\pi}{6}$$

$$\bar{V}_{bc} = \sqrt{3} \hat{V}_s \angle \left(\frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} \right) = \sqrt{3} \hat{V}_s \angle -\frac{\pi}{2}$$

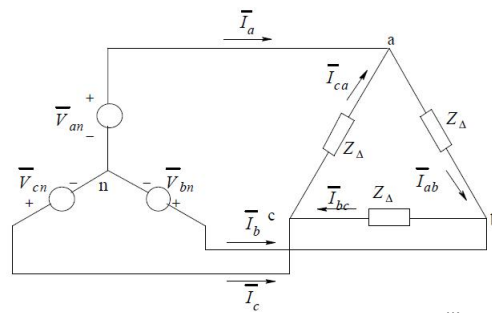
$$\bar{V}_{ca} = \sqrt{3} \hat{V}_s \angle \left(\frac{\pi}{6} - \frac{4\pi}{3} \right) = \sqrt{3} \hat{V}_s \angle -\frac{7\pi}{6}$$

- Prema tome, međufazni naponi su $\sqrt{3}$ puta veći od faznih napona: $230 \cdot \sqrt{3} \text{ V} \approx 400 \text{ V}$.

2.12.4. Potrošač u spoju trougao (Δ)

- Kod nekih trofaznih motora namotaji nisu vezani u zvezdu (Y) nego u trougao (Δ).
- Da bi se mogao primeniti jednofazni model, potrebno je pretvoriti trougao u zvezdu.
- Tako dobijene impedanse potrošača su:

$$Z_y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

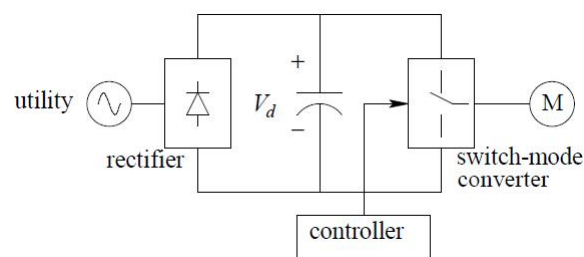


3. DEO: PREKIDAČKI PRETVARAČI- PODSETNIK

- Pri realizaciji električnih pogona treba proizvesti napone i struje koje su srazmerne kontrolnom signalu.
- Važno je postići visok stepen iskorišćenja – to se može postići prekidačkim pretvaračima.
- U nastavku ćemo videti odgovarajuće topologije pretvarača i načine upravljanja.

3.1. Uopštena blok šema pretvarača

- U najvećem broju slučajeva primarni izvor energije je gradska ili industrijska energetska mreža (jednofazna, trofazna).
- Pretvaranje se uglavnom vrši u dva koraka: običan (diodni) ispravljač + prekidački pretvarač



69

3.2. Osobine ispravljača

- Obični ispravljači (usmerači) su jeftini sklopovi sa visokim stepenom iskorišćenja ($\eta > 99\%$).
- Zagađuju napojnu mrežu sa velikom količinom viših harmonika. Postoje aktivna i pasivna rešenja za smanjenje tih harmonika ali to iziskuje dodatne troškove.
- Ulaz može biti jednofazni ili trofazni u zavisnosti od snage.
- Običan ispravljač prenosi energiju samo sa AC strane na DC stranu. Uz značajne dodatne troškove može se napraviti dvosmerni ispravljač.

70

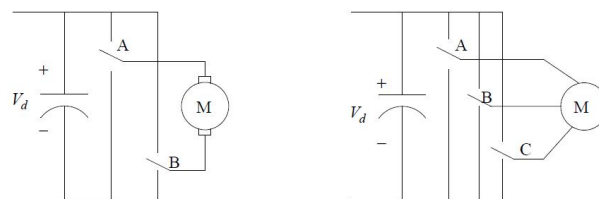
3.3. Prekidački pretvarači (konvertori)

- Ispravljač na svom izlazu daje približno konstantan jednosmerni napon.
- Od tog konstantnog DC napona pretvarač treba da generiše promenljivi DC napon ili sinusni naizmenični napon.
- Za postizanje generatorskog kočenja potrebno je promeniti smer toka energije.
- Prekidački rad je neophodan radi postizanja dobrog stepena iskorišćenja. Stepenn iskorišćenja pretvarača je redovno preko 95% , malo kvari stepen iskorišćenja samog motora ali rezultatni stepen iskorišćenja celog pogona, može puno da se popravi zbog boljeg prilagođenja radnoj mašini.
- Prekidački pretvarač se realizuje od jednog-, dva ili tri polumosta (polumost igra ulogu jednopolnog, dvopoložajnog prekidača).

71

3.3.1. Analiza pretvarača

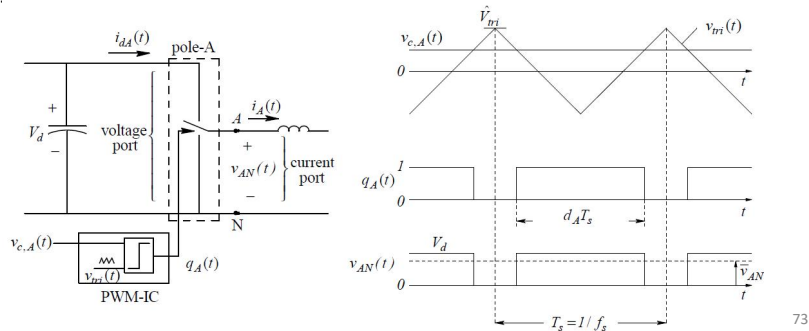
- Za pogon DC motora obično koristimo dva polumosta (slika levo) ali za pogon u jednom smeru dovoljan je samo jedan polumost.
- Za pogon AC motora koristimo tri ili više polumostova, u zavisnosti od broja faza motora (slika desno).
- Jedan polumost se realizuje od dva aktivna prekidača (MOSFET, IGBT, bipolarni tranzistor) i dve diode.
- Pri prebacivanju prekidača ulazni napon ostaje konstantan, zahvaljujući ulaznom kondenzatoru.
- Na izlaznoj strani struja je konstantna u toku prebacivanja, zahvaljujući induktivnosti namotaja motora.



72

3.3.2. Impulsno-širinska modulacija (PWM)

- Uloga pretvarača je da generiše izlazni napon (napone) željene srednje vrednosti.
- Polumost kao dvo-položajni prekidač prekida ulazni napon: na izlaz prenosi napon vrednosti V_d ili 0 .
- Prekidanje se redovno vrši na konstantnoj frekvenciji (f_s) obično od nekoliko kHz do $50kHz$.
- Faktor ispunje generisanih pravougaonih impulsa se menja tako u zavisnosti od upravljanja da srednja vrednost napona stalno bude na željenom nivou.



73

3.3.3. Opis rada jednog polumosta (pola)

- Pri implementaciji modulacije (PWM) analognim kolima koristi se naponski komparator koji upoređuje trougaoni nosilac (v_{tri}) sa kontrolnim (upravljačkim) signalom (v_c).
- Kad je kontrolni signal veći od nosioca, polumost je u gornjem položaju, u suprotnom slučaju je u donjem položaju.
- Prekidačka funkcija (q_A) se može pisati na sledeći način:

$$v_{c,A}(t) > v_{tri}(t) \Rightarrow q_A(t) = 1 \Rightarrow \text{switch "up"} \Rightarrow v_{AN}(t) = V_d$$

$$\text{otherwise, } q_A(t) = 0 \Rightarrow \text{switch "down"} \Rightarrow v_{AN}(t) = 0$$
- Izlazni napon polumosta se može napisati na sledeći način:

$$v_{AN}(t) = q_A(t)V_d$$
- Struja izvora se može napisati na sledeći način:

$$i_{dA}(t) = q_A(t)i_A(t)$$

74

3.3.4. Usrednjavanje efekta prekidanja

- Faktor ispune (d) je odnos vremena koju prekidač provede u gornjem položaju prema periodu prekidanja ($T_s = 1/f_s$).
- Pri konstantnom ulaznom naponu (V_d) srednja vrednost izlaznog napona jednog polumosta je:

$$\bar{v}_{AN} = \frac{1}{T_s} \int_{T_s} v_{AN}(t) dt = \frac{1}{T_s} \left[\int_0^{d_A T_s} V_d \cdot d\tau + \int_{d_A T_s}^{T_s} 0 \cdot d\tau \right] = d_A V_d$$

- Kontrolni napon treba da se kreće između gornje i donje vršne vrednosti trougaonog nosioca.
- Ako je $v_{c,A}(t) = \hat{V}_{tri} \Rightarrow d_A = 1 \Rightarrow \bar{v}_{AN} = V_d$
- Ako je $v_{c,A}(t) = -\hat{V}_{tri} \Rightarrow d_A = 0 \Rightarrow \bar{v}_{AN} = 0$
- Između te dve krajnje vrednosti pretpostavljamo linearnu zavisnost. Tako se dobije sledeća formula za faktor ispune: $d_A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{v_{c,A}}{\hat{V}_{tri}}$
- Polazeći od gornje formule, sledi da izlazni napon polumosta zavisi od faktora ispune na sledeći način:

$$\bar{v}_{AN} = \underbrace{\left(\frac{V_d}{2} \right)}_{dc \text{ offset}} + \underbrace{\left(\frac{V_d}{2\hat{V}_{tri}} \right)}_{k_{pole}} v_{c,A}$$

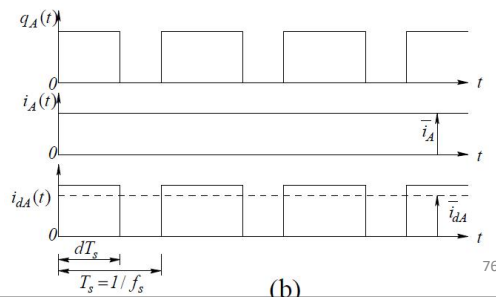
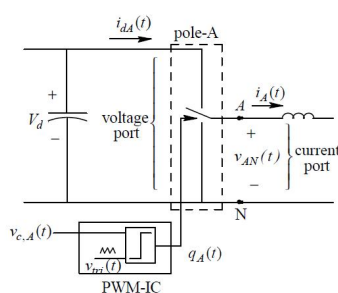
- Gde je k_{pole} faktor pojačanja polumosta: $k_{pole} = \frac{V_d}{2\hat{V}_{tri}}$

75

3.3.5. Struje prekidača

- Struja u grani potrošača je: $i_A(t)$
- Struja u grani izvora je: $i_{dA}(t)$
- Srednja vrednost struje uzete iz izvora je :

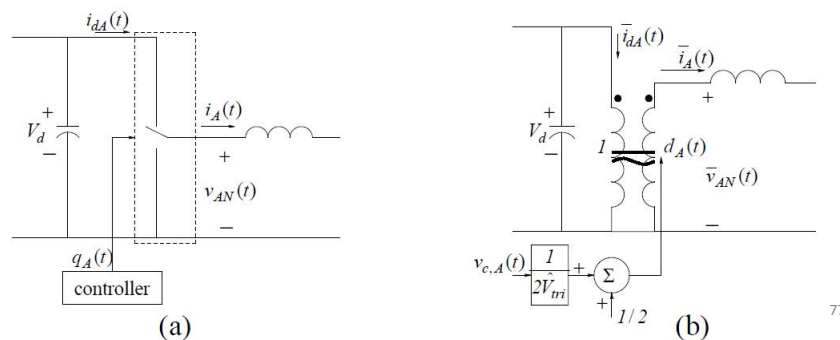
$$\bar{i}_{dA}(t) = d_A(t) \cdot \bar{i}_A(t)$$



76

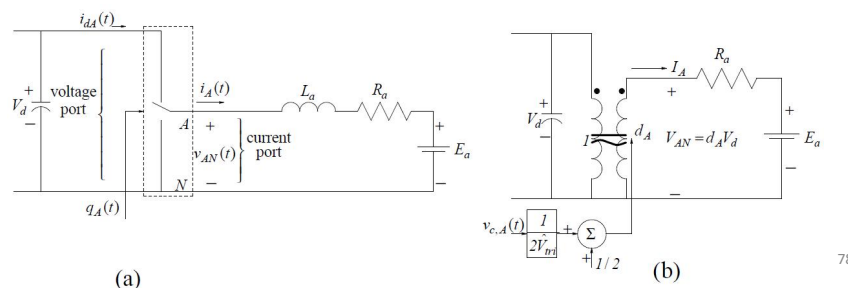
3.3.6. Modelovanje prekidača sa idealnim transformatorom

- Prekidač u pretvaraču radi kao idealni transformator, koji prenosi srednje vrednosti struja i napona u odnosu faktora ispune (d_A).
- d_A se može menjati od 0 do 1.
- Pravi (elektromagnetni) transformator ne može da prenosi DC napone i struje, ovo je samo model.



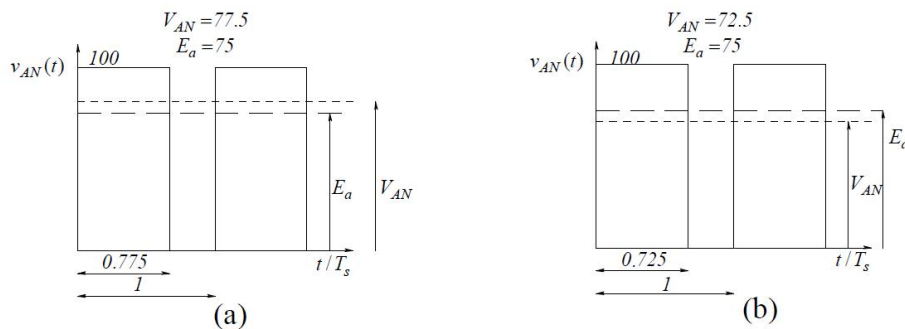
3.3.7. Polumost kao dvo-kvadrantni prekidač

- Naponi V_d i V_{AN} su strogo pozitivne vrednosti, međutim, smerovi struja $i_A(t)$ i $i_{dA}(t)$ mogu se obrnuti.
- Time se okreće i smer proticanja energije (nastaje generatorski režim).
- Uslov za generatorski režim je da na izlazu treba da postoji izvor energije (na pr. motor se okreće usled inercije potrošača).
- Srednja vrednost struje potrošača je: $I_A = \frac{V_{AN} - E_a}{R_a} = \frac{d_A V_d - E_a}{R_a}$. U zavisnosti od predznaka brojioca, struja može da ide u jednom ili drugom smeru (dvo-kvadrantni rad).
- Četvorokvadrantni rad se postiže korišćenjem dva ili više polumostova.



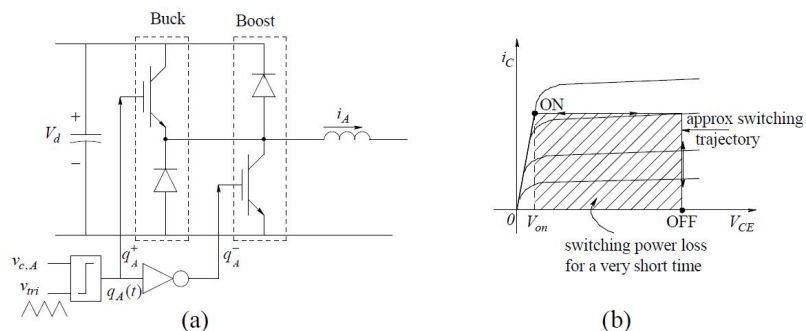
3.3.8. Buck i boost režim

- Ako je V_{AN} veći od E_A , I_A je pozitivan i pretvarač (polumost) smanjuje ulazni napon, to se zove buck režim.
- Ako je V_{AN} manji od E_A , I_A će biti negativan, pretvarač (polumost) povećava izlazni napon – to je boost režim.



3.3.9. Realizacija dvopoložajnih snažnih prekidača

- Buck režim se realizuje kombinacijom tranzistor-dioda na levoj strani.
- Boost režim se realizuje kombinacijom tranzistor-dioda na desnoj strani.
- Aktivni prekidači (tranzistori) se uključuju u protivfazi.
- Uslov visokog stepena iskorišćenja je prekidački režim: pojedini tranzistori su ili potpuno uključeni ili potpuno isključeni u određenom vremenu. Prelaz između ta dva stanja treba da je brz.

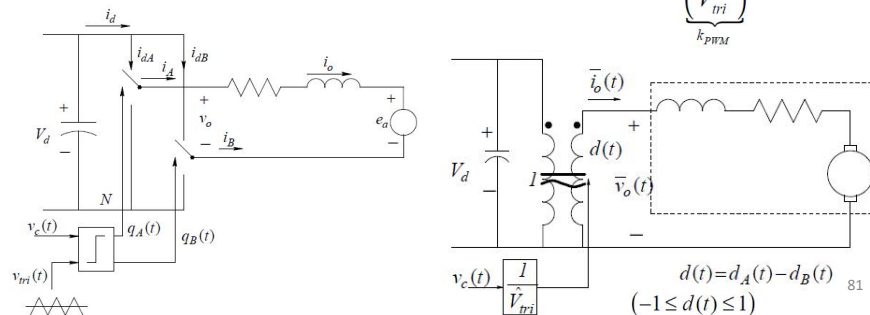


3.3.10. Četvorokvadrantni pretvarač za DC motor

- Za četvorokvadrantni pretvarač potrebna su dva polumosta (slika levo: pun most ili H most).
- Slika na desnoj strani pokazuje model sa idealnim transformatorom.
- Pojedini polumostovi proizvode sledeće vrednosti napona:

$$\bar{v}_{AN}(t) = \frac{V_d}{2} + \frac{V_d}{2\hat{V}_{tri}} v_c(t) \quad \text{ i } \quad \bar{v}_{BN}(t) = \frac{V_d}{2} - \frac{V_d}{2\hat{V}_{tri}} v_c(t)$$

- Rezultantni izlazni napon je: $\bar{v}_o(t) = \bar{v}_{AN}(t) - \bar{v}_{BN}(t) = \left(\frac{V_d}{\hat{V}_{tri}} \right) v_c(t)$



3.3.11. Pretvarač za trofazne AC motore

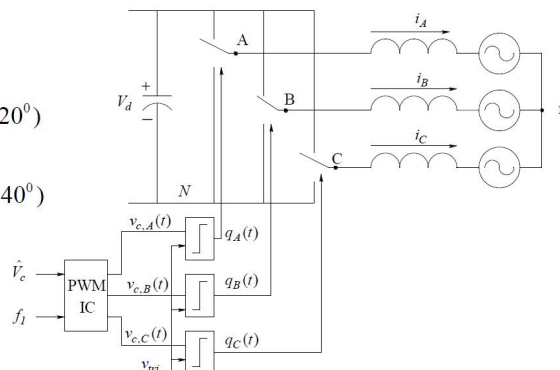
- Potrebna su tri polumosta.
- Faktori ispunja se menjaju po sinusnom zakonu:
- Izlazni naponi polumostova su:

$$\bar{v}_{AN}(t) = \frac{V_d}{2} + \frac{V_d}{2} \frac{\hat{V}_c}{\hat{V}_{tri}} \sin(\omega_1 t)$$

$$\bar{v}_{BN}(t) = \frac{V_d}{2} + \frac{V_d}{2} \frac{\hat{V}_c}{\hat{V}_{tri}} \sin(\omega_1 t - 120^\circ)$$

$$\bar{v}_{CN}(t) = \frac{V_d}{2} + \frac{V_d}{2} \frac{\hat{V}_c}{\hat{V}_{tri}} \sin(\omega_1 t - 240^\circ)$$

- DC komponenta $V_d/2$ ne igra ulogu.



3.4. Poluprovodnički prekidači

- Prekidači bez kontrole: diode
- Prekidači sa mogućnošću kontrole: tiristor, bipolarni tranzistor, MOSFET, IGBT.

83

3.4.1. Diode

Tehnologije:

- diode sa PN spojem,
- Schottky-jeve diode sa spojem metal-poluprovodnik.

Osobine dioda sa PN spojem:

- radni napon u provodnom stanju: $1V-3V$,
- maks. probojni napon: nekoliko kV ,
- maks. struja : nekoliko kA ,
- brzina: mrežne diode ($trr \sim x100ns$), brze i ultrabrze diode ($trr \sim x10ns$).

Osobine Schottky-jevih dioda:

- radni napon u provodnom stanju : $300mV-1V$,
- maks. probojni napon : obično do $100V$, ali iz SiC materijala prave se i za kV ,
- brzina isključivanja zavisi od inverzne struje (kapacitivno ponašanje)

84

3.4.2. Tiristori

- U novije vreme slabo se koriste, (eventualno za upravljanje malim univerzalnim motorima).

Osobine:

- maks. probojni napon: nekoliko kV ,
- maks. struja: nekoliko kA ,
- brzina: za mrežnu frekvenciju ($t_{rr} \sim 10\mu s$), za invertore ($t_{rr} \sim 1\mu s$),

85

3.4.3. Bipolarni tranzistori

Danas se već slabo koriste zbog komplikovanog pobuđivanja (potrebna je velika bazna struja tokom celog vremena provođenja)

Osobine:

- maks. probojni napon: nekoliko kV ,
- maks. struja: nekoliko kA ,
- brzina: zavisi od načina pobuđivanja.

86

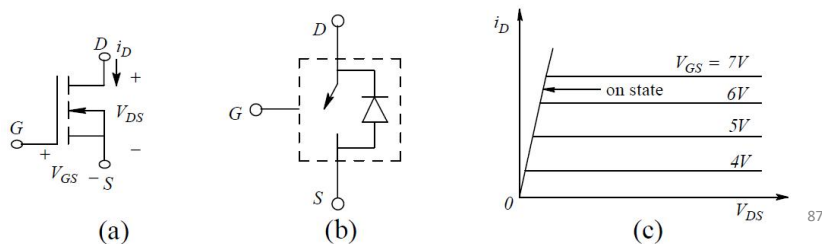
3.4.3. MOSFET-ovi

Primena je optimalna kod manjih napona i manjih snaga ($1 \dots 2kW$).

Velika brzina, mali statički gubitak (zbog male otpornosti kanala).

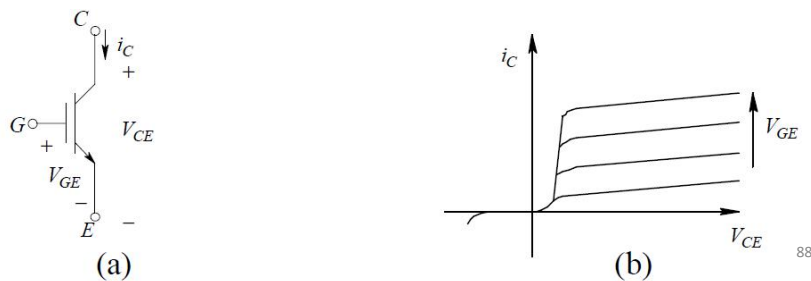
Osobine:

- maks. probojni napon: do $1kV$, ali su zaista konkurentni do $200V$,
- maks. struja: oko $100A$,
- brzina: zavisi od načina pobuđivanja.



3.4.3. IGBT-i

- Lako se pobuđuju.
- Relativno im je mali pad napona pri provođenju.
- Prekidačka učestanost: od nekoliko kHz do nekoliko $10kHz$.
- Uobičajeni probojni naponi su $600V$ i $1200V$, ali ima i većih vrednosti.
- Maks. struja: $1 kA$.
- Mali je inverzni probojni napon.

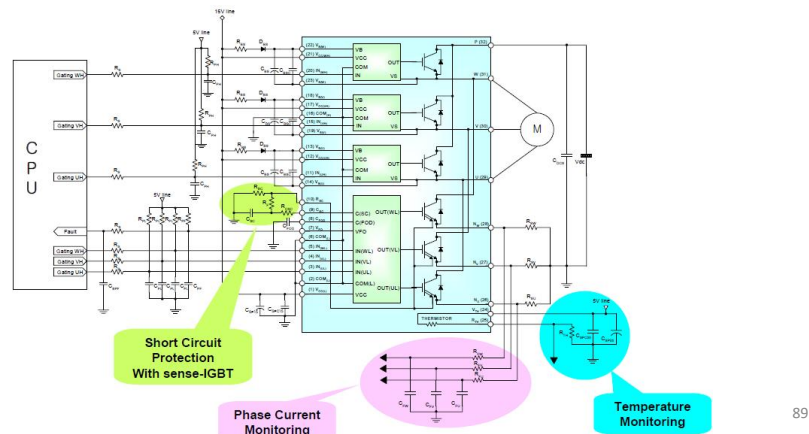


3.4.3. Intelligentni snažni moduli

Sadrže:

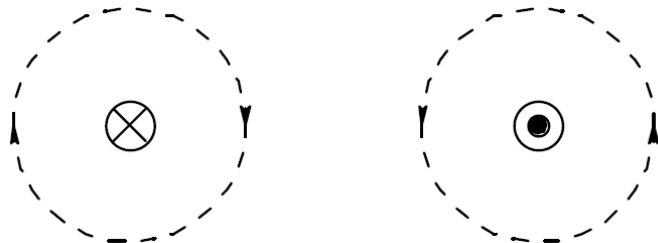
- snažne tranzistore i diode
- pobudna kola,
- zaštite (prekostruja, povišena temperatura...).

Mnogo lakše se prave pretvarači sa njima.



4. DEO: MAGNETNA KOLA - PODSETNIK

- U električnim mašinama sila i obrtni moment nastaju usled uzajamnog delovanja magnetnog polja i struje u provodniku.
- U okolini jednog pravolinijskog provodnika magnetno polje se može opisati kružnim linijama

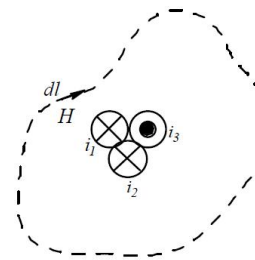


4.1. Ampère-ov zakon

- Jačina vektora magnetnog polja ($\mathbf{H}$) struja u provodnicima se može izračunati na bazi Ampère-ovog zakona.
- Po tom zakonu po bilo kojoj zatvorenoj konturi linijski integral vektora magnetnog polja $\mathbf{H}$ jednak je algebarskim zbirom svih struja koje prolaze kroz konturu:

$$\oint \mathbf{H} d\ell = \sum i$$

- Zakon se odnosi na trenutne vrednosti.
- Zbir struja se zove magneto-motorna sila (raniji naziv je bio magnetni potencijal). Jedinica za magneto-motornu silu je amper-zavojak.
- Jedinica za jačinu magnetnog polja je A/m .



4.2. Magnetna indukcija i magnetni fluks

- Jačina magnetnog polja i magnetna indukcija su srazmerne. Koeficijent srazmernosti zavisi od materijala sredine. U vazduhu važi:

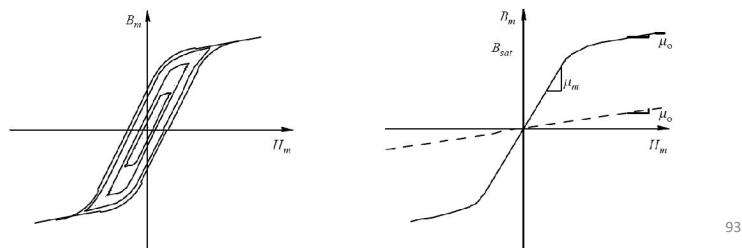
$$B = \mu_0 H \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \left[\frac{\text{henries}}{m} \right]$$

gde je μ_0 permeabilnost vazduha ili vakuuma.

- U električnim mašinama magnetno polje se generiše unutar feromagnetnih materijala. Pošto je permeabilnost tih materijala velika, može se proizvesti jaka magnetna indukcija sa relativno malim strujama.

4.3. Karakterizacija feromagnetnih materijala

- Kod feromagnetnih materijala ne radi se samo o velikoj permeabilnosti već je međuzavisnost $\mathbf{B}$ i $\mathbf{H}$ višeznačna: $\mathbf{B}$ ne zavisi samo od trenutne vrednosti $\mathbf{H}$ već i od istorije.
- Pri cikličnoj promeni $\mathbf{H}$ radna tačka opisuje histerezisnu krivu. Veličina krive zavisi od amplitude $\mathbf{H}$. Oblik krive zavisi i od frekvencije!
- Pri prevelikoj vrednosti $\mathbf{H}$ feromagnetni materijali odlaze u zasićenje, $\mathbf{B}$ se dalje ne menja приметно bez obzira što $\mathbf{H}$ dalje raste.
- Povezivanjem vrhova krivih dobijemo krivu koja je pogodna za uprošćeni opis magnetnih materijala (bez histerezisa).
- Nagib linearnog dela te rezultatne krive može se smatrati za permeabilnost materijala. Kod gvožđa linearno ponašanje traje do 1,5T.



93

4.4. Magnetni flux

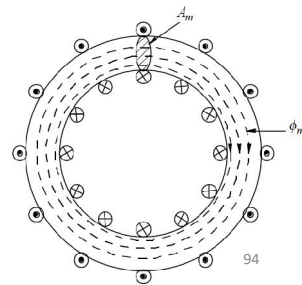
- Flux je površinski integral magnetne indukcije po određenoj površi. Ako je vektor indukcije okomit na datu površinu i polje homogeno, integral se može zameniti sa proizvodom:

- Za prikazani toroid: $B_m = \mu_m \frac{Ni}{\ell_m}$ $\phi_m = B_m A_m$

$$\phi_m = A_m \left(\mu_m \frac{Ni}{\ell_m} \right) = \frac{Ni}{\underbrace{\frac{\ell_m}{\mu_m A_m}}_{\mathfrak{R}_m}}$$

gde je $\mathfrak{R}_m$ magnetna reluktansa:

$$\mathfrak{R}_m = \frac{\ell_m}{\mu_m A_m} [A/Wb]$$



4.5. Magnetni fluksni obuhvat

- Kod električnih mašina obično isti fluks prolazi kroz sve navoje (N) jednog namotaja.
- Proizvod fluksa i broja navojaka se zove fluksni obuhvat:

$$\lambda = N\phi$$

95

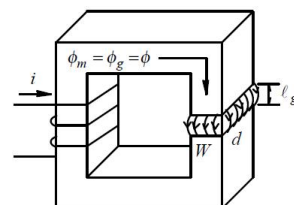
4.6. Uticaj vazdušnog zazor na magnetno polje

- Kod električnih mašina mora se prekinuti magnetni materijal (dinamo limovi) da bi se rotor mogao okretati unutar statora. Taj prekid se zove vazdušni zazor.
- Po Ampère-ovom zakonu sledi: $H_m \ell_m + H_g \ell_g = Ni$
- Fluks je isti kroz sve preseke, zato važi:

$$\phi \left(\frac{\ell_m}{A_m \mu_m} + \frac{\ell_g}{A_g \mu_o} \right) = Ni$$

- Dva člana u zagradi su reluktanse magnetnog materijala i vazdušnog zazor. Reultantna reluktansa je:

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_m + \mathfrak{R}_g$$

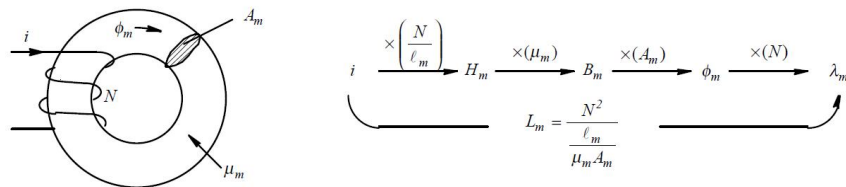


4.8. Pojam induktivnosti

- Fluksni obuhvat je srazmeran sa strujom.
Koeficijent srazmernosti se zove induktivnost:

$$\lambda_m = L_m i$$

- Induktivnost je osobina magnetnog kola (namotaja u magnetnom materijalu), zavisi od materijala, geometrije i broja navojaka ali ne zavisi od struje.



97

4.9. Energija akumulisana u induktivnom namotaju

- U delu vezanog za analizu električnih kola videli smo da je energija akumulisana u namotaju:

$$W = \frac{1}{2} L_m i^2 \text{ [J]}$$

- Energija se može izraziti i kao proizvod zapremine i zapreminske gustine energije:

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{N^2}{\frac{\ell_m}{\mu_m A_m}} \underbrace{\left(\frac{H_m \ell_m}{N} \right)^2}_{i^2} = \frac{1}{2} \frac{(H_m \ell_m)^2}{\frac{\ell_m}{\mu_m A_m}} = \frac{1}{2} \frac{B_m^2}{\mu_m} \underbrace{A_m \ell_m}_{\text{volume}} \text{ [J]}$$

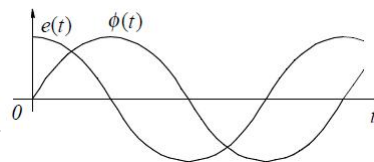
- Sa obzirom na veliku permeabilnost feromagnetnih materijala, u električnim mašinama energija se dobrim delom akumulira u vazdušnom zazoru.

98

4.10. Faraday-ev zakon

- Dosadašnje formule su prikazivale zavisnost između struje namotaja i promenljivih koji opisuju magnetno polje.
- Faraday-ev zakon daje napon namotaja u zavisnosti od struje namotaja ili fluksnog obuhvata namotaja:
$$e(t) = \frac{d}{dt} \lambda(t) = N \frac{d}{dt} \phi(t)$$
- Formula važi bez obzira na uzrok promene magnetnog fluksa. Na pr., uzrok može biti vremenski promenljiva struja u nekom drugom namotaju
- U drugom slučaju mi održavamo napon $e(t)$ uz pomoć određenog izvora. U takvom slučaju fluks se može računati na sledeći način:

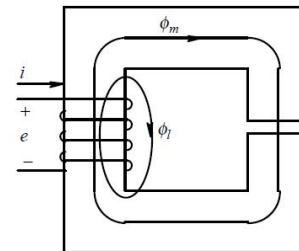
$$\phi(t) = \phi(0) + \frac{1}{N} \int_0^t e(\tau) \cdot d\tau$$



- Primer: Pri pobudi sa sinusnim naponom fluks se menja prema dijagramu.

4.12. Induktivnost magnećenja i rasipna induktivnost

- Feromagnetni materijali koncentrišu i provode magnetni fluks ali ne tako uspešno kao bakarni provodnici struju – postoji neko rasipanje.
- Pojava je komplikovana, mera rasipanja u velikoj meri zavisi od oblika jezgra i rasporeda namotaja ali se ipak može modelovati prema slici: $\phi = \phi_m + \phi_\ell$
- Oдавде se računa celi fluksni obuhvat:
$$\lambda = N\phi = N\underbrace{\phi_m}_{\lambda_m} + N\underbrace{\phi_\ell}_{\lambda_\ell} = \lambda_m + \lambda_\ell$$
- Kada se to подели sa strujom, dobijemo:
$$\underbrace{\frac{\lambda}{i}}_{L_{self}} = \underbrace{\frac{\lambda_m}{i}}_{L_m} + \underbrace{\frac{\lambda_\ell}{i}}_{L_\ell}$$
- Prema tome, namotaj se može okarakterisati sa zbirom dve induktivnosti:
$$L_{self} = L_m + L_\ell$$
- Napon namotaja u takvom slučaju je:
$$e(t) = L_\ell \frac{di}{dt} + \underbrace{L_m \frac{di}{dt}}_{e_m(t)}$$



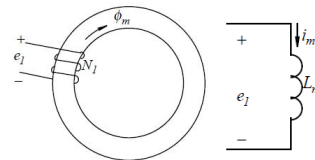
4.13. Međusobna induktivnost

- Mnoga magnetna kola sadrže dva ili više namotaja.
- Kod tih namotaja deo fluksa je zajedničko, deo nije.
- U takvim situacijama treba da koristimo međusobne induktivnosti pri modelovanju kola.
- Opšte modelovanje je komplikovano. U narednom delu ćemo se baviti specijalnim slučajevima (transformatori) gde su dva ili više namotaja relativno dobro spregnuta.
- Ovo nam treba za razumevanje AC motora.

101

4.14. Princip rada transformatora

- Ako se na jedno magnetno jezgro postavi jedan namotaj, možemo ga modelovati prema slici.
- Primenom Faraday-evog zakona dobijemo zavisnost između napona i fluksa:
- Fluks koji prolazi kroz namotaj se dobije integraljenjem:
- Ako na isto jezgro postavimo još jedan namotaj, napon tog namotaja u praznom hodu je :
- Ako nema rasipanja fluksa, napon po navojaku je isti za oba namotaja:
- Tako se ponaša tzv. idealni transformator.



$$e_1(t) = N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$$

$$\phi_m(t) = \frac{1}{N_1} \int_0^t e_1(\tau) \cdot d\tau$$

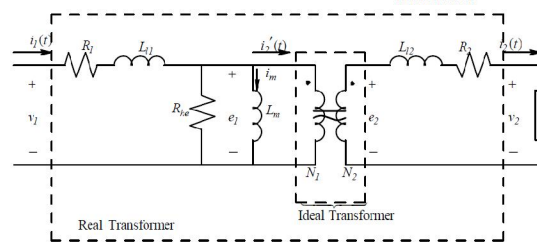
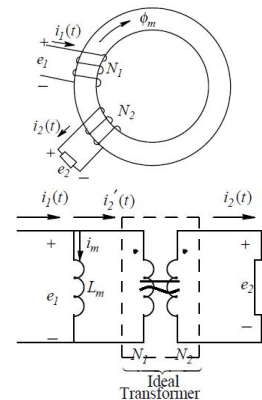
$$e_2(t) = N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$$

$$\frac{e_1(t)}{N_1} = \frac{e_2(t)}{N_2}$$

102

4.15. A transzformátor modellezése

- Ako na drugi namotaj (sekundar) povežemo potrošač, pod uticajem indukovanog napona javiće se struja.
- Ta struja bi promenila fluks u jezgru ali se to ne dešava, već se pojavi dodatna komponenta (i_2') u prvom namotaju (primar) koji održava ravnotežu sa strujom i_2 : $N_1 i_2' = N_2 i_2$
- Ukupna struja primara je: $i_1(t) = i_m(t) + i_2'(t)$
- Ako uzmemo u obzir rasipne induktivnosti, gubitke namotaja i gubitke u jezgru, dobijemo kompletan model transformatora:



4.16.1. Određivanje parametara transformatora – merenja u praznom hodu

- U modelu transformatora ima puno parametara. Ručno izračunavanje tih parametara na osnovu geometrije transformatora i broja navojaka je teško ili nemoguće.
- Uobičajena procedura je da na gotovom transformatoru izvršimo dva niza merenja. U jednom slučaju merimo napone i struje u praznom hodu, u drugom slučaju u kratkom spoju.
- U praznom hodu dovoljno je posmatrati primar i može se zanemariti rasipanje i gubitak u primarnom namotaju. Tako se dobije ekvivalentna šema na slici:

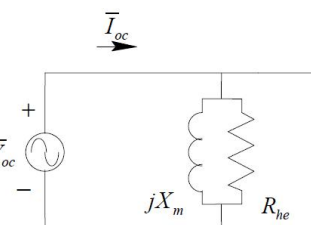
$$R_{he} = \frac{V_{oc}^2}{P_{oc}}$$

- R_{he} se računa iz formule:

- Ulazna impedansa u praznom hodu se računa iz merenog napona i struje primara:

$$|Z_{oc}| = \frac{X_m R_{he}}{\sqrt{R_{he}^2 + X_m^2}} = \frac{V_{oc}}{I_{oc}}$$

odavde se da odrediti X_m .



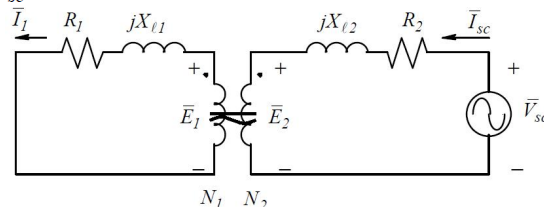
4.16.2. Određivanje parametara transformatora – merenja u kratkom spoju

- Pri testiranju u kratkom spoju se na transformator dovodi mali napon, toliki da se dobije struja kratkog spoja slična nazivnoj struji. Sve jedno je, koji namotaj se spaja kratko (na slici je to primar).
- Uticaj X_m i R_{he} se može zanemariti zbog malih napona.
- Izmere se vrednosti I_{sc} , P_{sc} i V_{sc} .
- Može se napisati jednačina:
- Pretpostavljajući jednake gubitke a primaru i sekundaru, važi:

$$R_2 = \frac{1}{2} \frac{P_{sc}}{I_{sc}^2}$$

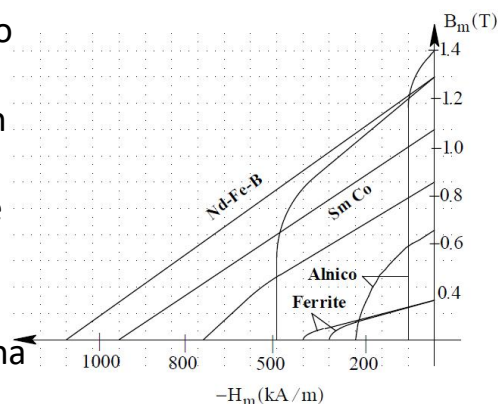
- Induktivnost rasipanja se računa iz sledeće formule:

$$|Z_{sc}| = \sqrt{(2R_2)^2 + (2X_{l2})^2} = \frac{V_{sc}}{I_{sc}}$$



4.17. Osobine stalnih magneta

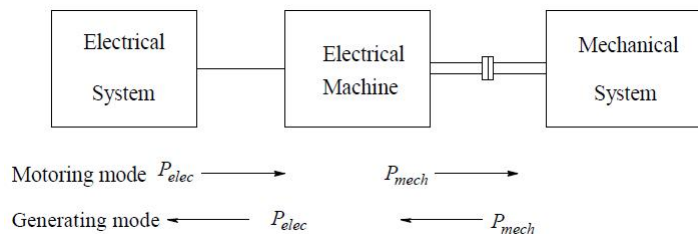
- Kod nekih tipova električnih mašina magnetno polje se ne stvara strujama u namotajima već stalnim magnetima. U nekoj meri to može da smanji gubitke i može uprostiti konstrukciju.
- Kriva razmagnećenja (deo histerezisne petlje u drugom kvadrantu) nekih materijala pogodnih za izradu stalnih magneta je data na slici.
- Važna je velika gustina energije (ona je srazmerna $B \cdot H$ proizvodu).



106

5. DEO: PRINCIPI ELEKTROMEHA- NIČKOG PRETVARANJA ENERGIJE

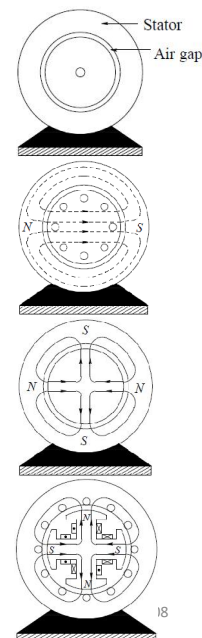
- Elektromotori uzimaju električnu energiju i odaju mehaničku energiju.
- Motori su obično rotacione mašine ali se prave i linearne izvedbe.
- Iste mašine, ako se koristi adekvatno upravljanje, mogu da prenose energiju i u suprotnom smeru.
- U ovom delu opisać će se elektromehaničke interakcije koje omogućavaju pretvaranje energije.



107

5.1. Principi konstruisanja električnih mašina

- Stator + rotor
- Neophodan je vazdušni zazor (mehanički razlog – da bi se rotor mogao okretati, inače samo kvari magnetno polje)
- Da bi sa malom strujom (malim NI proizvodom) mogli napraviti jako magnetno polje, preduslov je da se i stator i rotor prave od dobrog feromagnetnog materijala (koriste se dinamo limovi – da bi ujedno smanjili vrtložne struje) a vazdušni zazor treba da je mali (na pr. kod mašina snage $10kW$ je oko $1mm$, kod manjih mašina manji – strog mehanički zahtev)
- Magnetno polje unutar mašine može biti dvopolno ili višepolno. Konstrukcija višepolne mašine je složenija ali tako se može postići manja ugaona brzina i veći obrtni moment sa istim magnetnim kolom što je čest zahtev
- Rotor i stator mogu biti cilindrični ali mogu se praviti i istureni polovi.



18

5.2. Generisanje magnetnog polja u električnim mašinama

- Struja koja protiče kroz provodnike u dva poprečno postavljena žleba, generiše magnetnu indukciju prema slici.
- Dobar deo fluksa prolazi radijalno kroz vazdušni procep.
- Pretpostavljajući da je permeabilnost magnetnog materijala statora i rotora velika, jačina magnetnog polja se može izračunati iz

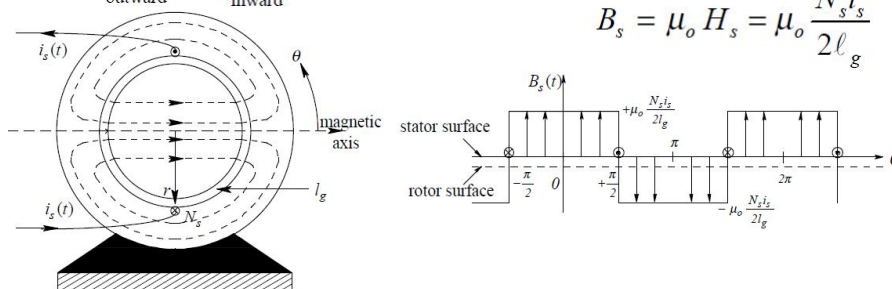
Ampère-ovog zakona:

$$\underbrace{H_s \ell_g}_{\text{outward}} - \underbrace{(-H_s) \ell_g}_{\text{inward}} = N_s i_s$$

Odavde sledi izraz za

magnetnu indukciju u zazoru:

$$B_s = \mu_o H_s = \mu_o \frac{N_s i_s}{2 \ell_g}$$



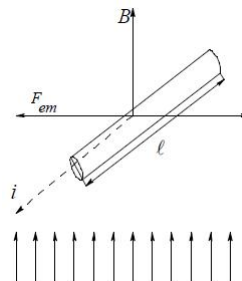
5.3. Generisanje sile na provodnik

Pri radu električnih mašina dešavaju se dve bitne pojave:

- deluje sila na provodnik sa strujom,
- indukuje se elektromotorna sila na provodnik koji se kreće u magnetnom polju.

Sila se računa prema sledećoj formuli:

$$F_{em} = B \cdot i \cdot l$$

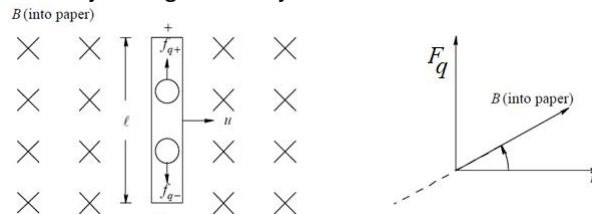


5.4. Generisanje sile (momenta) na namotaje

- Na električna opterećenja koja se kreću u magnetnom polju deluje sila (izuzev kada se opterećenje kreće duž linije magnetnog polja. Sila se računa kao vektorski proizvod: $F_q = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$
- Istovremeno, u provodnik koji se kreće okomito na magnetno polje, indukuje se sledeći napon (predznak napona određen je vektorskim proizvodom):

$$e = \mathbf{B} \cdot \mathbf{l} \cdot \mathbf{v}$$

- U početku smatralo se da provodnici treba da budu fiksirani na površinu rotora da bi maksimalno koristili homogeno magnetno polje u vazдушnom zazoru.
- Kasnije se pokazalo da sila/moment ostaju isti ako se provodnici spuste u žlebove. U tom slučaju sila više deluje na feromagnetni materijal, ne na same provodnike, ali bude iste vrednosti.
- Rotor sa žlebovima je mnogo masivniji zato se danas samo takvi rotori proizvode.



111

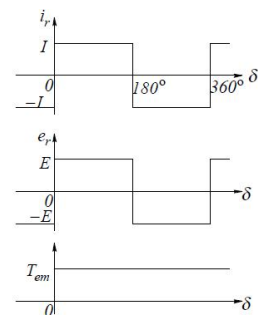
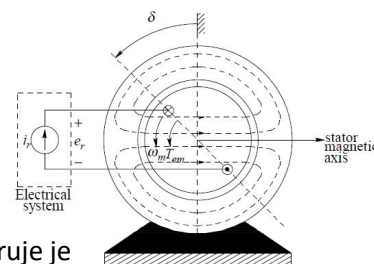
5.5. Primena osnovnih principa u električnim mašinama

- Pomoću struje statora ili pomoću stalnih magneta formira se magnetno polje sa indukcijom B_s .
- Na rotoru postavljamo provodnike na rastojanju r od osovine.
- U provodnike puštamo struju i_r . Veličina struje je ista (I), a smer te struje zavisi od ugaone pozicije datog provodnika u odnosu na smer statorskog polja.
- Na N_r provodnika na jednoj strani rotora deluje sila: $F_{em} = B_s \cdot (N_r \cdot I) \cdot l$
- Pri računanju ukupnog obrtnog momenta treba uzeti u obzir i provodnike na drugoj strani:

$$T_{em} = 2 \cdot F_{em} \cdot r = 2 \cdot B_s \cdot (N_r \cdot I) \cdot l \cdot r$$

- Ukupan indukovani napon u $2N_r$ provodnika je:

$$E = 2N_r B_s \ell r \omega_m$$



5.6. Tok pretvaranja energije

- Struja i napon na provodnicima rotora periodično menja smer na svakih pola obrtaja usled delovanja mehaničkog komutatora, na način kako je prikazano na prethodnom slajdu.
- Snaga koja se uzima iz izvora električne energije je konstantna i iznosi:

$$P_{el} = e_r i_r = (2N_r B_s \ell r \omega_m) I$$

- Znajući ugaonu brzinu i predati obrtni moment, može se napisati formula za mehaničku snagu:

$$P_{mech} = T_{em} \omega_m = (2B_s N_r I \ell r) \omega_m$$

- Te dve snage se mogu izjednačiti ako su gubici mali:

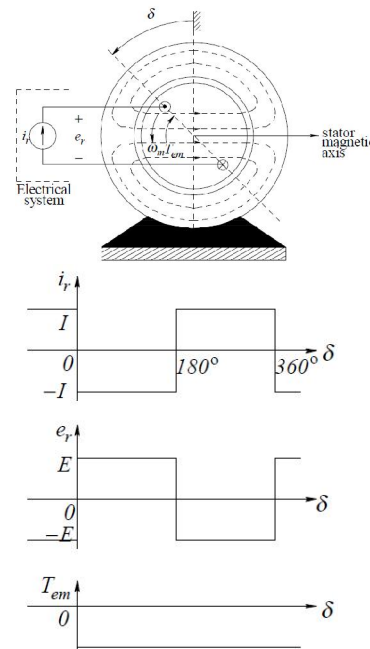
$$P_{mech} = P_{el}$$

- Znači: struja rotora proizvodi moment koji pri rotaciji rotora predaje snagu mehaničkom potrošaču. Pri tome indukovana elektromotorna sila drži ravnotežu sa naponom izvora
- Ovo se zove motorni režim.

113

5.7. Kočenje sa vraćanjem energije – generatorski režim

- Pored motornog režima kod električnih pogona javlja se povremeno i vraćanje energije iz mehaničkog sistema u električni izvor.
- Kinetička energija nagomilana u motoru i mehaničkom potrošaču se unazad pretvori u električnu energiju.
- Pri tome, struja teče u suprotnom smeru u odnosu na motorni režim (videti sliku).
- I tu se snaga, obezbeđena od strane mehaničkog sistema, može izjednačiti sa snagom koja se predaje električnom izvoru ako se gubici mogu zanemariti.



5.8. Gubici i stepen iskorišćenja električne mašine

- Kod svakog električnog pogona neka snaga se pretvara u toplotu – to su gubici.
- Ima gubitaka i u motoru i u pretvaraču snage (konvertor) koji napaja motor.
- Snage unutar motora su u sledećoj vezi:

$$P_{in,motor} = P_o + P_{loss,motor}$$

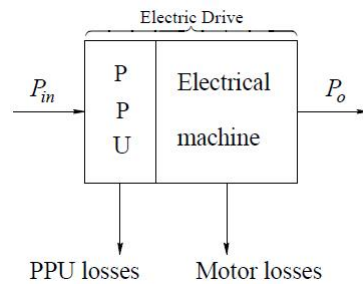
- Stepen iskorišćenja motora je:

$$\eta_{motor} = \frac{P_o}{P_{in,motor}} = \frac{P_o}{P_o + P_{loss,motor}}$$

- Pri računanju stepena iskorišćenja celog pogona treba uračunati i stepen iskorišćenja konvertora:

$$\eta_{drive} = \eta_{motor} \times \eta_{PPU}$$

- Tipične vrednosti su: $\eta_{drive} = 80 - 90\%$



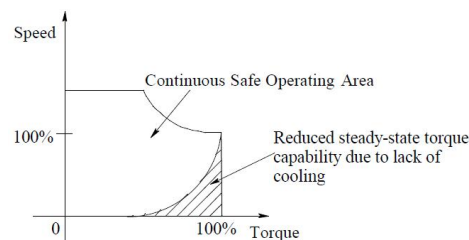
115

5.9. Nominalni podaci električne mašine

- Mašina može da daje ograničeni moment i snagu, prvenstveno zbog gubitaka.
- Povećanje temperature usled gubitaka skraćuje radni vek mašine.
- Podaci na tabli motora se odnose na ustaljeni režim. Veza između snage, momenta i ugaone brzine je sledeća:

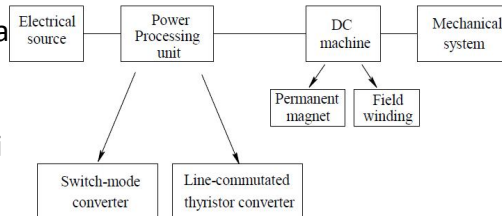
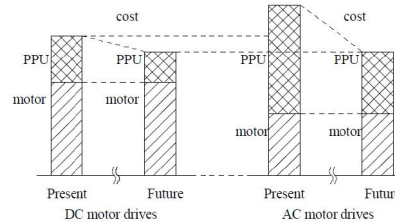
$$P_{rated} = \omega_{rated} T_{rated}$$

- Više informacija se daje preko (SOAR) dijagrama (oblast sigurnog rada).
- Pri maloj brzini hlađenje je nedovoljno zato motor ne može da odaje nazivni moment.
- Moguć je rad motora sa povećanom brzinom ali sa smanjenim momentom.
- Moguće je ostvariti veći moment od nazivnog, ali u kratkom intervalu ili u intermitentnom radu.



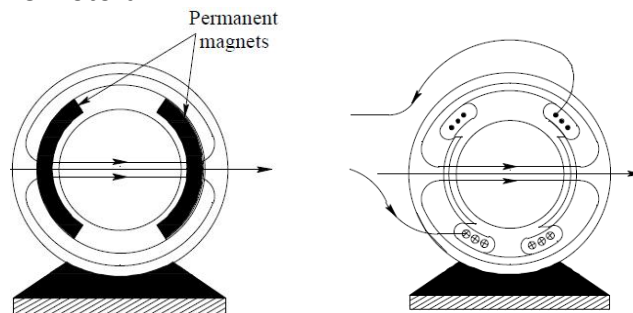
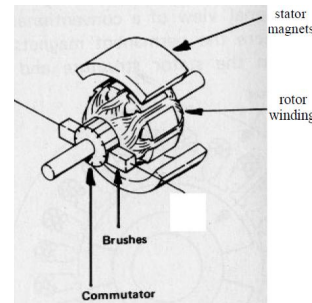
6. DEO: POGON SA DC I BLDC MOTORIMA

- Dugo godina za preciznu kontrolu brzine i pozicije isključivo su koristili DC motore.
- Još su i danas u primeni zato što je pretvarač snage za AC motore komplikovaniji i skuplji.
- Udeo DC pogona na tržištu se smanjuje ali i dalje nije zanemarljivo.
- Proučavanje DC pogona je i danas važno, zato što se preko toga lakše shvataju principi AC pogona.
- Koriste se dve vrste DC motora: sa stalnim magnetima ili sa namotajima na statoru (elektromagnetni stator).
- Pretvarači mogu biti tiristorski ili tranzistorski.



6.1. Struktura DC mašina

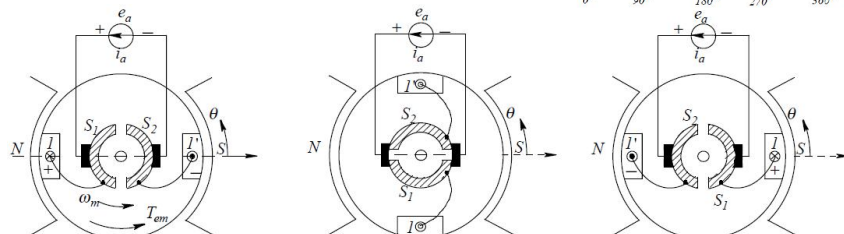
- Stator se sastoji od šupljeg čeličnog valjka sa stalnim magnetima ili sa namotajima.
- Delovi rotora (armature) su sledeći: feromagnetno jezgro, namotaji, komutator i četkice.
- Struja DC izvora dolazi na armaturne namotaje preko komutatora i četkica.
- Četkice i komutator se troše – to je glavna mana DC motora.



118

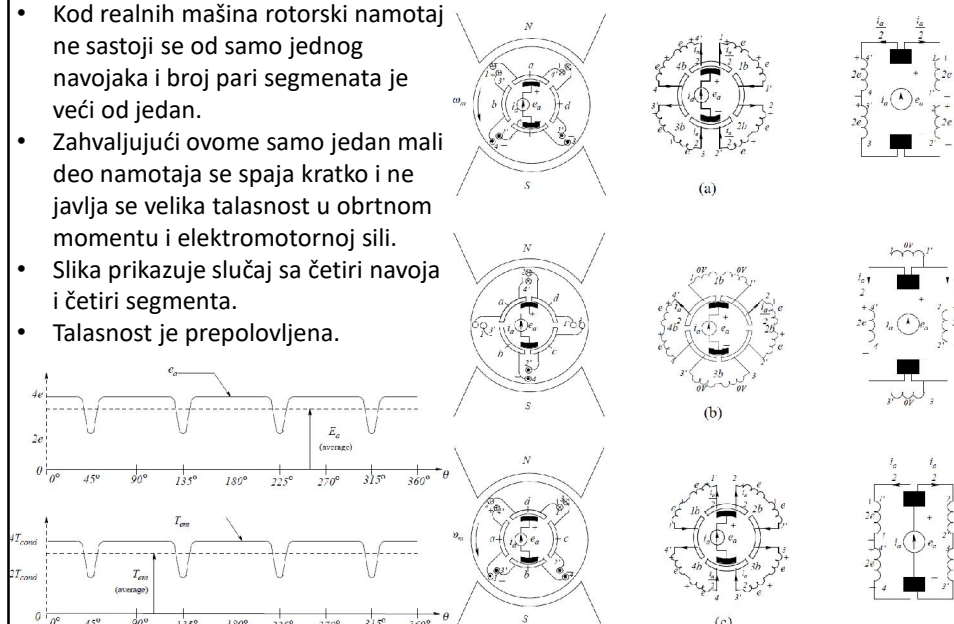
6.2.1. Princip rada DC mašina – sa jednim navojkom

- Iz prethodnog dela gradiva poznat je princip generisanja obrtnog momenta i indukovane elektromotorne sile na rotoru koji se okreće u polju statora.
- U cilju kontinualnog rada (generisanje momenta i okretanje) potrebno je nakon svakog obrtaja promeniti smer struje u rotorskom navoju – to je uloga komutatora.
- Pri promeni smeru, struja u navojaku na kratko staje, struja izvora se zatvara preko komutatorskih segmenata, obrtni moment pada na nulu.



6.2.2. Princip rada DC mašina – sa dva i više navojaka

- Kod realnih mašina rotorski namotaj ne sastoji se od samo jednog navojaka i broj pari segmenata je veći od jedan.
- Zahvaljujući ovome samo jedan mali deo namotaja se spaja kratko i ne javlja se velika talasnost u obrtnom momentu i elektromotornoj sili.
- Slika prikazuje slučaj sa četiri navoja i četiri segmenta.
- Talasnost je prepolovljena.



6.3.3. Princip rada DC mašina – računanje obrtnog momenta i elektromotorne sile

- Obrtni moment koji se generiše u električnim mašinama (ako nema značajne talasnosti–fluktuacije) računa se po sledećoj formuli: $T_{em} = \left(n_a \ell r B_f \right) \frac{i_a}{2}$

gde je: n_a – broj navojaka na armaturi (rotoru),

ℓ – dužina provodnika u žlebu,

r – poluprečnik rotora,

B_f – magnetna indukcija ostvarena satorom,

i_a – struja armature.

- Formula za indukovanu elektromotornu silu:

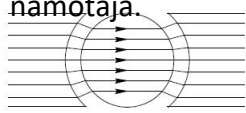
$$e_a = \left(\frac{n_a}{2} \ell r B_f \right) \omega_m$$

- Te dve vrednosti se mogu pisati na sledeći način:

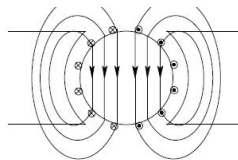
$$T_{em} = k_T i_a \quad e_a = k_E \omega_m \quad \text{gde je:} \quad k_T = k_E = \left(\frac{n_a}{2} \cdot \ell \cdot r \right) \cdot B_{f121}$$

6.4. Uticaj struje armature na magnetno polje mašine

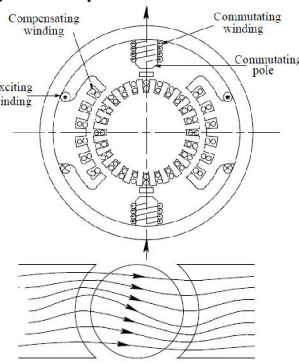
- Stator se formira tako da u vazдушnom zazoru bude radijalno, što homogenije magnetno polje.
- Struja dovedena u rotor takođe proizvodi magnetno polje.
- Ta dva magnetna polja se vektorski sabiraju, zato magnetno polje u vazдушnom zazoru neće biti homogeno, na pojedine provodnike rotora neće delovati ista sila
- Rezultantna sila i obrtni moment se ne menjaju sve dok neki delovi feromagnetnog jezgra ne dođu u zasićenje.
- Raspodela pola se može poboljšati korišćenjem kompenzacijonih i komutacionih namotaja.



(a)



(b)



(c)

6.5. Model DC mašine

- Model mašine je ekvivalentna električna šema od standardnih komponenti: otpornik, induktivni kalem, naponski izvor.
- Model omogućava analizu statičkog i dinamičkog ponašanja mašine.
- Diferencijalna jednačina električnog dela je:

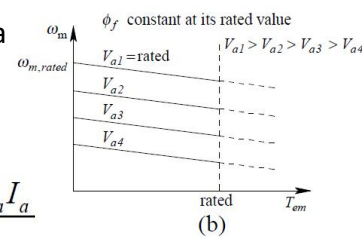
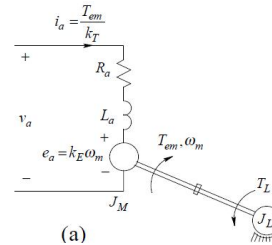
$$v_a = e_a + R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt}$$

- Diferencijalna jednačina mehaničkog dela je :

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J_{eq}} (T_{em} - T_L)$$

- U ustaljenom režimu važi:

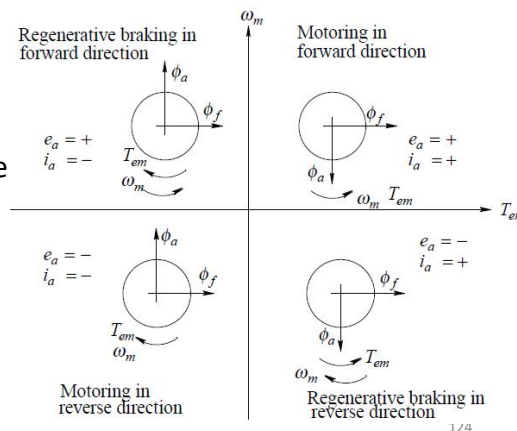
$$I_a = \frac{T_{em} (= T_L)}{k_T} \quad \text{ i } \quad \omega_m = \frac{E_a}{k_E} = \frac{V_a - R_a I_a}{k_E}$$



123

6.6. Režimi rada DC mašine

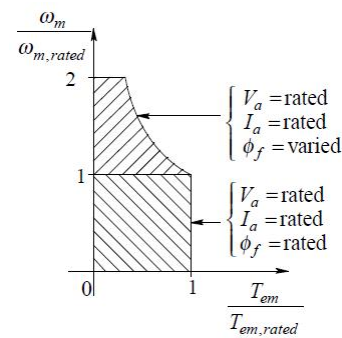
- Kod DC mašina lako se ostvaruje regulacija obrtnog momenta brzine.
- Moguć je motorni režim i generatorski režim.
- Za prelazak u generatorski režim treba promeniti smer struje, pri tome se menja smer obrtnog momenta i smer proticanja energije.
- Za promenu smera obrtanja potrebno je promeniti polaritet priključnog napona.
- Promena smera struje armature može da se postigne dosta brzo pošto je induktivnost namotaja rotora (L_a) relativno mala (naročito kod servo-motora).



124

6.7. DC motori sa namotanim satorom u oblasti slabljenja polja

- Do nazivne ugaone brzine magnetna indukcija generisana satorom se održava na nazivnoj (maksimalnoj) vrednosti $B_f (\Phi_f)$ da bi sa što manjom armaturnom strujom postigli traženi moment.
- Moguć je rad iznad nazivne ugaone brzine ali radi toga treba smanjiti vrednost indukcije, B_f pri čemu će obrtni moment opadati.
- Ima takvih primena u kojima se koriste obe oblasti rada (na pr. električna vuča)



125

6.8. Snažni pretvarači za napajanje DC motora

Zahtevi prema pretvaračima:

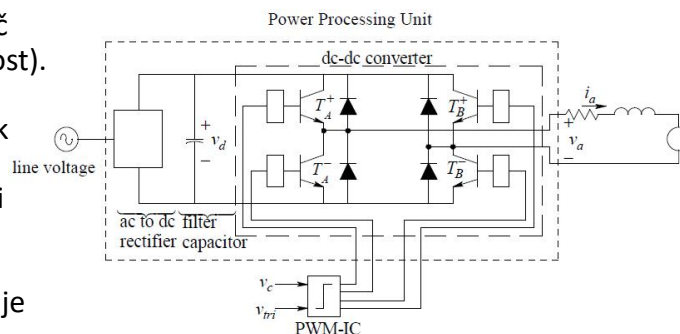
- visok stepen iskorišćenja,
- brza reakcija,
- rad u dva ili četiri kvadranta.

Izvor energije je redovno energetska mreža, izuzev većinu vozila.

Obično se koristi dvostepeni pretvarač:

- ispravljač
- DC-DC pretvarač (polumost ili most).

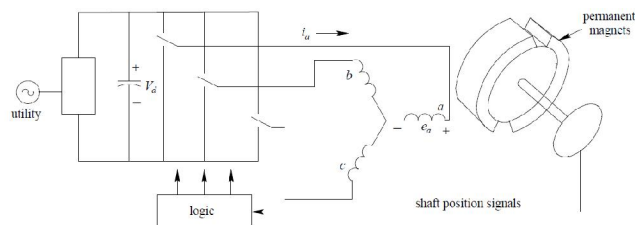
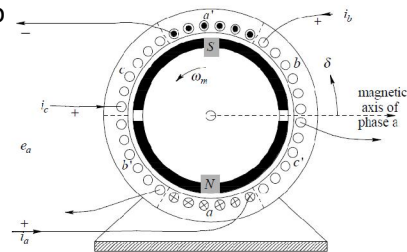
U DC pogonima u primeni su još uvek jednostepeni tiristorski usmerači ali su sve manje prisutni. Njihova analiza i regulacija je relativno složena.



126

6.9.1. Pogon sa BLDC motorima - konstrukcija

- Kod tradicionalnih DC motora magnetno polje generiše stator a pretvaranje energije vrše namotaji na rotoru.
- Kod BLDC motora rotor generiše magnetno polje dok stator vrši pretvaranje energije.
- Struje u namotajima statora okreću elektronski prekidači – obrnuta konstrukcija.
- Namotaj statora bi mogao biti dvofazni ali više se praktikuje trofazni namotaj.



127

6.9.2. Pogon sa BLDC motorom – indukovana elektromotorna sila

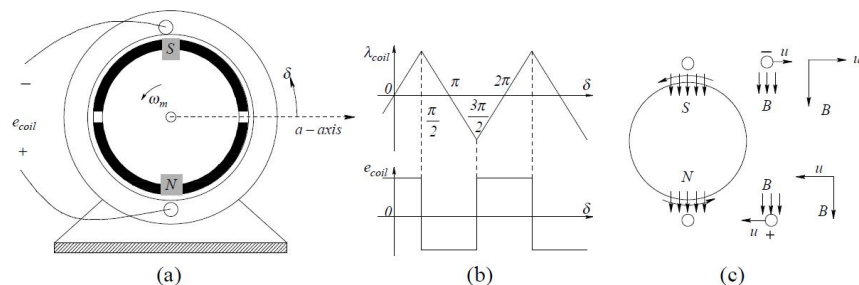
- Vršna vrednost fluksnog obuhvat jednog navojaka statora je:

$$\hat{\lambda}_{coil} = (\pi r l) B_f$$

- Fluksni obuhvat se menja u zavisnosti od ugaone pozicije, zato se indukovana elektromotorna sila (napon) računa ovako:

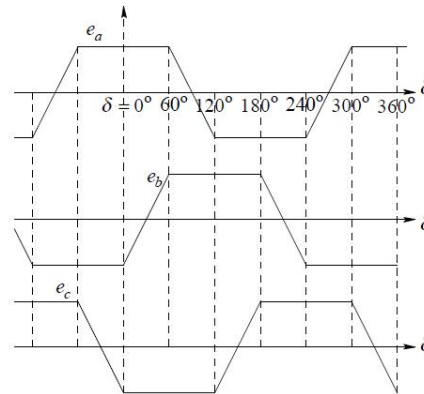
$$e_{coil} = \frac{d\lambda_{coil}}{dt} = \frac{d\lambda_{coil}}{d\delta} \frac{d\delta}{dt} = \frac{(\pi r l) B_f}{\pi / 2} \omega_m = \underbrace{2 B_f l r \omega_m}_{e_{cond}}$$

- Napon menja polaritet kada određeni navojak dođe ispod sledećeg pola.



6.9.2. Pogon sa BLDC motorom - napajanje

- Kod trofaznog statora, u datoj fazi fluksni obuhvat se menja linearno u zavisnosti od ugla, kroz 120° , pri tome je indukovani napon konstantan.
- U narednih 60° neki navojci seku magnetno polje jednog smeru, neki drugog smeru, zato indukovana elektromotorna sila opada, zatim menja polaritet.
- Napajanje BLDC motora se radi tako što se u intervalu kada je zbir indukovane elektromotorne sile konstantan, na rednu vezu ta dva namotaja priključi napon napajanja a treći namotaj ostaje slobodan (u praznom hodu).



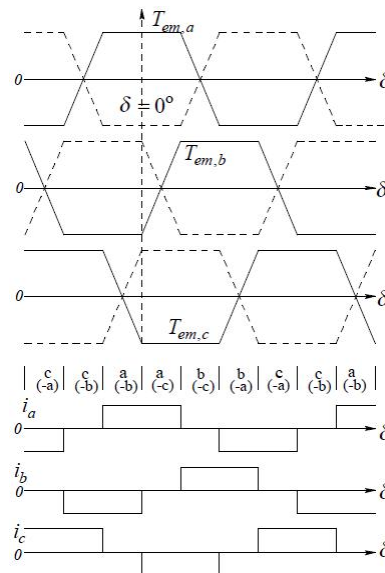
129

6.9.4. Pogon sa BLDC motorom – generisanje obrtnog momenta

- Obrtni moment se računa iz pojedinih sila koji deluju na pojedine provodnike :

$$T_{em} = 2 \times \underbrace{N_s B_f \ell r I}_{\text{each phase}}$$

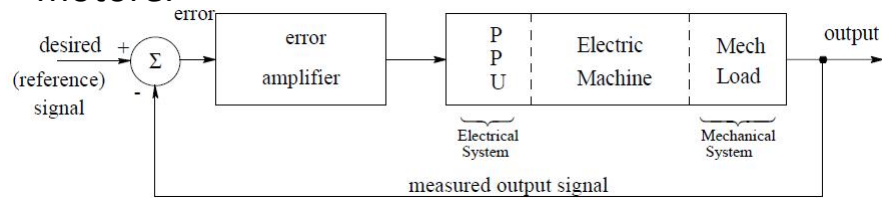
- Struje pojedinih navojaka u određenim intervalima držimo na konstantnoj vrednosti.
- Sa obzirom na promene pozicije statorskih namotaja u odnosu na rotor (koji magnetni pol prolazi ispred njih), obrtni moment koji nastaje je trapezna funkcija vremena.
- Izvesne fluktuacije momenta nastaju usled netačnih vremena prekopčavanja struja u namotajima, zato se sve više koriste motori sa sinusnom strujom umesto trapezne struje.



130

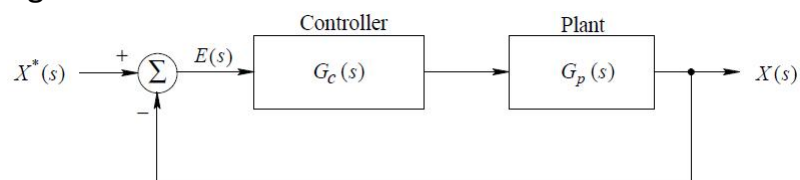
7. DEO: PROJEKTOVANJE REGULATORA ZA DC I BLDC MOTORE

- Mnoge industrijske primene zahtevaju preciznu regulaciju brzine (i pozicije).
- To se postiže odgovarajućom povratnom spregom kao na slici.
- Ovde prikazane tehnike su razvijene za DC motore ali se danas uspešno koriste i za različite AC motore.



7.1. Ciljevi regulacije

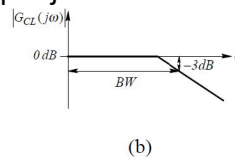
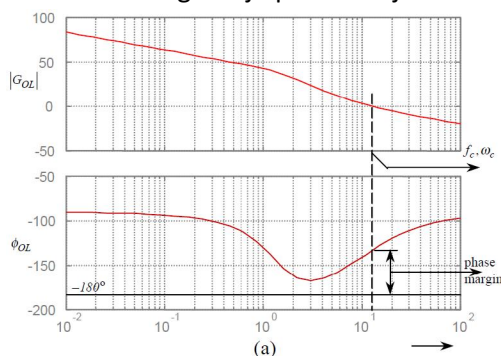
- Regulacionom sistemu sa prethodnog slajda odgovara matematički model na slici. U cilju jednostavnije analize primenili smo jediničnu povratnu spregu, to ne predstavlja bitno ograničenje.
- $G_p(s)$ je ukupna prenosna funkcija pretvarača, motora i mehaničkog opterećenja.
- $G_c(s)$ je prenosna funkcija kontrolera. Tu prenosnu funkciju treba tako definisati da bude što manja greška, da regulacija bude što brža ali da ne bude prebačaja i oscilacija.
- $X^*(s)$ je referentni (željeni) signal, $X(s)$ je stvarni izlazni signal.



132

7.2. Osobine prenosnih funkcija regulacije

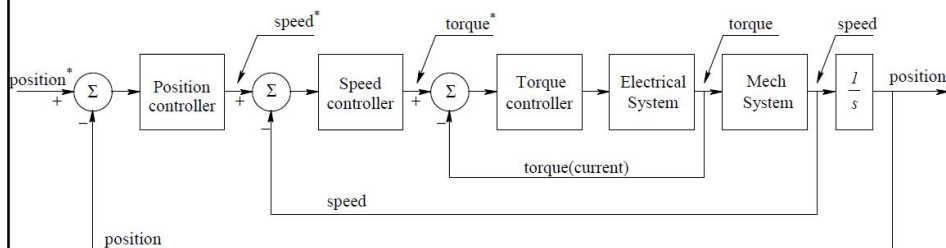
- Prenosna funkcija za otvorenu petlju: $G_{OL}(s) = G_c(s)G_p(s)$
- Prenosna funkcija za zatvorenu petlju: $G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1 + G_{OL}(s)}$
- Prenosnu funkciju za otvorenu petlju opisujemo sa Bode-ovim dijagramima.
- Kod presečne učestanosti (gde je $|G_{OL}(j\omega_c)| = 1$) fazno kašnjenje ne sme da postigne 180° . Razlika do te granice je margina faze. Za stabilnu regulaciju potrebno je obezbediti marginu od $45^\circ \dots 60^\circ$.
- Granična frekvencija (BW) za zatvorenu petlju je oko presečne učestanosti otvorene petlje.



133

7.3. Kaskadni sistem regulacije

- Kaskadni regulator motora koristi posebnu povratnu spregu za regulaciju struje (momenta), posebnu za regulaciju brzine i posebnu za regulacije pozicije.
- Kaskadni regulator se koristi široko u industriji.
- Unutrašnja petlja je najbrža, kako idemo prema vani, brzina se smanjuje.



7.4. Postupak projektovanja regulatora

- Kod električnih pogona često se javlja veliki skok u kontrolnom signalu što dovodi do izražaja eventualnu nelinearnost mehaničkog sistema.
- Obično ima nelinearnosti i u električnom sistemu, pre svega zbog ograničenog napona napajanja i ograničene struje energetskog pretvarača (radi zaštite).
- Pri projektovanju regulatora u prvom koraku treba ispitati i podesiti regulator pomoću analize za male signale i namestiti odgovarajuću faznu marginu.
- U drugom koraku, pomoću računarske simulacije, treba ispitati ponašanje za velike skokove (promena referentnog signala, promena opterećenja, promena napona napajanja).
- Po potrebi se podešavaju parametri regulatora da se dobije što bolje dinamičko ponašanje.

135

7.5. Formiranje modela za male signale

Polazni uslovi:

- Kod svake promenljive namestimo da radna tačka bude u nuli. Analiza će se kasnije proširiti za druge radne tačke i za nelinearno ponašanje.
- Najbrža petlja regulacije se podesi tako da njena granična učestanost bude deset do sto puta ispod prekidačke učestanosti pretvarača (f_s).
- Talasnost struje na prekidačkoj učestanosti se zanemari, radimo samo sa usrednjenim vrednostima.

136

7.5.3. Modelovanje DC motora i mehaničkog opterećenja – Laplace-ov domen

- Jednačine električnog dela u Laplace-ovom domenu:

$$V_a(s) = E_a(s) + (R_a + sL_a)I_a(s)$$

odnosno:
$$I_a(s) = \frac{V_a(s) - E_a(s)}{R_a + sL_a}, \quad E_a(s) = k_E \omega_m(s)$$

gde električna vremenska konstanta: $\tau_e = \frac{L_a}{R_a}$

- Jednačine mehaničkog dela u Laplace-ovom domenu:

$$\omega_m(s) = \frac{T_{em}(s)}{sJ_{eq}}, \quad T_{em}(s) = k_T I_a(s)$$

- Blok šema data na prethodnom sajtu je crtana na bazi ovih jednačina.

139

7.6. Projektovanje regulatora

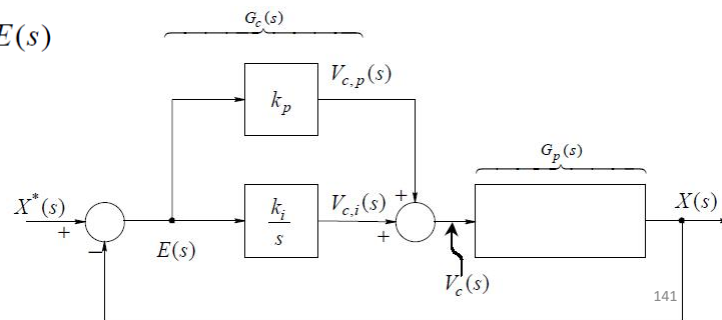
- Treba da zadovoljimo ranije formirane kriterijume.
- Kod pojedinih povratnih sprega uglavnom koristimo PI regulatora.
- Prvo ćemo se upoznati sa pojmom PI regulatora, zatim ćemo sprovesti projektovanje regulatora obrtnog momenta (struje), zatim sledi projektovanje regulatora brzine i regulatora pozicije.

140

7.6.1. Projektovanje regulatora - pojam PI regulatora

- Struktura PI regulatora za regulaciju veličine X je prikazana na slici.
- Signal greške je odstupanje između željene vrednosti i stvarne vrednosti veličine X : $E(s) = X^*(s) - X(s)$
- Kontrolni signal se sastoji od proporcionalnog dela koji je proizvod signala greške i jedne konstante: $V_{c,p}(s) = k_p E(s)$ i od integralnog dela koji je srazmeran integralu signala greške:

$$V_{c,i}(s) = \frac{k_i}{s} E(s)$$



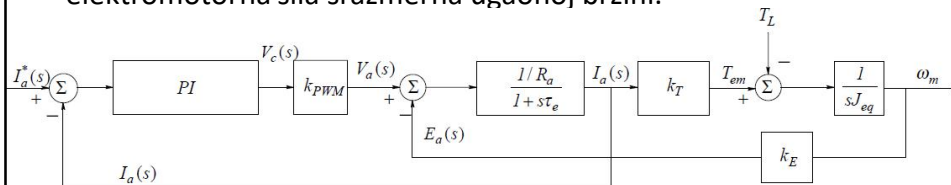
7.7. Primer za projektovanje regulatora pogona

- Parametri jednog pogona su dati u tabeli.
- Potrebno je za ovaj pogon projektovati optimalni regulator za obrtni moment (struju), brzinu i poziciju.

System Parameter	Value
R_a	2.0Ω
L_a	$5.2 mH$
J_{eq}	$152 \times 10^{-6} kg \cdot m^2$
B	0
K_E	$0.1 V / (rad / s)$
k_T	$0.1 Nm / A$
V_d	$60 V$
$\hat{V}_{tri}$	$5 V$
f_s	$33 kHz$

7.7.1. Primer za projektovanje regulatora pogona – projektovanje regulatora momenta (struje)– 1

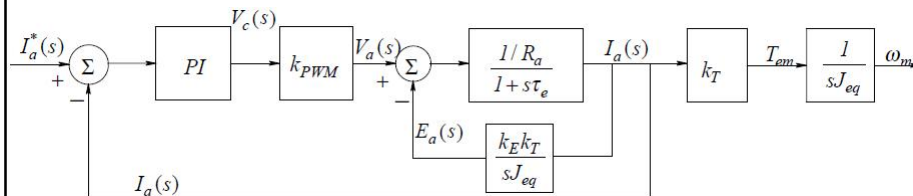
- Ova je unutrašnja, najbrža petlja.
- Postoji jedna unutrašnja povratna sprega pošto je indukovana elektromotorna sila srazmerna ugaonoj brzini.



- Elektromotorna sila se može izraziti sledećom formulom:

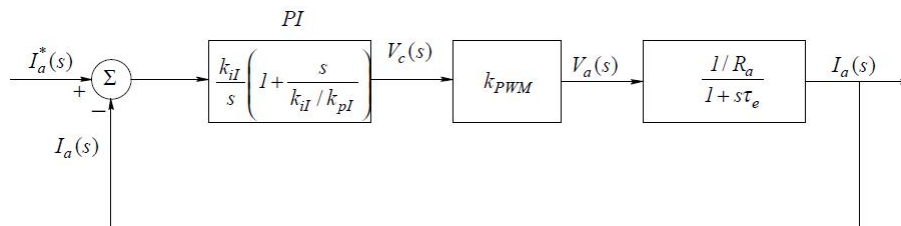
$$E_a(s) = \frac{k_T k_E}{s J_{eq}} I_a(s)$$

- zato se regulacioni sistem može modifikovati na sledeću formu:



7.7.1. Primer za projektovanje regulatora pogona – projektovanje regulatora momenta (struje)– 2

- Pri velikom momentu inercije (čest slučaj), blok šema se uprošćava na sledeću formu:



- Na bazi ove blok šeme, formula za prenosnu funkciju otvorene petlje je sledeća:

$$G_{I,OL}(s) = \underbrace{\frac{k_{II}}{s} \left[1 + \frac{s}{k_{II} / k_{PI}} \right]}_{PI\text{-controller}} \underbrace{k_{PWM}}_{PPU} \underbrace{\frac{1/R_a}{1 + \frac{s}{1/\tau_e}}}_{motor}$$

- Ako parametre PI regulatora (k_{II} , k_{PI}) odaberemo kako je opisano na sledećem slajdu, možemo postići faznu marginu od 90° .

144

7.7.1. Primer za projektovanje regulatora pogona – projektovanje regulatora momenta (struje) – 3

- Nulu u prenosnoj funkciji PI regulatora namestimo tako da bi mogli uprostiti sa članom koji se odnosi na pol motora:

$$\frac{k_{II}}{k_{PI}} = \frac{1}{\tau_e} \quad \text{vagy} \quad k_{PI} = \tau_e k_{II}$$

- U tom slučaju prenosna funkcija otvorene petlje se uprošćava na sledeću formu: $G_{I,OL}(s) = \frac{k_{I,OL}}{s}$ $k_{I,OL} = \frac{k_{II} k_{PWM}}{R_a}$
- Presečna učestanost prenosne funkcije otvorene petlje je sledeća: $\omega_{cI} = k_{I,OL}$
- Presečna učestanost treba da je mnogo niža od prekidačke učestanosti (za 1 do 2 reda veličine).
- Time smo izračunali konstantu integralnog člana PI regulatora i završili projektovanje regulatora struje (obrtnog momenta):

$$k_{II} = \frac{\omega_{cI} R_a}{k_{PWM}}$$

145

7.7.1. Primer za projektovanje regulatora pogona – projektovanje regulator momenta (struje) – 4

- Ako za presečnu učestanost odaberemo $1kHz$, za dati primer, parametri PI regulatora će dobiti vrednost:

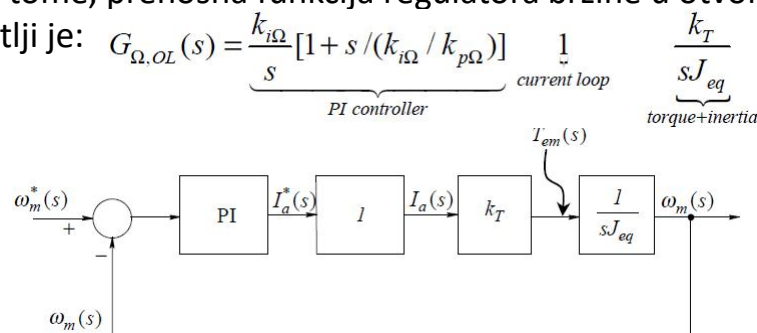
$$k_{II} = \frac{\omega_{cI} R_a}{k_{PWM}} = 1050$$

$$k_{PI} = k_{II} \tau_e = k_{II} \frac{L_a}{R_a} = 2.73$$

146

7.7.2. Primer za projektovanje regulatora pogona – projektovanje regulator brzine – 1

- S obzirom na mehaničku inerciju motora, granična učestanost regulatora brzine može se postaviti na deset puta manju vrednost od granične učestanosti regulatora struje zato regulator struje možemo smatrati idealnim (ima jedinični prenos).
- Po tome, prenosna funkcija regulatora brzine u otvorenoj petlji je:



147

7.7.2. Primer za projektovanje regulatora pogona – projektovanje regulator brzine – 2

- Prenosna funkcija u otvorenoj petlji se može svesti na sledeću formu:
- $$G_{\Omega, OL}(s) = \left(\frac{k_{i\Omega} k_T}{J_{eq}} \right) \frac{1 + s / (k_{i\Omega} / k_{p\Omega})}{s^2}$$
- Znači, ima dva pola na 0 frekvenciji i jednu realnu nulu.
 - Parametre regulatora brzine ($k_{p\Omega}$, $k_{i\Omega}$) treba tako odabrati da bi zadovoljili sledeća dva uslova:

$$\left| \left(\frac{k_{i\Omega} k_T}{J_{eq}} \right) \frac{1 + s / (k_{i\Omega} / k_{p\Omega})}{s^2} \right|_{s=j\omega_{c\Omega}} = 1$$

$$\angle \left(\left(\frac{k_{i\Omega} k_T}{J_{eq}} \right) \frac{1 + s / (k_{i\Omega} / k_{p\Omega})}{s^2} \right)_{s=j\omega_{c\Omega}} = -180^\circ + \phi_{pm, \Omega}$$

148

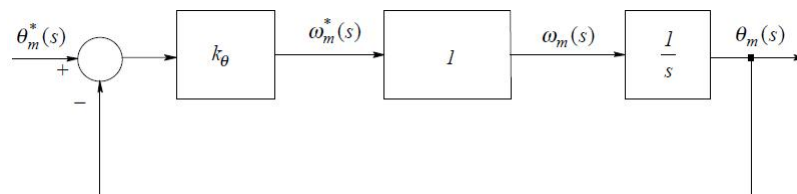
7.7.3. Primer za projektovanje regulatora pogona – projektovanje regulatora pozicije

- Za regulaciju pozicije nije potreban PI regulator zato što je pozicija integral brzine.
- Bira se samo parametar k_θ .
- Prenosna funkcija u otvorenoj petlji je:

$$G_{\theta, OL}(s) = \frac{k_\theta}{s}$$

- Nakon izbora presečne učestanosti regulatora pozicije, parametar k_θ se računa na sledeći način:

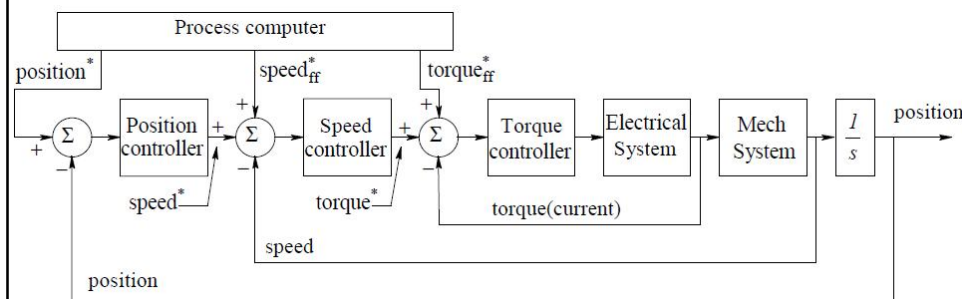
$$k_\theta = \omega_{c\theta}$$



149

7.8. Uloga *feedforward* tehnike u regulaciji

- Kaskadna regulacije se može uspešno koristiti ali mu je reakcija dosta spora.
- Može se postići brža reakcija ako su nam sve promenljive na raspolaganju istovremeno.
- Referentne veličine promenljivih se približno znaju unapred zato se one mogu uneti u petlju regulacije i ubrzati odziv sistema.



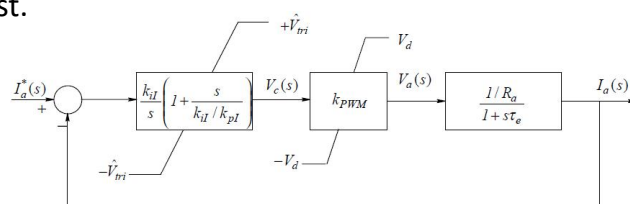
7.9. Uticaj ograničenja

- Poželjno je koristiti faktor ispune, struju motora, brzinu da bi zaštitili pogon od električnih i mehaničkih preopterećenja.
- Ograničenja dolaze do izražaja pri velikim skokovima referentnih vrednosti: usporavaju reakciju.
- Da bi preciznije procenili buduće realno ponašanje pogona, potrebne su simulacije.

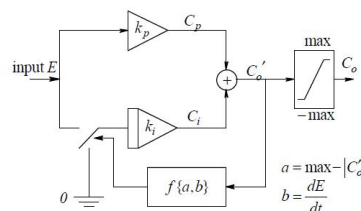
151

6.10. Anti-windup tehnika kod integralnog člana

- Kod sistema koji sadrže ograničenja i integratore, u cilju stabilnosti, potrebno je da integrator ne vrši dalje integraljenje ako je izlaz regulatora postigao maksimalnu moguću vrednost.
- Slika pokazuje, na kojim mestima je potrebna intervencija.



(a)

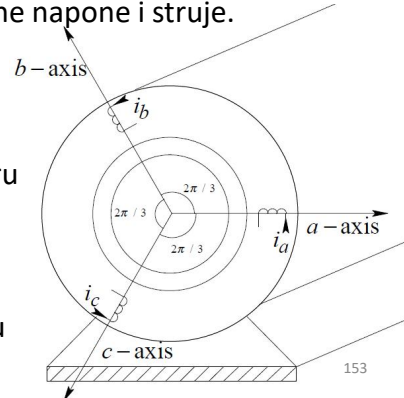


(b)

152

8. DEO: UVOD U AC MAŠINE I PROSTORNE VEKTORE

- Raste udeo AC motora u industrijskim pogonima.
- U ovom delu ćemo se upoznati sa načinom analize dve vrste AC motora: asinhroni (indukcioni) motori i sinhroni motori sa sinusnim napajanjem i rotorom sa stalnim magnetima.
- Te mašine zahtevaju trofazne sinusne napone i struje.
- U oba slučaja na statoru je trofazni namotaj, razlika je u konstrukciji rotora.
- Magnetno polje u vazдушnom zazoru ima sinusnu raspodelu, zahvaljujući takvoj raspodeli navojaka unutar pojedinih namotaja i zaokretanju pojedinih faznih namotaja za 120° u prostoru.



8.1. Sinusna raspodela statorskih navojaka

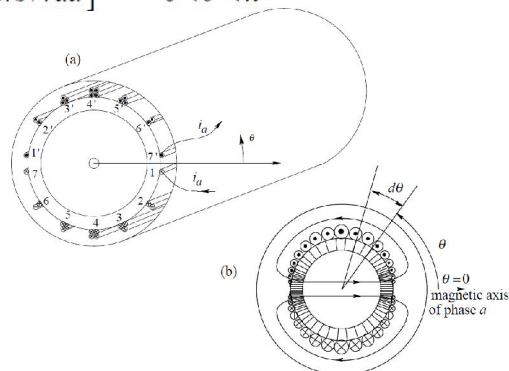
- Kod AC mašina svaki fazni namotaj generiše sinusnu raspodelu magnetne indukcije u vazдушnom zazoru u zavisnosti od ugla zaokretanja.
- To se ostvaruje tako da navojci jednog namotaja nisu ravnomerno raspoređeni u žlebovima već po sinusnoj funkciji:

$$n_s(\theta) = \hat{n}_s \sin \theta \quad [\text{no. of conductors / rad}] \quad 0 < \theta < \pi$$

$$\text{gde je } \int_0^\pi n_s(\theta) d\theta = N_s$$

$$\text{pošto je: } \hat{n}_s = \frac{N_s}{2}$$

$$n_s(\theta) = \frac{N_s}{2} \sin \theta \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$



8.2. Sinusna raspodela magnetne indukcije

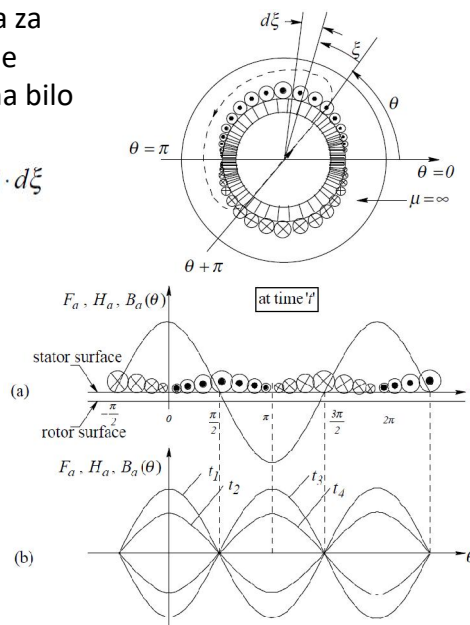
- Primenom Ampère-ovog zakona za petlju navedenu na slici, može se izračunati magnetna indukcija na bilo kom delu magnetnog zazora:

$$\underbrace{H_a \ell_g}_{\text{outward}} - \underbrace{(-H_a) \ell_g}_{\text{inward}} = \int_0^\pi i_a \cdot n_s(\theta + \xi) \cdot d\xi$$

$$H_a(\theta) = \frac{N_s}{2\ell_g} i_a \cos \theta$$

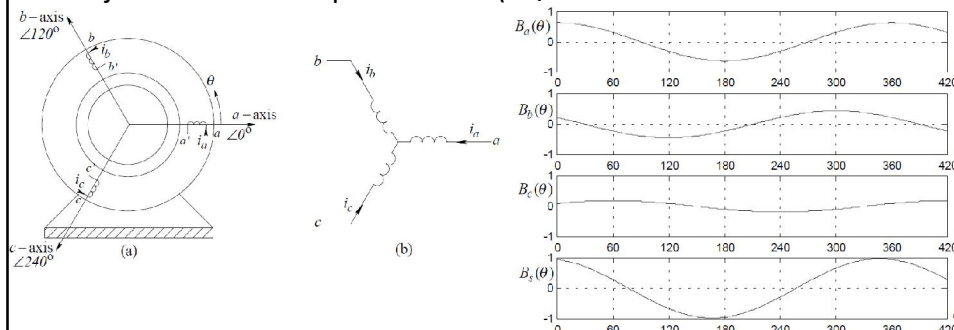
$$B_a(\theta) = \mu_o H_a(\theta) = \left(\frac{\mu_o N_s}{2\ell_g} \right) i_a \cos \theta$$

- Znači, vrednost indukcije je u svakom trenutku srazmerna trenutnoj vrednosti struje i menja se po sinusnoj funkciji u zavisnosti od ugla.



8.3. Trofazni namotaj sa sinusnom raspodelom navojaka

- Na stator se nameste tri namotaja umesto jednog.
- Ta tri namotaja su pomerena (zaokrenuta) za 120° .
- Tu smatramo da su namotaji vezani u zvezdu (kod konkretnih mašina može biti veza u trougao).
- Svaki namotaj generiše sinusnu raspodelu magnetne indukcije u zazoru (kako je objašnjeno na prethodnom slajdu) samo se vršne vrednosti indukcije javljaju kod različitih uglova.
- Rezultantna indukcija od tri namotaja je takođe sinusne raspodele ali je rezultantna amplituda veća (2x).



8.4.1. Opis sinusne prostorne raspodele polja prostornim vektorima

- Struje i napone koje su sinusne funkcije vremena, ranije smo opisali sa fazorima (kompleksnim brojevima).
- Ako se veličine B , H i F menjaju sinusno u prostoru, možemo i h opisati prostornim vektorima.
- Amplituda prostornog vektora se bira tako da bude jednaka amplitudi promenljive koju predstavlja.
- Ugao prostornog vektora u određenom momentu je ugao koju zatvara mesto maksimuma promenljive sa magnetnom osovinom namotaja a .
- I prostorni vektori se opisuju kompleksnim brojevima, iznad njihove oznake stavljamo strelicu ($\rightarrow$).
- Magneto-motornu silu koju generiše struja i_a označavamo sa sledećim prostornim vektorom:

$$\vec{F}_a(t) = \frac{N_s}{2} i_a(t) \angle 0^\circ$$
- Na sličan način se mogu napisati i prostorni vektori magneto-motornih sila koje su generisane strujama i_b i i_c i prostorni vektori promenljivih H i B .

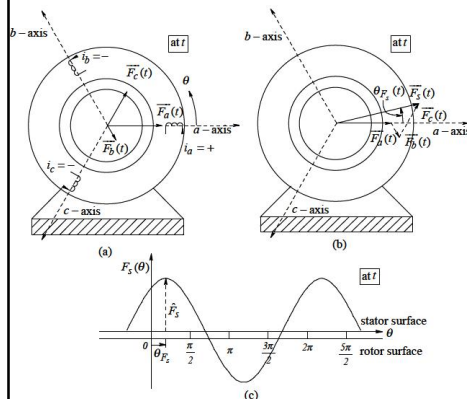
8.4.2. Opis sinusne prostorne raspodele polja prostornim vektorima

- U svakom trenutku tri magneto-motorne sile koje su posledice tri fazne struje, mogu se napisati sa tri prostorna vektora. Njihov ugaoni položaj je fiksiran (0° , 120° i 240°), a amplitude se menjaju u vremenu po sinusnoj funkciji:

$$\vec{F}_a(t) = \frac{N_s}{2} i_a(t) \angle 0^\circ$$

$$\vec{F}_b(t) = \frac{N_s}{2} i_b(t) \angle 120^\circ$$

$$\vec{F}_c(t) = \frac{N_s}{2} i_c(t) \angle 240^\circ$$



- Sinusna raspodela magneto-motorne sile u prostoru je posledica sinusne raspodele navojaka u žlebovima. Trenutne vrednosti polja se menjaju zbog promene struja u vremenu.
- Tri prostorna vektora se mogu zameniti sa jednim rezultantnim:

$$\vec{F}_s(t) = \vec{F}_a(t) + \vec{F}_b(t) + \vec{F}_c(t) = \hat{F}_s \angle \theta_{F_s}$$

$$\vec{H}_s(t) = \vec{H}_a(t) + \vec{H}_b(t) + \vec{H}_c(t) = \hat{H}_s \angle \theta_{H_s}$$

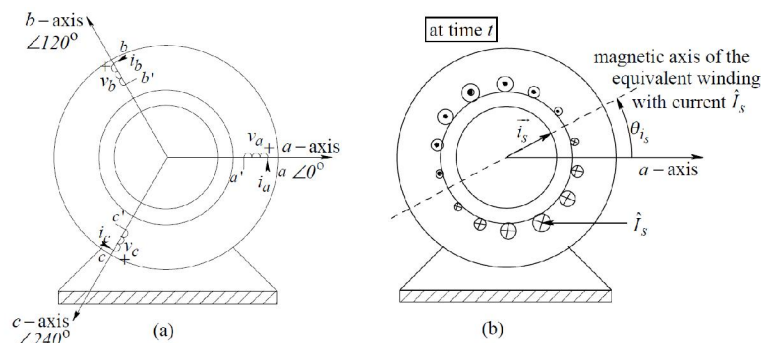
$$\vec{B}_s(t) = \vec{B}_a(t) + \vec{B}_b(t) + \vec{B}_c(t) = \hat{B}_s \angle \theta_{B_s}$$

8.5. Predstavljanje faznih napona i struja rezultatnim prostornim vektorima

- Dejstvo tri fazne veličine je takvo da se može zameniti jednim prostornim vektorom (čija amplituda i ugaoni položaj se kontinualno menjaju:

$$\vec{i}_s(t) = i_a(t)\angle 0^\circ + i_b(t)\angle 120^\circ + i_c(t)\angle 240^\circ = \hat{I}_s(t)\angle \theta_{i_s}(t)$$

$$\vec{v}_s(t) = v_a(t)\angle 0^\circ + v_b(t)\angle 120^\circ + v_c(t)\angle 240^\circ = \hat{V}_s(t)\angle \theta_{v_s}(t)$$



159

8.6. Fizičko tumačenje prostornog vektora statorskih struja

- Množenjem prostornog vektora statorskih struja sa $N_s/2$ dobije se prostorni vektor magneto-motorne sile:

$$\frac{N_s}{2} \vec{i}_s(t) = \underbrace{\frac{N_s}{2} i_a(t)\angle 0^\circ}_{\vec{F}_a(t)} + \underbrace{\frac{N_s}{2} i_b(t)\angle 120^\circ}_{\vec{F}_b(t)} + \underbrace{\frac{N_s}{2} i_c(t)\angle 240^\circ}_{\vec{F}_c(t)} \quad \frac{N_s}{2} \vec{i}_s(t) = \vec{F}_s(t)$$

- Tri fazne struje se mogu zameniti sa jednom strujom jednog namotaja koji ima adekvatnu amplitudu i ugaonu poziciju.
- Zaključak koji je iznesen u vezi magneto-motorne sile, važi i za promenljive $\vec{B}_s$ i $\vec{H}_s$ koji su srazmerni sa njime.

$$\vec{H}_s(t) = \frac{N_s}{2\ell_g} \vec{i}_s(t) \quad \vec{B}_s(t) = \frac{\mu_o N_s}{2\ell_g} \vec{i}_s(t)$$

- Pretpostavili smo da na rotoru nema nikakve struje, inače i to bi trebalo da se uzima u obzir.

160

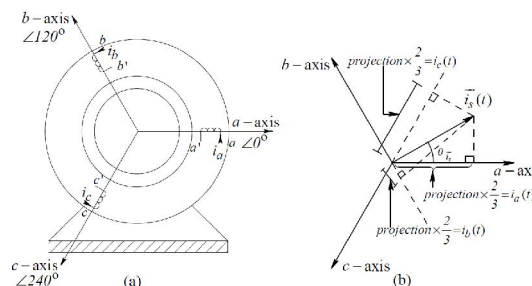
8.7. Određivanje faznih veličina napona i struja na bazi prostornih vektora

- Ako je poznata amplituda i faza prostornog vektora u datom trenutku, može se izračunati željena vrednost faznih veličina u tom istom trenutku.
- Energetski pretvarač koji napaja motor, treba da generiše te fazne veličine.
- Proračun se sastoji od izračunavanja projekcije prostornog vektora na magnetnu osu pojedinih namotaja (a , b , c).
- Odgovarajuće formule su:

$$i_a = \frac{2}{3} \operatorname{Re}[\bar{i}_s \angle 0^\circ] = \frac{2}{3} \operatorname{Re}[\hat{I}_s \angle \theta_{i_s}] = \frac{2}{3} \hat{I}_s \cos \theta_{i_s}$$

$$i_b = \frac{2}{3} \cdot \hat{I}_s \cdot \cos(\theta_{i_s} - 2\pi/3)$$

$$i_c = \frac{2}{3} \cdot \hat{I}_s \cdot \cos(\theta_{i_s} - 4\pi/3)$$



8.8. Određivanje prostornog vektora za slučaj trofaznog simetričnog napajanja mašine u ustaljenom stanju

- Opis pomoću prostornog vektora je univerzalna stvar, naponi i struje mogu biti proizvoljne funkcije vremena. U tom slučaju amplituda i ugao prostornog vektora se menjaju proizvoljno.
- Električne mašine u većini vremena (izuzev tranzijenata) dobijaju trofazno, simetrično, sinusno napajanje, tu se razmatra ta situacija. Na rotoru i dalje nema struje.
- Struje koje nastaju mogu se smatrati za struje magnećenja i mogu se napisati sledećim formulama:

$$i_{ma} = \hat{I}_m \cos \omega t$$

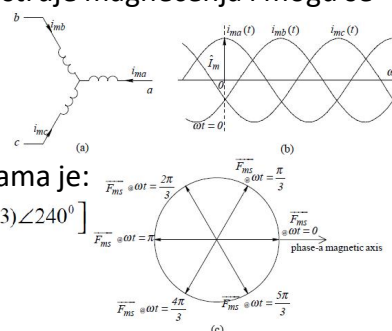
$$i_{mb} = \hat{I}_m \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

$$i_{mc} = \hat{I}_m \cos(\omega t - 4\pi/3)$$

- Prostorni vektor koji odgovara tim strujama je:

$$\vec{i}_{ms}(t) = \hat{I}_m [\cos \omega t \angle 0^\circ + \cos(\omega t - 2\pi/3) \angle 120^\circ + \cos(\omega t - 4\pi/3) \angle 240^\circ]$$

$$\vec{i}_{ms}(t) = \frac{3}{2} \hat{I}_m \angle \omega t = \hat{I}_{ms} \angle \omega t$$



8.9. Ponašanje prostornog vektora u slučaju trofaznog simetričnog sinusnog napajanja u ustaljenom stanju

- Prostorni vektor magneto-motorne sile i indukcije se može napisati sa sličnom formulom:

$$\vec{F}_{ms}(t) = \frac{N_s}{2} \vec{i}_{ms}(t) = \hat{F}_{ms} \angle \omega t \quad \vec{B}_{ms}(t) = \left(\frac{\mu_0 N_s}{2l_g} \right) \cdot \vec{i}_{ms}(t) = \hat{B}_{ms} \angle \omega t$$

- Može se zaključiti da u ustaljenom stanju, prostorni vektori (struja magnećenja, magneto-motorna sila, indukcija) su konstantne amplitude i okreću se ugaonom brzinom koja odgovara frekvenciji statorkih struja.
- Kod višepolnih mašina ugaona brzina prostornog vektora se deli sa brojem pari polova ($p/2$).

163

8.10. Veza između prostornih vektora i fazora u slučaju trofaznog simetričnog sinusnog napajanja u ustaljenom stanju

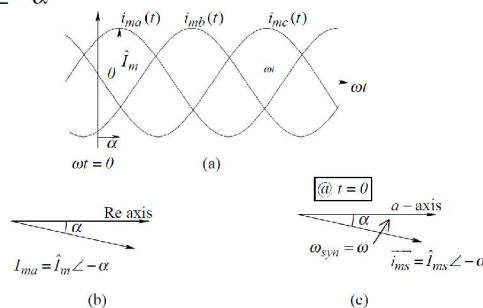
- Fazna struje faze a je: $i_{ma}(t) = \hat{I}_m \cos(\omega t - \alpha)$

- Odgovarajući fazor je: $\vec{I}_{ma} = \hat{I}_m \angle -\alpha$

- Prostorni vektor struje u $t=0$ je:

$$\vec{i}_{ms} \Big|_{t=0} = \hat{I}_{ms} \angle -\alpha \quad \text{gde je: } \hat{I}_{ms} = \frac{3}{2} \hat{I}_m$$

- Ugao fazora napona ili struje faze a jednak je uglovima prostornog vektora napona ili struja u $t=0$.



Dovoljno je poznavati napon ili struju faze a . Amplituda napona ili struje druga dva fazna napona ili struje je ista samo su pomereni za ugao $\pm 120^\circ$.

164

8.11. Naponi indukovani u statrorske namotaje

- Statrorski namotaji mogu se opisati prosto sa induktivnostima zato je veza između napona i struja sledeća:

$$e_{ma} = L_m \frac{di_{ma}}{dt}, \quad e_{mb} = L_m \frac{di_{mb}}{dt}, \quad e_{mc} = L_m \frac{di_{mc}}{dt}$$

- Induktivnosti magnećenja se mogu računati na sledeći način:

$$L_m = \frac{3}{2} \left[\frac{\pi \mu_o r \ell}{\ell_g} \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \right]$$

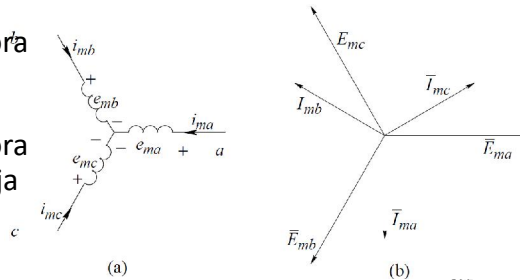
- Deo u srednjoj zagradi je samo-induktivnost jednog namotaja. Koeficijent 3/2 se javlja usled magnetne sprege tri statrorska namotaja.

- Veza između prostornih vektora struja i napona je:

$$\vec{e}_{ms}(t) = (j\omega L_m) \vec{i}_{ms}(t)$$

- Veza između prostornih vektora indukovanih napona i indukcija je:

$$\vec{e}_{ms}(t) = j\omega \left(\frac{3}{2} \pi r \ell \frac{N_s}{2} \right) \vec{B}_{ms}(t)$$



165

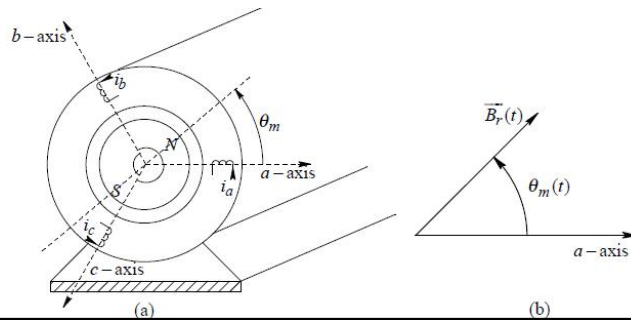
9. DEO: POGON SA SINUSNIM PMAC MOTORIMA I SINHRONIM MOTORIMA

- PMAC (permanent magnet AC) motori sa sinusnim naponima i strujama su slični BLDC motorima (poglavlje 6.9.).
- Jedna bitna razlika je da raspored navojaka u žlebovima statora zavisi od sinusa ugla.
- Druga bitna razlika je da je rotor konstruisan sa stalnim magnetima koji formiraju magnetnu indukciju u zazoru čija vrednost se menja po sinusnom zakonu od ugla.
- Zahvaljujući ovim konstrukcijskim detaljima može se postići obrtni moment bez pulsacije što je važno kod preciznih pogona.
- Snaga takvih mašina je obično manja od 10kW (ne koriste se za glavne pogone već za servo pogone).
- Ne trebaju četkice i komutator – nema habanja.
- Konstrukcija se ne razlikuje puno od konstrukcije tradicionalnih velikih sinhronih mašina.

166

9.1. Konstrukcija sinusnih PMAC mašina

- Na statoru je trofazni namotaj sa sinusnom raspodelom navojaka.
- Struja u takvim namotajima generiše magneto-motornu silu u vazдушnom zazoru koja je raspodeljena po sinusnom zakonu.
- Rotor sa stalnim magnetima generiše magnetno polje u zazoru čija raspodela je sinusna.



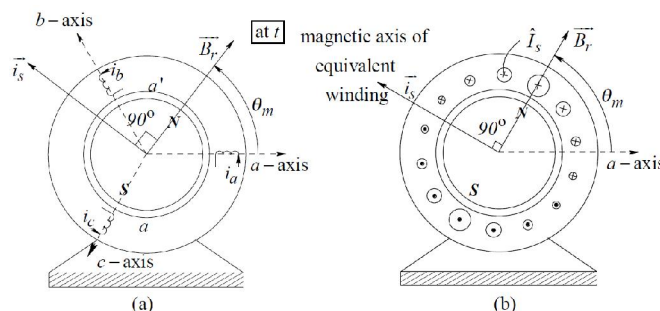
9.2.1. Princip rada sinusne PMAC mašine - raspodela polja i struja

- Stalni magneti na rotoru prave magnetnu indukciju sinusne raspodele u zazoru.
 - Ta raspodela se može opisati jednim prostornim vektorom konstantne amplitude a ugao se poklapa sa uglom, gde indukcija ima trenutni maksimum. Prostorni vektor se okreće zajedno sa rotorom: $\vec{B}_r(t) = \hat{B}_r \angle \theta_m(t)$
 - Obrtni moment nastaje usled interakcije statorskih struja i indukcije u zazoru.
 - Energetski pretvarač napaja stator sa sinusnim trofaznim strujama. Prostorni vektor struja treba da prednjači za 90° u odnosu na prostorni vektor indukcije $\vec{B}_r$.
- $$\vec{i}_s(t) = \hat{I}_s(t) \angle \theta_{i_s}(t) \quad \text{gde je} \quad \theta_{i_s}(t) = \theta_m(t) + 90^\circ$$
- U ustaljenom režimu: $\hat{I} = const.$, $\theta_m (= \omega_m t)$

9.2.2. Princip rada sinusne PMAC mašine – formiranje obrtnog momenta

- Uticaj struja tri statorska namotaja se može ekvivalentirati sa jednim, sinusno raspodeljenim namotajem koji stoji pod uglom Θ_m .
- Pošto magnetno polje rotora stalno kasni za 90° u odnosu na Θ_m , obrtni moment ne zavisi od Θ_m već samo od $\hat{B}_r$ i $\hat{I}_s$.
- Pri računanju momenta polazimo od formule $F_{em} = B \cdot l \cdot i$.
- Rotor deluje na statorske namotaje u smeru kretanja kazaljke na satu.

- Stator ispoljava silu iste veličine ali suprotnog smera (reakcija) na rotor.

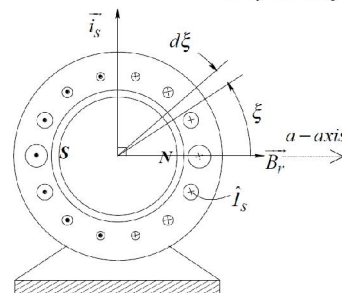


9.2.3. Princip rada sinusne PMAC mašine – proračun momenta

- Gustina navojaka na statoru: $n_s(\xi) = (N_s / 2) \cdot \cos \xi$
- Elementarni broj navojaka u elementarnom uglu $d\xi$ je: $= \frac{N_s}{2} \cos \xi \cdot d\xi$
- Indukcija generisana rotorom pri uglu ξ je: $\hat{B}_r \cos \xi$
- Obrtni moment na elementarni broj navojaka:

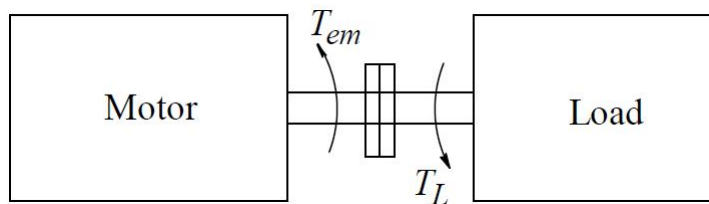
$$dT_{em}(\xi) = r \underbrace{\hat{B}_r \cos \xi}_{\text{flux density at } \xi} \cdot \underbrace{\ell}_{\text{cond. length}} \cdot \underbrace{\hat{I}_s \cdot \frac{N_s}{2} \cos \xi \cdot d\xi}_{\text{no. of cond. in } d\xi}$$
- Ukupan moment je dvostruka vrednost integrala u granicama $\pm\pi/2$:

$$T_{em} = k_T \hat{I}_s \text{ gde je } k_T = \pi \frac{N_s}{2} r \ell \hat{B}_r$$
- Stalnu razliku ugla obezbeđuje povratna sprega po poziciji. Zbog toga ne može da se desi desinhronizacija pri preopterećenju kao kod tradicionalnih sinhronih mašina.



9.3. Mehanički sistem PMAC mašina

- Ugaona brzina motora se menja po sledećoj formuli: $\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{T_{em} - T_L}{J_{eq}}$
- Pozicija (ugao) motora se računa po sledećoj formuli: $\theta_m(t) = \theta_m(0) + \int_0^t \omega_m(\tau) \cdot d\tau$



171

9.4. Računanje referentnih vrednosti statoskih struja

- Pozicija rotora (magnetna osovina) se detektuje odgovarajućim senzorom (enkoder).
- Treba da se formira prostorni vektor statoskih struja koji je okomit na magnetnu osovinu rotora: $\vec{i}_s^*(t) = \hat{I}_s^*(t) \angle \theta_{i_s}^*(t)$ gde je $\theta_{i_s}^*(t) = \theta_m(t) + \frac{\pi}{2}$
- Pojedine (referentne, željene) statoske struje se izračunavaju iz prostornog vektora:

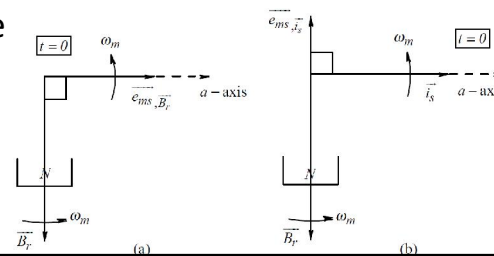
$$\begin{aligned}
 i_a^*(t) &= \frac{2}{3} \operatorname{Re} \left[\vec{i}_s^*(t) \right] = \frac{2}{3} \hat{I}_s^*(t) \cos \theta_{i_s}^*(t) \\
 i_b^*(t) &= \frac{2}{3} \operatorname{Re} \left[\vec{i}_s^*(t) \angle -\frac{2\pi}{3} \right] = \frac{2}{3} \hat{I}_s^*(t) \cos(\theta_{i_s}^*(t) - \frac{2\pi}{3}) \\
 i_c^*(t) &= \frac{2}{3} \operatorname{Re} \left[\vec{i}_s^*(t) \angle -\frac{4\pi}{3} \right] = \frac{2}{3} \hat{I}_s^*(t) \cos(\theta_{i_s}^*(t) - \frac{4\pi}{3})
 \end{aligned}$$

172

9.5.1. Naponi indukovani u statorskim namotajima - uzroci

U statorskim namotajima javljaju se indukovani naponi iz dva razloga:

- Rotor sa svojim magnetnim poljem se okreće unutar statora,
- Statorske struje generišu obrtno magnetno polje opisano prostornim vektorom.
- Ezt a két elektromotoros erőt (feszültségeket) össze kell adni minden pillanatban, hogy megkapjuk az eredő fázis feszültségeket.



9.5.2. Naponi indukovani u statorskim namotajima – sa strane rotora

- Indukovani napon koji se javlja usled magnetnog polja rotora se može računati na sledeći način:

$$\vec{e}_{ms, \vec{B}_r}(t) = j\omega_m \frac{3}{2} (\pi r \ell \frac{N_s}{2}) \vec{B}_r(t)$$

- Ako definišemo naponsku konstantu motora kao:

$$k_E \left[\frac{V}{rad/s} \right] = k_T \left[\frac{Nm}{A} \right] = \pi r \ell \frac{N_s}{2} \hat{B}_r$$

ova formula se može pisati prostije:

$$\vec{e}_{ms, \vec{B}_r}(t) = j \frac{3}{2} k_E \omega_m \angle \theta_m(t) = \frac{3}{2} k_E \omega_m \angle \{\theta_m(t) + 90^\circ\}$$

9.5.3. Naponi indukovani u statorskim namotajima – sa strane statora

- Rotacija prostornog vektora statorskih struja takođe generiše indukovani napon u statorskim namotajima.
- I indukovani napon se može opisati prostornim vektorom.
- Veza između dva prostorna vektora:

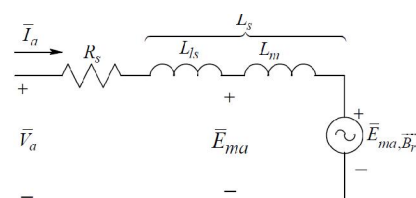
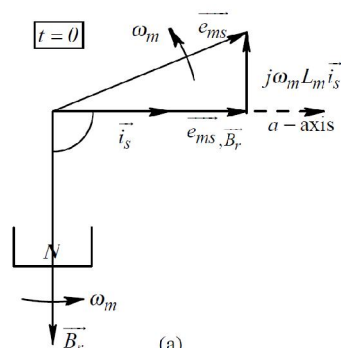
$$\vec{e}_{ms, \vec{i}_s}(t) = j\omega_m L_m \vec{i}_s(t)$$

- Kod motora sa stalnim magnetima rezultatni vazdušni zazor je relativno veliki (zbog debljine stalnih magneta), zato je L_m obično male vrednosti.

175

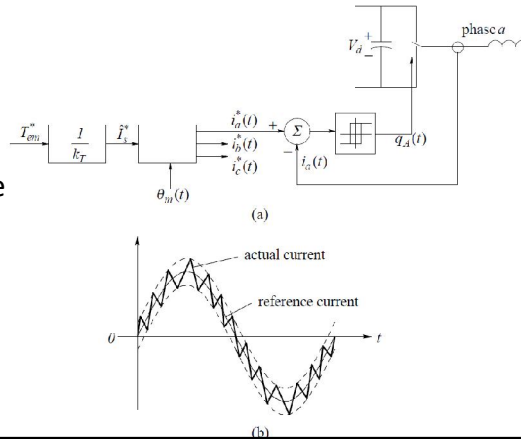
9.5.4. Naponi indukovani u statorskim namotajima – rezultatni napon i mrežni model

- Indukovane napone treba vektorski sabrati.
- Tako se može formirati mrežni model:



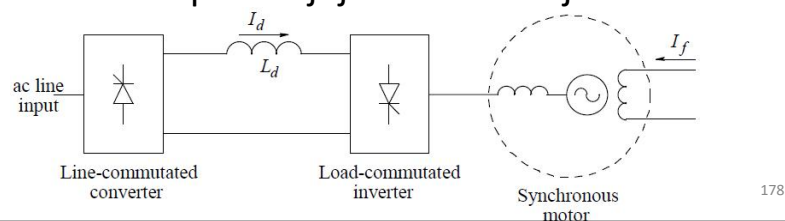
9.6. Kontroler i energetski pretvarač

- Uloga kontrolera je da upravlja tranzistorima u pretvaraču na taj način da se formiraju željene fazne struje.
- Amplituda statoskih struja se izračunava iz potrebnog momenta.
- Poznavajući trenutnu poziciju rotora (koristi se apsolutni enkoder ili resolver), možemo izračunati potrebne vrednosti faznih struja.
- Energetski pretvarači koji se danas koriste za napajanje sinusnih PMAC mašina su uglavnom PWM invertori.
- Za kontrolu struje najlakše je konstruisati histerezisni regulator. Nedostatak histerezisnog regulatora je promenljiva prekidačka frekvencija, pa se zato više koriste druga rešenja.



9.7. Napajanje sinusnih PMAC motora pomoću tiristorskog invertora sa prirodnom komutacijom

- Istorijski prvi pretvarači za sinusne PMAC motore bili su tiristorski mostovi. Frekvencija prekidanja je bila frekvencija osnovnog harmonika statoskih struja.
- Prirodna komutacija je bila moguća zahvaljujući napajanju mosta sa strujom i induktivnostima motora (fazne struje se prirodno vraćaju na nulu ako tiristore palimo u odgovarajućem redosledu).
- Danas se retko primenjuju takva rešenja.



178

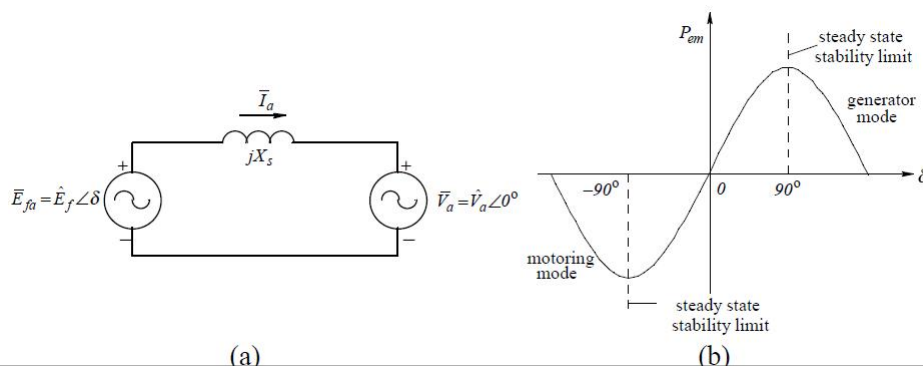
9.8. Tradicionalni sinhroni motori i generatori

- Ovakve mašine se direktno priključuju na mrežu, ne koristi se pretvarač.
- Danas se uglavnom samo generatori koriste na ovaj način, kod motora se koristi pretvarač i regulacija.
- Ranije su mnoge sinhronne mašine (kompenzatori) korišćene kao generatori radi poboljšanja faktora snage (u velikim distributivnim centrima). Danas se većinom kondenzatori koriste poboljšanje faktora snage (nema pokretnih delova).
- Kod ovih mašina većinom se koristi pobuda sa elektromagnetom na rotoru (potrebni su klizni kolotovi, četkice i DC izvor).
- Podešavanjem pobudne struje (I_f) može se regulisati faktor snage.

179

9.8.1. Tradicionalni sinhroni motori i generatori – princip rada

- Direktno spajanje na mrežu.
- U ustaljenom stanju važi jednofazni model (slika a).
- Mrežni napon je u ravnoteži sa indukovanim naponima statora (frekvencija se poklapa)
- Ugao između struja i napona može da varira u opsegu od $\pm 180^\circ$.



9.8.2. Tradicionalni sinhroni motori i generatori – modelovanje

- Od faznog ugla zavisi da li će mašina raditi kao motor ili kao generator (slika *b* sa prethodnog slajda).
- Snaga mašine zavisi od faznog ugla:

$$P_{em} = \frac{3}{2} \operatorname{Re}(\bar{V}_a \bar{I}_a^*) = \frac{3}{2} \hat{V} \operatorname{Re} \left[\frac{\hat{E}_f \sin \delta}{X_s} + j \frac{\hat{E}_f \cos \delta - \hat{V}}{X_s} \right]$$

odnosno: $P_{em} = \frac{3}{2} \frac{\hat{E}_f \hat{V} \sin \delta}{X_s}$, može se dobiti i pozitivna i negativna vrednost.

181

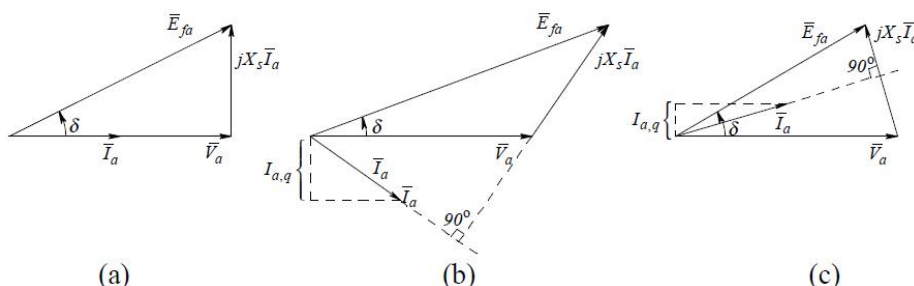
9.8.3. Tradicionalni sinhroni motori i generatori – gubitak stabilnosti i sinhronizma

- Pri opterećivanju tradicionalnog sinhronog motora raste fazni ugao i raste odata snaga.
- Kod 90° nastaje nestabilna radna tačka: a snaga motora počinje da pada a zahtev za snagom dalje raste.
- Pri tome motor počinje da usporava, ispada iz sinhronog rada, fazne struje skaču na višestruke vrednosti od nazivne vrednosti, pulsacija momenta je ogromna.
- Slična je situacija kad preopteretimo btradicionalni sinhroni generator.
- U cilju sigurnog rada tradicionalne sinhronne mašine se obično ne koriste do granica opteretljivosti već samo do $\pm 30^\circ$ ili $\pm 45^\circ$.

182

9.8.4. Tradicionalni sinhroni motori i generatori – podešavanje faktora snage

- Faktor snage sinhronne mašine se može podešavati veličinom pobudne struje (I_f).
- Faktor snage može da se podesi na jediničnu vrednost (slika *a*), kod preterane pobude mašina proizvodi reaktivnu snagu (slika *b*), dok kod nedovoljne pobude uzima se reaktivna snaga iz mreže (slika *c*).



10. DEO: ASZINHRONE MAŠINE U USTALJENOM REŽIMU

Značajan deo industrijskih pogona se rešava asinhronim motorima, ili direktno priključenim na mrežu ili preko energetskeg pretvarača.

U slučaju direktnog priključivanja na mrežu, asinhroni motor se okreće približno konstantom brzinom.

Korišćenjem energetskeg pretvarača dobija se regulisani pogon. Od toga ima dve kategorije:

- pogoni sa prostom regulacijom brzine (pumpe ventilatori, pokretne trake, hibridna vozila, viljuškari...)
- servo pogoni (alatne mašine, roboti...), gde se asinhroni motor, zahvaljujući regulaciji, ponaša slično kao DC motor ili sinusni PMAC motor.

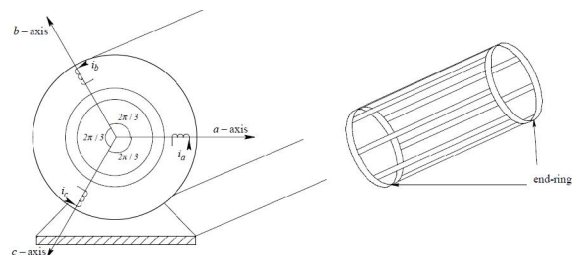
U ovom delu analiziramo samo ustaljeni režim pri napajanju iz mreže.

Asinhroni motori se uglavnom napajaju iz tri faze ali za manje snage koriste se i jednofazni motori (od reda 100W do reda kW).

Za velike snage koriste se i asinhroni motori i motori sa namotanim rotorom (ima vetro-generatora do par 100 kW). Ovde će reč biti o mašinama sa kaveznim rotorom..

10.1. Konstrukcija trofaznog asinhronog motora sa kaveznim rotorom

- Stator se sastoji od feromagnetnog jezgra sa trofaznim, sinusno raspodeljenim namotajem, kao kod sinusnih PMAC mašina.
- Rotor se sastoji od paketa dinamo limova kružnog oblika, limovi su približno izolovani međusobno. U paketu limova (štancovanjem) formiraju rupe u kojima nameste (livanjem) dobro provodne (aluminijumske ili bakarne šipke.
- Šipke se na krajevima rotora međusobno kratko spoje sa po jednim prstenom (od istog materijala), tako se dobije struktura koja liči na kavez (slika sa desne strane).



185

10.2. Princip rada asinhronog motora – ponašanje bez kaveza

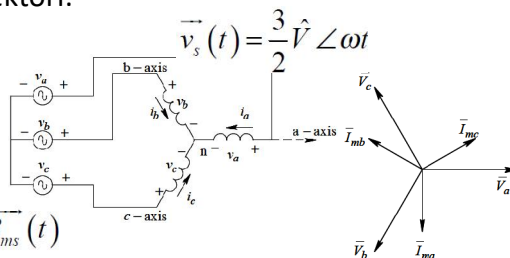
- Na statorske namotaje vežemo sinusni trofazni napon:
 $\vec{V}_a = \hat{V} \angle 0^\circ$, $\vec{V}_b = \hat{V} \angle -120^\circ$ i $\vec{V}_c = \hat{V} \angle -240^\circ$
- Na rotoru je zasad samo paket limova, nema kaveza.
- U statorskim namotajima nastaju struje magnetizacije:
 $\vec{I}_{ma} = \hat{I}_m \angle -90^\circ$, $\vec{I}_{mb} = \hat{I}_m \angle -210^\circ$ i $\vec{I}_{mc} = \hat{I}_m \angle -330^\circ$
- Kašnjenje od 90° se dobije ako zanemarimo ohmsku otpornost statorskih namotaja.
- Nastaju sledeći prostorni vektori:

$$\vec{v}_s(t) = \frac{3}{2} \hat{V} \angle \omega t$$

$$\vec{i}_{ms}(t) = \frac{3}{2} \hat{I}_m \angle (\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\vec{B}_{ms}(t) = \frac{\mu_0 N_s}{2\ell_g} \hat{I}_{ms} \angle (\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\vec{v}_s(t) = \vec{e}_{ms}(t) = j\omega \left(\frac{3}{2} \pi r \ell \frac{N_s}{2} \right) \vec{B}_{ms}(t)$$



- Ovi prostorni vektori se okreću sinhronom brzinom (ω).

186

10.3. Princip rada asinhronog motora – ponašanje zajedno sa kavezom

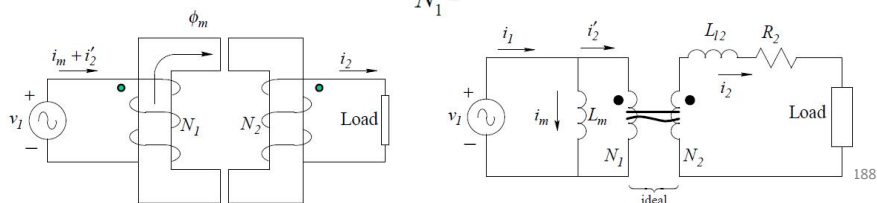
- Naponi priključeni na statorske namotaje jednoznačno određuju struje magnećenja i raspodelu magnetne indukcije u vazдушnom zazoru i u feromagnetnom jezgru.
- Ako kratko spojimo rotorske namotaje (šipke, provodnike) javljaće se nove komponente struje, s obzirom na obrtno (promenljivo) magnetno polje.
- Ako se može zanemariti ohm-ska otpornost i induktivnost rasipanja statorskih namotaja, postavljanje kaveza ne može da promeni raspodelu magnetnog polja.
- Situacija je slična onome kada se na primar jednog transformatora veže idealni AC naponski izvor: bez obzira na to da li ima potrošača na sekundaru ili nema, raspodela polja u jezgru je približno ista.

187

10.4. Transformatorska analogija

- Statorski i rotorski namotaj (kavez) se ponašaju kao primar i sekundar jednog transformatora.
- Izvesna razlika je da postoje dva vazдушna zazora ali to nema bitan uticaj: struja magnećenja je veća ali još uvek ne dominira u odnosu na radnu struju.
- Prema Faraday-evom zakonu: $v_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$
- Integraljenjem te jednačine zaključujemo da priključeni napon jednoznačno određuje fluks i indukciju:

$$\phi_m(t) = \frac{1}{N_1} \int v_1 \cdot dt$$

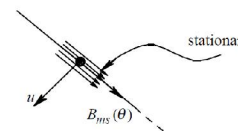
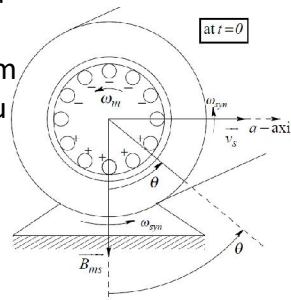


188

10.4.1. Transformatorska analogija – komponente struje

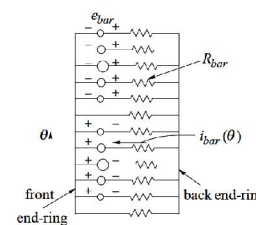
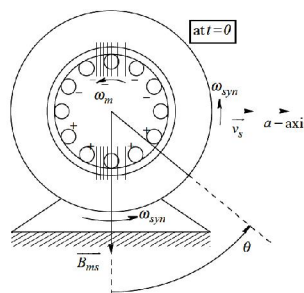
- Na primaru (odnosno na statoru) javlja se jedna dodatna struja usled struje na sekundaru: $N_1 i_2'(t) = N_2 i_2(t) \rightarrow i_1(t) = i_m(t) + \underbrace{\frac{N_2}{N_1} i_2(t)}_{i_2'(t)}$
- Ukupna struja primara će biti:
- Provodnici rotora (šipke) pomeraju se (kasne) sledećom brzinom u odnosu na ugaonu brzinu rotacije prostornog vektora magnetne indukcije statora: *slip speed* $\omega_{slip} = \omega_{syn} - \omega_m$
- Napon koji se indukuje u provodnike rotora zavisi od toga, pod kojim uglom stoji provodnik u odnosu na prostorni vektor magnetne indukcije statora:

$$e_{bar}(\theta) = B_{ms}(\theta) \ell r \underbrace{\omega_{slip}}_v$$



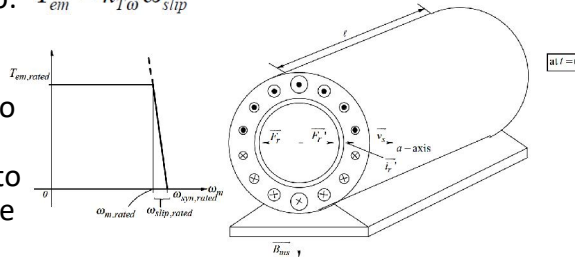
10.4.2. Transformatorska analogija – struje rotorskih šipki

- Struja rotorskih šipki je jednaka odnosu napona indukovano u njih i njihove otpornosti:
$$i_{bar}(\theta) = \frac{e_{bar}(\theta)}{R_{bar}} = \frac{\ell r \omega_{slip} \hat{B}_{ms} \cos \theta}{R_{bar}}$$
- Pretpostavili smo da je induktivnost šipki zanemarljiva. Između ostalog, to možemo da primenimo i zato što je frekvencija rotorskih struja mala (određena kašnjenjem rotora u odnosu na magnetno polje statora).
- Magnetno polje rotora se menja po sinusnoj funkciji. Raspored šipki je ujednačen, ali struje u pojedinim šipkama se menjaju po sinusnom (kosinusnom) zakonu.



10.5.1. Generisanje momenta kod asinhronih mašina – izvođenje formule

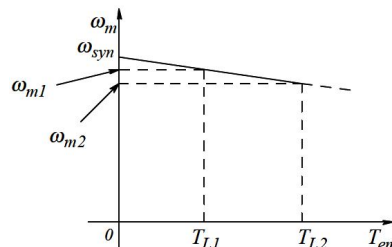
- Obrtni moment se javlja kao međusobni uticaj magnetnog polja statora ($\vec{B}_{ms}(t)$) i struja rotora ($\vec{F}_r(t)$).
- Lakše je računati onaj moment koji proizvodi rotor na struje statora koje se javljaju kao kompenzaciju rotorskih struja (njihov prostorni vektor je $\vec{F}_r'(t)$): $T_{em} = \pi r \ell \frac{N_s}{2} \hat{B}_{ms} \hat{I}_r'$
- Ako izrazimo kompenzacione struje u funkciji magnetne indukcije generisane statorom i ugaone brzine klizanja, dobijemo:
 $T_{em} = k_{T\omega} \hat{B}_{ms}^2 \omega_{slip}$ odnosno: $T_{em} = k_{T\omega} \omega_{slip}$
- Obrtni moment je do svoje nazivne vrednosti srazmeran klizanju. Preko toga javlja se značajno magnetno rasipanje i zato se dalji rast uspori, čak se kriva savija nadole.



10.5.2. Generisanje momenta kod asinhronih mašina – mehanički sistem

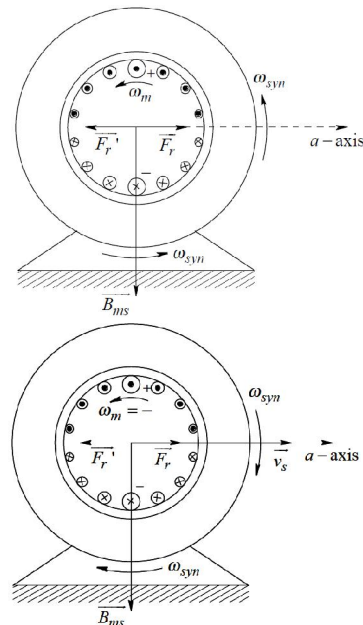
- Jednačina mehaničkog sistema je (matematički model):

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{T_{em} - T_L}{J_{eq}}$$
- U ustaljenom stanju je $T_{em} = T_L$, ugaona brzina je konstantna (ω_{m1}).
- Ako poraste moment opterećenje, motor se malo uspori i poraste klizanje.
- Kod većeg klizanja generiše se veći elektromagnetni obrtni moment koji može da drži ravnotežu sa povećanim opterećenjem – nakon izvesnog vremena nastaje novo ravnotežno stanje (ω_{m2}).



10.5.3. Generisanje momenta kod asinhronih mašina – generatorski režim i promena smera

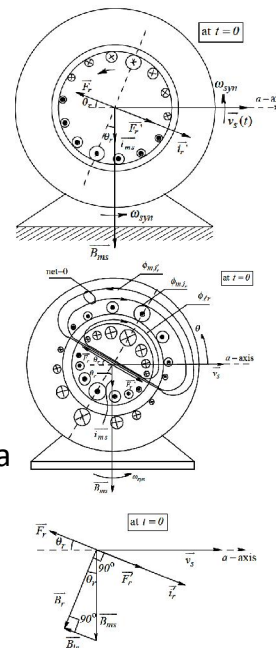
- Predznak momenta se promeni ako naglo smanjimo frekvenciju napajanja, ili, korišćenjem mehaničke energije, ubrzamo mašinu iznad sinhrono brzine
- U takvim situacijama energija odlazi iz mehaničkog sistema u električni sistem, mašina radi kao generator.
- Smer obrtanja mašine se promeni ako promenimo redosled faza (zamenimo dve faze).
- Pri napajanju iz mreže zaista treba zameniti dve faze. Pri napajanju iz energetskog pretvarača treba zameniti samo upravljačke signale odgovarajućih tranzistora.



10.6. Razmatranje uticaja rasipne induktivnosti rotora

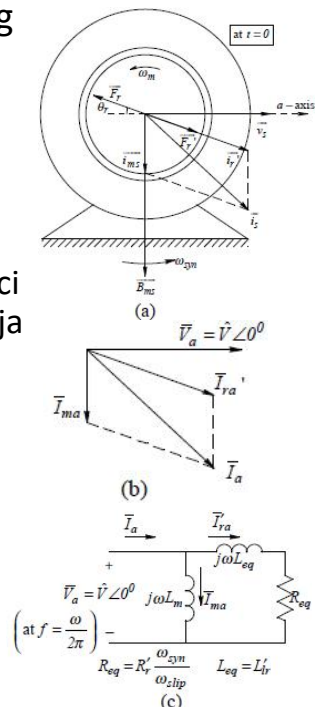
- Do nazivnog momenta i nazivnog klizanja opravdano je bilo zanemariti rasipanje magnetnog polja rotora.
- Pri većem klizanju veća je frekvencija rotorskih struja zato treba uzeti u obzir reaktanciju rasipanja rotora.
- Rotorske struje kasne u odnosu na situacije bez induktivnosti. Jedan deo magnetne indukcije rotora ne zatvara se preko statora.
- Kompenzacione struje statora će biti manje nego u slučaju bez rasipanja magnetnog polja rotora.
- To će dovesti do smanjenja obrtnog momenta:

$$T_{em} = k_t \hat{B}_{ms} \hat{I}'_r \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_r\right)$$



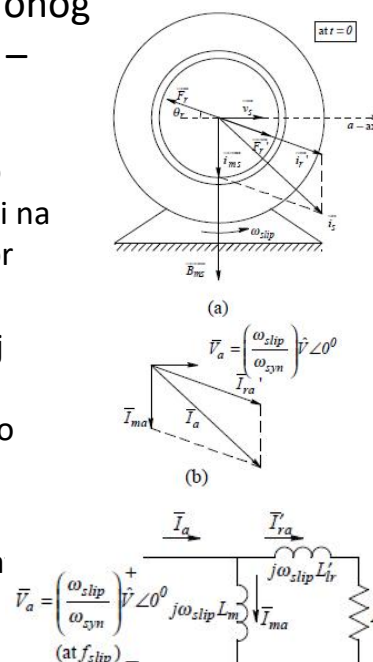
10.7.1. Jednofazni model asinhronog motora u ustaljenom stanju – generisanje mrežnog modela

- Raspored prostornih vektora pri nazivnom naponu i opterećenju je dat na slici (a).
- Odgovarajući fazorski dijagram je na slici (b). Zbir struje magnetizacije i struje koja kompenzuje rotorske struje daje kompletnu statersku struju.
- Fazor kompenzacione struje stoji pod takvim uglom kao da protiče kroz RL opterećenje. Vrednosti R_{eq} i L_{eq} će se odrediti kasnije.
- Jednofazni mrežni model asinhronog motora je dat na slici (c).



10.7.2. Jednofazni model asinhronog motora u ustaljenom stanju – fiksirani rotor

- Radi formiranja modela razmotrimo situaciju kada je rotor fiksiran. To liči na slučaj kada ispituje transformator sa kratko spojenim sekundarom.
- Raspored prostornih vektora za ovaj slučaj je prikazan na slici (a). Napon napajanja statora treba da smanjimo do te mere da struja magnećenja statora ostaje na nazivnom nivo.
- Odgovarajući fazorski dijagram je da na slici (b).
- Mrežni model je dat na slici (c).

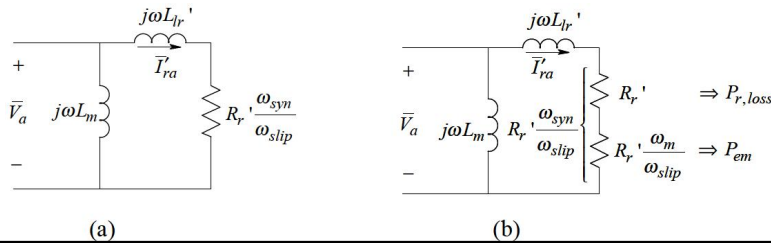


10.7.3. Jednofazni model asinhronog motora u ustaljenom stanju – mrežni model pri fiksiranom rotoru

- Impedansa RL grane je: $Z_{eq,blocked} = R_r' + j\omega_{slip} L_{lr}'$
- Gubici u šipkama rotora su: $P_{r,loss} = 3R_r' (I_{ra}')^2$
- Pri preslikavanju rotora na stranu statora treba uzeti u obzir da je tamo frekvencija $\omega_{syn}/\omega_{slip}$ puta veća:

$$\underbrace{Z_{eq}}_{at f} = \frac{\omega_{syn}}{\omega_{slip}} \underbrace{(R_r' + j\omega_{slip} L_{lr}')}_{Z_{eq,blocked} at f_{slip}} = R_r' \frac{\omega_{syn}}{\omega_{slip}} + j\omega_{syn} L_{lr}'$$

- Preslikana otpornost se može razložiti na deo koji predstavlja gubitke i na deo koji predstavlja izlaznu snagu.



199

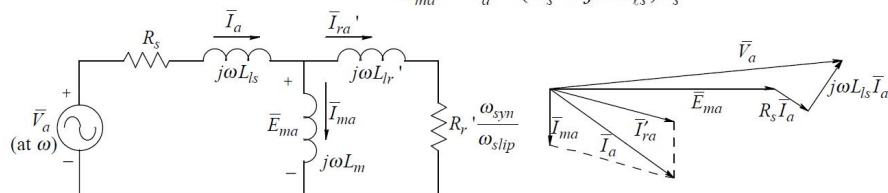
10.7.4. Jednofazni model asinhronog motora u ustaljenom stanju – dopuna mrežnog modela

- Može se izraziti mehanička snaga i obrtni moment:

$$P_{em} = 3 \frac{\omega_m}{\omega_{slip}} R_r' (I_{ra}')^2 = T_{em} \omega_m \quad T_{em} = 3 R_r' \frac{(I_{ra}')^2}{\omega_{slip}}$$

- Odnos snage gubitaka i momenta: $\frac{P_{r,loss}}{T_{em}} = \omega_{slip}$
- Iz ovog odnosa sledi da se dobar stepen iskorišćenja motora dobija ako se motor projektuje za malo klizanje.
- Ako uzmemo u obzir otpornost i rasipnu induktivnost statora, model se modifikuje / dopunjuje kao na slici.
- Indukovani napon statora je manji od faznog napona:

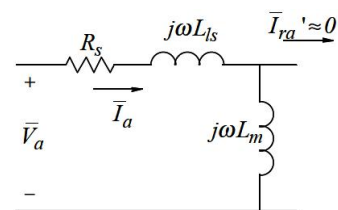
$$\bar{E}_{ma} = \bar{V}_a - (R_s + j\omega L_{ls}) \bar{I}_s$$



10.8.1. Određivanje elemenata jednofaznog modela merenjima – merenje bez opterećenja

- Proizvođači obično ne daju parametre jednofaznih modela asinhronih motora ali se oni mogu odrediti na bazi merenja.
- Otpornost jedne faze statorskog namotaja (veza u zvezdu) se određuje merenje otpornosti između dva fazna priključka i računa se kao: $R_s(dc) = R_{phase} - R_{phase}/2$. Stvarna vrednost otpornosti je nešto veća od ovoga zbog skin efekta.
- Induktivnost magnećenja (L_m) se može odrediti iz merenja u praznom hodu (neopterećeni motor).
- Pri tome uticaj rotora na statorsku struju se zanemaruje ($I_{ra}' = 0$).
- Merenjem faznog napona, fazne struje i snage gubitaka može se izračunati reaktivna snaga, a odavde L_m :

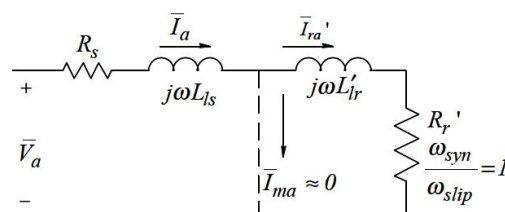
$$Q = \sqrt{(V_a I_a)^2 - \left(\frac{P_{3-\phi}}{3}\right)^2} = (\omega L_m) I_a^2$$



201

10.8.2. Određivanje elemenata jednofaznog modela merenjima – merenje pri fiksiranom rotoru

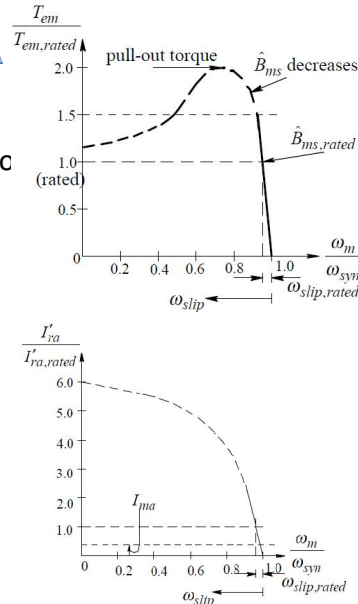
- Iz merenja pri kratkom spoju (fiksirani rotor uz smanjeni napon napajanja), može se izračunati R_r' i L_{lr}' .
- Fazni napon se podesi tako da fazna struja bude na nazivnoj vrednosti.
- Sa obzirom na smanjeni fazi napon, struja magnećenja statora se može zanemariti.
- Poznavajući struju, napon i vrednost R_s može se odrediti R_r' i $(L_{lr}' + L_{ls}')$.
- Kod motora opšte namene može se uzeti: $L_{ls} \cong \frac{2}{3} L_{lr}'$
- Na bazi toga mogu se odrediti obe induktivnosti ponaosob.



202

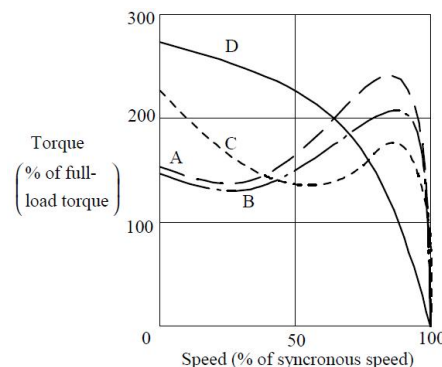
10.9. Ponašanje asinhronog motora pri nazivnom naponu i nazivnoj frekvenciji

- Kriva momenta / brzine je sledećeg oblika:
- Bez opterećenja ($T_{em} \approx 0$) brzina je jako blizu sinhronoj brzini.
- Do nazivnog opterećenja obrtni moment je srazmeran klizanju. Nazivno klizanje je obično između 3-5%.
- Pri daljem povećanju opterećenja, moment raste sve sporije usled rasipanja magnetnog polja rotora. Na kraju karakteristika se savije na dole.
- Do nazivnog opterećenja (do nazivnog klizanja) fazna struja raste srazmerno sa klizanjem. Preko toga struja raste sporije ali i ovako postiže višestruku nazivnu vrednost u kratkom spoju (kada se rotor potpuno zaustavi). Asinhroni motori smeju da se zadrže u kratkom spoju (uz nazivni napon napajanja) svega nekoliko sekundi.



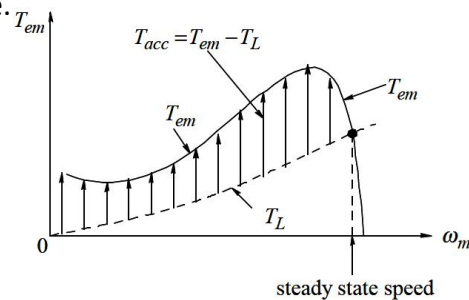
10.10. Tipovi asinhronih motora po standardu NEMA: A, B, C, D

- Krive moment / brzina za pojedine tipove su date na slici.
- B tip: najčešći tip, za opšte namene. Prevalni moment je bar dva puta veći od nazivnog momenta
- A tip: sličan je tipu B, malo je veći prevalni moment i manje nazivno klizanje.
- C-tip: veliki potezni moment, mala polazna struja, prevalni moment je manji. Dvostruki kavez je potreban za postizanje ovakve karakteristike.
- D tip: veliki je potezni moment (275% od nazivnog) i veliko klizanje. Nije definisan prevalni moment za ovaj tip.



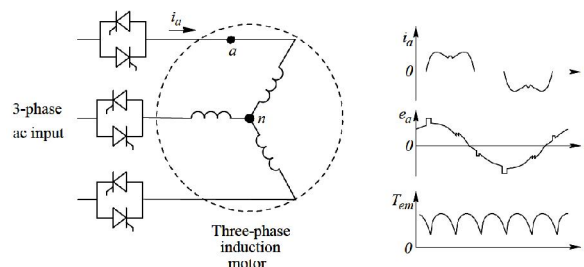
10.11. Pokretanje asinhronog momenta direktnim povezivanjem na mrežu

- Pri direktnom povezivanju na mrežu, asinhroni motor polazi sa nulte brzine (kratak spoj). Fazne struje u takvoj situaciji su višestruke u odnosu na nazivne vrednosti.
- Dijagram pokazuje kako se raspodeli moment pri pokretanju: jedna deo preuzima opterećenje, drugi deo se koristi za ubrzanje ($T_{em} - T_L$).
- Bolje je motore pokretati odgovarajućim energetske pretvaračem, uz smanjenje napona i frekvencije (sledeći deo gradiva) – tako se mogu izbeći velike prekostruje.



10.12. Soft start asinhronih motora

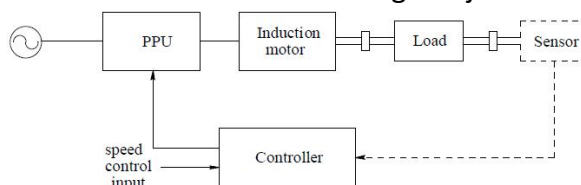
- Polazne struje se mogu smanjiti i čistim smanjenjem napona napajanja.
- To se može postići tiristorskom kontrolom prema slici.
- Oblici napona i struja se menjaju sa uglom paljenja.
- Po želji, nakon pokretanja tiristori se mogu premostiti mehaničkim prekidačima (radi smanjenja gubitaka).
- Ako se motor trajno koristi sa malim opterećenjem, poželjno je limitirati ugao provođenja radi smanjenja gubitaka.



206

11. DEO: REGULACIJA BRZINE KOD ASINHRONIH MAŠINA

- Kod industrijske opreme često je potrebna regulacija brzine u širokom opsegu (pumpe, ventilatori, pokretne trake, vozila...).
- Potrebni su regulatori u koji ulazi trofazni mrežni napon (jednofazni ili trofazni) a izlaz je trofazni napon promenljive frekvencije i amplitude.
- Kod nekih asinhronih motora moguća je regulacija brzine čisto promenom amplitude napona (poglavlje 10.12.), ali pri tome je stepen iskorišćenja nizak.
- Posebna rešenja se primenjuju na mašine sa motanim rotorom, ovde će biti reči samo o regulaciji kaveznih asinhronih motora.



U ovim pogonima obično nema povratne sprege pošto se ne traži precizna regulacija brzine.

207

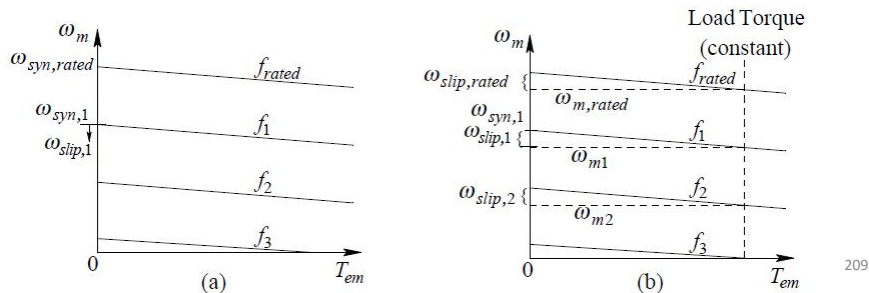
11.1.1. Uslovi za regulaciju brzine sa visokim stepenom iskorišćenja – malo klizanje, konstantna indukcija

- I motor i energetski pretvarač treba da imaju visoki stepen iskorišćenja.
- Energetski pretvarač (redovno je to pretvarač frekvencije) je visokog stepena iskorišćenja zahvaljujući prekidačkom radu.
- Kako se može postići visoki stepen iskorišćenja kod asinhronih motora u širokom opsegu brzine?
- Sa obzirom na ranije datu formulu: $\frac{P_{r,loss}}{T_{em}} = \omega_{slip}$, uslov visokog stepena iskorišćenja je malo klizanje.
- Formula $T_{em} = k_{tw} \hat{B}_{ms}^2 \omega_{slip}$ pokazuje da je za postizanje odgovarajućeg momenta svrsishodno držati maksimalnu indukciju (blizu zasićenju) u zazoru.
- Ako se indukcija drži na odgovarajućem nivou, obrtni moment će biti srazmeran klizanju: $T_{em} = k_{Tw} \omega_{slip}$.

208

11.1.2. Uslovi za regulaciju brzine sa visokim stepenom iskorišćenja – karakteristike motora

- Kod nazivnog napona i frekvencije dobijemo gornji dijagram na slici (a).
- Ako smanjujemo frekvenciju ali indukciju i dalje držimo na maksimalnom nivou, dobijemo karakteristike označene sa f_1, f_2, f_3 . Na ovaj način možemo da podesimo bilo koju brzinu promenom frekvencije između 0 i f_{rated} .
- Ako je zahtevani moment konstantan, dosta precizno se može podesiti brzina motora tako što kompenzujemo očekivano klizanje.



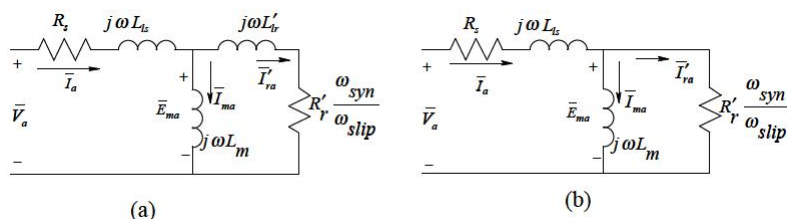
11.2.1. Način održavanja nivoa indukcije – veza između napona i frekvencije

- Pri promeni frekvencije potrebno je ujedno menjati i fazne napone da bi indukcija ostala na vrednosti: $\hat{B}_{ms,rated}$
- Kakva veza treba da bude između napona i frekvencije?
- U jednofaznom modelu potrebno je struju magnećenja održavati na stalnom nivou: $\hat{I}_{ma} = \hat{I}_{ma,rated}$
- Elektromotorna sila potrebna za to je srazmerna frekvenciji:

$$\hat{E}_{ma} = \omega L_m \hat{I}_{ma,rated} = \underbrace{2\pi L_m \hat{I}_{ma,rated}}_{\text{constant}} f$$

- Fazni napon se računa ovako:

$$\vec{V}_a = \hat{E}_{ma} \angle 0^\circ + (R_s + j2\pi f L_{ls}) \vec{I}_s \quad \text{gde je} \quad \vec{I}_s = \hat{I}_{ra}' \angle 0^\circ - j \hat{I}_{ma,rated}$$



11.2.2. Način održavanja nivoa indukcije – korekcija

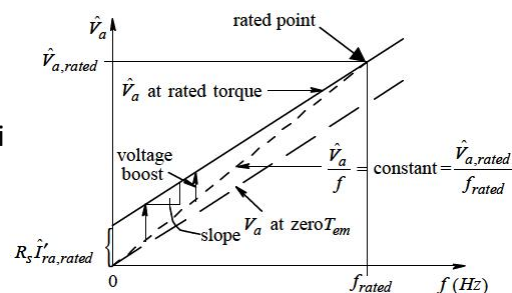
- Uz izvesnu aproksimaciju dobijemo sledeću formulu:

$$\hat{V}_a = \underbrace{2\pi(L_m + L_{ls})\hat{I}_{ma, rated}}_{\text{constant slope}} f + R_s \hat{I}'_{ra}$$

- Prema ovoj formuli, za održavanje indukcije na konstantnom nivou, potrebna je jedna komponenta u faznom naponu koja kompenzuje pad napona na otpornostima statorskih namotaja.
- Veličina kompenzacionog napona zavisi od obrtnog momenta opterećenja: $\hat{V}_a|_{T_{em}=0, f=0} = 0$

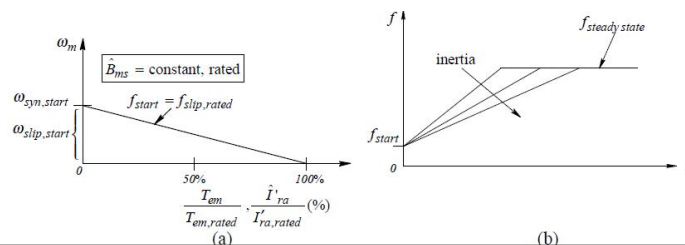
$$\hat{V}_a|_{T_{em, rated}, f=0} = R_s \hat{I}'_{ra, rated}$$

- Kod nazivne brzine motora kompenzacioni napon je mali u odnosu na indukovani napon ali kod malih brzina je relativno veliki.



11.3. Postavke u vezi startovanja asinhronih motora

- Ako pri pokretanju, motor odmah dobije nazivni napon, fazne struje su limitirane skoro samo sa rasipnom induktivnošću rotora, zato postignu 6...8 puta veću vrednost u odnosu na nazivnu struju.
- Tolika struja za energetski pretvarač (pretvarač frekvencije) je preterana, pretvarač se ne predimenzioniše do te mere.
- Pravilno pokretanje ide tako da se prvo na motor dovodi napon male frekvencije (i male amplitude), zatim frekvenciju dižemo postepeno, uvek u toj meri da klizanje ne premaši nazivnu vrednost.
- Početna frekvencija zavisi od željenog momenta.



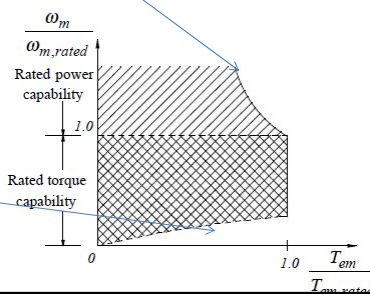
212

11.4. Mogućnost rada asinhronog motora ispod i iznad nazivne frekvencije

- Frekvenciju napajanja motora možemo da dižemo iznad nazivne ali redovno nema mogućnosti za dizanje napona (limitiran napojnom mrežom). Zato indukcija proizvedena statorskim strujama ($\hat{B}_{ms}$) opada i motor može da generiše sve manji moment.
- Maksimalna snaga pri tome ostaje na približno konstantnom nivou:

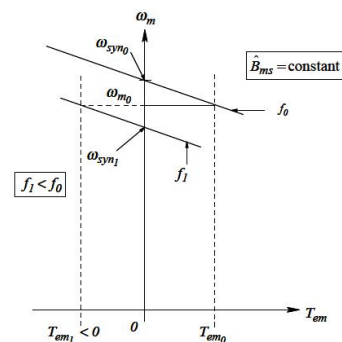
$$P_{\max} = \frac{3}{2} \hat{V}_{a,\text{rated}} \hat{I}'_{a,\text{rated}} = P_{\text{rated}} \quad (f > f_{\text{rated}})$$

- Pri napajanju smanjenom frekvencijom hlađenje je sve slabije. Iz tog razloga motor ne može da odaje nazivni moment u trajnom radu.



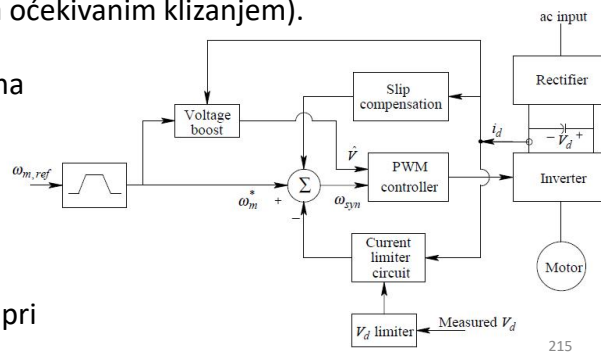
11.5. Generatorsko kočenje sa asinhronim motorom

- Motor se može delotvorno usporiti ako se upravljanjem dovodi u generatorski režim.
- Uslov za to je: sinhrona brzina treba da bude ispod stvarne ugaone brzine rotora. Time se dobije negativno klizanje što će promeniti predznak obrtnog momenta: $\omega_{\text{slip}} = (\omega_{\text{syn}} - \omega_m) < 0$
- Indukcija u zazoru se održava na nazivnom nivou: $\hat{B}_{ms} = \hat{B}_{ms,\text{rated}}$
- Energija koja se vraća u električni sistem, ili se potroši na snažnom otporniku ili se vraća u mrežu.
- U toku kočenja treba pratiti struju. Ako dozvolimo suviše veliko klizanje, struja koja se vraća, biće prevelika i energetska pretvarač će nastradati.



11.6. Regulacija brzine kod asinhronih motora

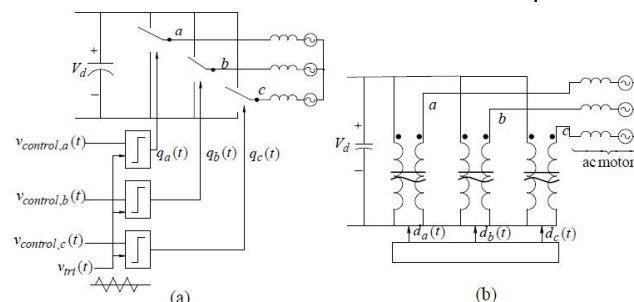
- Kod mnogih primena nije potrebna precizna regulacija brzine. U takvim situacijama ne merimo brzinu već koristimo rešenje prema slici (kontrola uz kompenzaciju).
- Iz željene brzine motora izračunamo modulacionu frekvenciju energetskog pretvarača.
- U zavisnosti od opterećenja (što procenjujemo na bazi struje DC međukola) vršimo korekciju frekvencije modulacije (povećamo za vrednost koja je data očekivanim klizanjem).
- Svaki energetski pretvarač mora da ima prekostrujnu zaštitu. Ovde treba i pri motornom i pri generatorskom radu.
- Potrebno je limitirati napon DC međukola pri kočenju.



215

11.7. Struktura energetskog pretvarača (pretvarača frekvencije)

- Regulisani pogon sa trofaznim asinhronim motorima se može ostvariti trofaznim invertorom.
- Pojedine fazne napone invertor generiše iz DC napona međukola sa po jednim dvo-položajnim prekidačem.
- Svaki dvo-položajni prekidač se sastoji od dva upravljiva prekidača (bipolarni tranzistor, MOSFET, IGBT) i dve diode.
- Usrednjeni model invertora se sastoji od tri idealna transformatora čiji prenosni odnos se može kontinualno varirati kontrolnim naponom.

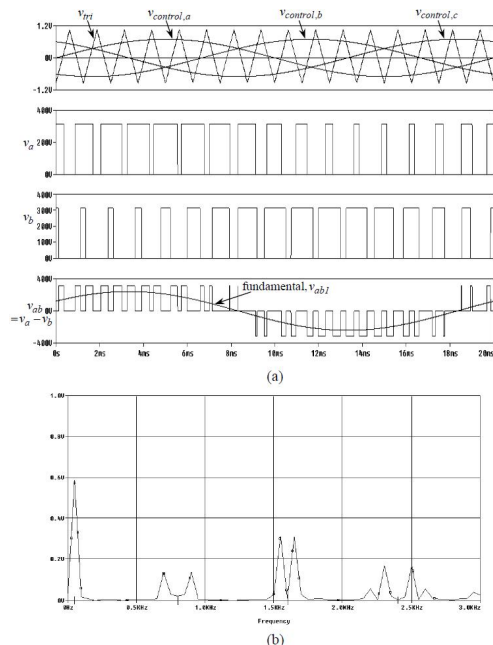


216

11.7.1. Viši harmonici generisani na izlazu pretvarača

- Prekidači u pretvaraču prosleđuju naponske nivoe 0 i V_d na izlaz (pravougaoni impulsi).
- U pravougaonim impulsima je sadržan nisko-frekvencijski **osnovni harmonik** (obično 0...100Hz) i mnogi viši harmonici oko frekvencije prekidanja ($xkHz...x10kHz$) i na njegovim multiplima.

$$v_a(t) = v_{a1}(t) + v_{a,ripple}(t)$$

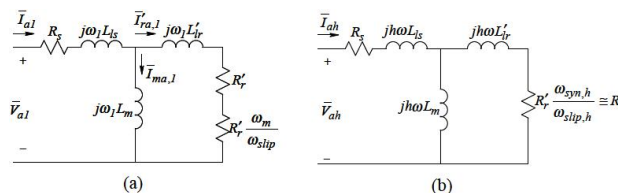


11.7.2. Viši harmonici generisani na izlazu pretvarača – uticaj viših harmonika

- Viši harmonici napona na motoru generišu više harmonike struje (talasnost na učestanosti prekidanja).
- Talasnost struje je uglavnom određena induktivnošću statorskih namotaja i od induktivnosti rasipanja rotora.
- Za analizu uticaja viših harmonika potrebno je modifikovati jednofazni model asinhronog motora (videti na slici).
- Viši harmonici struje proizvode dodatne gubitke u motoru:

$$\Delta P_{loss,R} = 3 \sum_h \frac{1}{2} (R_s + R'_r) \hat{I}_{ah}^2$$

- Javlja se i pulsacija motora.



218

11.8. Smanjenje indukcije u zazoru pri umerenom opterećenju

- Pri potrebi za nazivnim momentom potrebno je indukciju u zazoru ($\hat{B}_{ms}$) držati na nazivnom nivou (blizu zasićenju), ali to prouzrokuje značajne gubitke u feromagnetnom jezgru.
- Ako motor treba stalno da radi sa smanjenim opterećenjem, svrsishodno je smanjiti indukciju.
- Na taj način se povećava stepen iskorišćenja motora i celog pogona.

219

12. DEO: VEKTORSKA KONTROLA ASINHRONIH MAŠINA

- Kod alatnih mašina, robota, industrijskih automata potrebno je precizno podešavanje brzine i pozicije.
- Primenom vektorske kontrole asinhroni motori su sposobni za preciznu regulaciju istog ranga kao DC i BLDC motori a ujedno su znatno jeftiniji.
- Kod bilo koje kontrole motora ključna promenljiva je moment. Ako možemo po želji (i skokovito) menjati moment, možemo ostvariti i vrlo zahtevne elektromotorne pogone.
- Vektorska kontrola omogućava skokovite promene momenta kod asinhronih pogona i na taj način je omogućen brz prelaz iz jedne radne tačke u drugu.

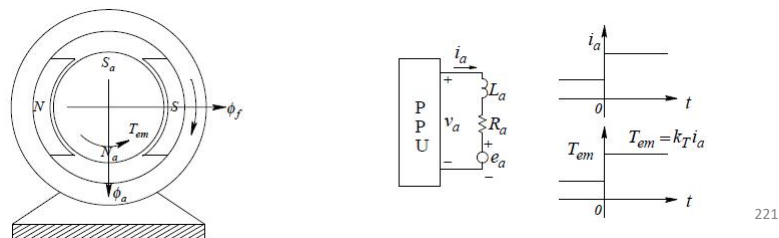
220

12.1.1. Postizanje sličnog ponašanja sa asinhronim motorom kao sa DC i BLDC motorom – DC motor

- Kod DC motora već je mehanički obezbeđeno (pozicijom komutatora i četkica) da polje statora bude pod pravim uglom u odnosu na magneto-motornu silu (odnosno na magnetno polje) rotora. Zato se moment može precizno kontrolisati podešavanjem struje rotora:

$$T_{em} = k_T i_a$$

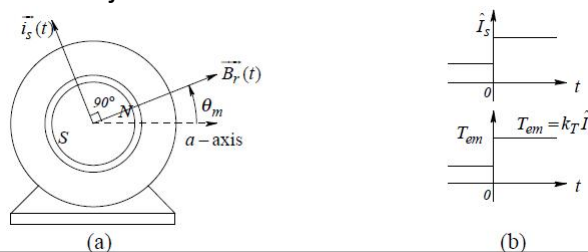
- Energetski pretvarač može relativno brzo (skoro skokovito) da namesti struju rotora pošto je induktivnost rotora u datom pravcu dosta mala (veliki je zazor). Iz tog razloga obrtni moment se može brzo kontrolisati.



221

12.1.2. Postizanje sličnog ponašanja sa asinhronim motorom kao sa DC i BLDC motorom – BLDC motor

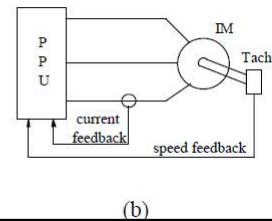
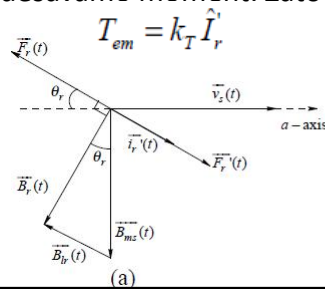
- Kod BLDC motora prostorni vektor statoskih struja se uvek okreće tako da bude pod pravim uglom na prostorni vektor rotorskog magnetnog polja. Ujedno, podešavanjem amplitude statoskih struja, možemo podesiti moment: $T_{em} = k_T \hat{I}_s$
- Kod BLDC motora rezultatni vazdušni zazor je relativno veliki (debljina stalnih magneta se dodaje fizičkom zazoru), što daje malu induktivnost namotaja i mogućnost brze regulacije.
- Poznavajući vrednost $\hat{I}_s$ i ugao θ_m mogu se odrediti i namestiti pojedine faze struje.



222

12.1.3. Postizanje sličnog ponašanja sa asinhronim motorom kao sa DC i BLDC motorom – asinhroni motor

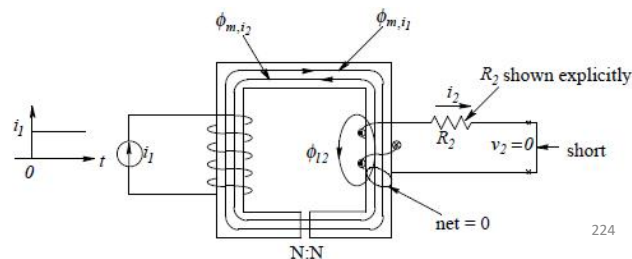
- Kod asinhronog motora statoske struje proizvode obrtno magnetno polje koji u rotoru indukuje struje čije magnetno polje je, u idealnom slučaju, pod pravim uglom u odnosu na statosko polje. Rasipna induktivnost rotora do neke mere modifikuje ugao između dva polja
- Struja statora se sastoji od dve komponente: jedna proizvodi magnetno polje, amplitudu njemu odgovarajućeg prostornog vektora redovno namestimo na konstantnu vrednost. Pomoću druge komponente podešavamo moment. Zato i kod asinhronih motora se može dobiti:



12.2. Sličnost vektorske kontrole radu transformatora

- Vektorska kontrola se može jednostavno razumeti ako se uporedi sa ponašanjem transformatora kome smo sekundar kratko spojili.
- Ako u primaru transformatora naglo pokrećemo struju, magnetno polje feromagnetnog jezgra ne može odmah da se promeni. Umesto toga, pokreće se jedna kompenzaciona struja u sekundaru koja anulira magnetni fluks generisan primarnom strujom
- Mala razlika je moguća usled rasipanja magnetnog polja.

$$\phi_{m,i_1}(0^+) = \phi_{m,i_2}(0^+) + \phi_{f,2}(0^+)$$

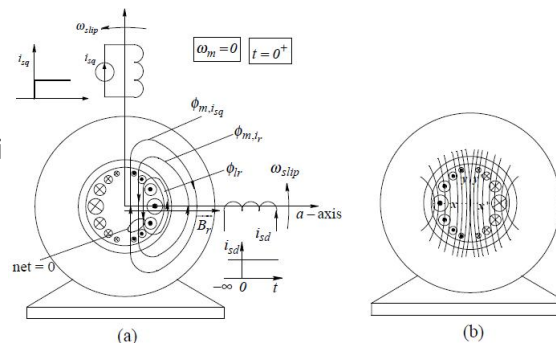


224

12.5.1. Formiranje momenta u $t=0^+$ - nastanak momenta

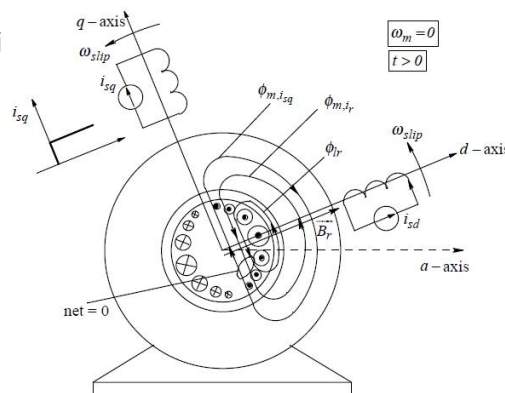
- U trenutku $t=0^+$ menjamo fazne struje na taj način da se u ekvivalentnom namotaju d ne menja struja, a u namotaju q da se skokovito promeni.
- Usled ove promene u rotorske šipke se indukuju takve struje (usled transformatorskog efekta) da anuliraju uticaj struje i_{sq} . Raspodela rotorskih struja je sinusna
- Jedan deo magnetnog polja generisan rotorskim strujama se rasipa, ne prelazi u stator.
- Momenat nastaje kao interakcija između rotorskog fluksa proizvedenog strujom i_{sq} i statorskih struja :

$$T_{em} \propto \hat{B}_r \cdot \frac{L_m}{L_r} i_{sq}$$



12.5.2. Formiranje obrtnog momenta u $t=0^+$ – održavanje momenta

- Ako ne bi vršili nikakve dalje intervencije, rotorske struje bi izumrle i zajedno sa time obrtni moment bi pao na nulu.
- Kod asinhronih mašina u $t=0^+$ startujemo okretanje osovinu d i q ugaonom brzinom ω_{slip} u cilju da prostorni vektor $\vec{B}_r(t)$ i dalje ostane paralelan sa osovinom d i da amplituda $\hat{B}_r$ ostane konstantna.
- U dosadašnjoj analizi smatrali smo da je rotor zakočen.
- Ako dozvolimo da se rotor okreće, osovine d i q treba da se okreću ugaonom brzinom od $\omega_{syn} = \omega_m + \omega_{slip}$ da bi i dalje dobili odgovarajući obrtni moment.



12.7.1. Upravljanje momentom, brzinom i pozicijom - određivanje referentne vrednosti struje $i_{sq}(t)$

- Primenujemo kaskadnu regulaciju kao kod DC motora.
- Regulator pozicije je P tipa: upoređuje željenu i stvarnu poziciju i generiše signal željene brzine.
- Regulator brzine upoređuje željenu brzinu i merenu brzinu i sa PI regulatorom formira signal koji odgovara željenom momentu.
- Sa drugim PI regulatorom izračunavamo željenu vrednost struje $i_{sq}(t)$.
- Energetski pretvarač realizuje željenu komponentu struje.

231

12.7.2. Upravljanje momentom, brzinom i pozicijom - određivanje referentne vrednosti struje $i_{sd}(t)$

- Do nazivne brzine motora $\hat{B}_r$ treba da je konstantan. Preko toga treba slabiti fluks kako smo videli u delu 11.
- Razliku između željene i stvarne vrednosti indukcije obrađujemo PI regulatorom.
- Taj regulator daje referentnu (željenu) vrednost $i_{sd}(t)$ što realizuje energetski pretvarač primenom odgovarajuće modulacije.

232

12.7.3. Upravljanje momentom, brzinom i pozicijom – direktna i inverzna transformacija statorskih struja

- Regulator momenta formira referentne (željene) vrednosti strujnih komponenti d i q .
- Regulator struje direktno reguliše fazne struje, ne d i q komponente.
- Potrebna je transformacija $dq-abc$ da bi dobili referentne (željene) vrednosti faznih struja.
- U povratnoj grani potrebna je inverzna transformacija ($abc-dq$), da biz iz merenih vrednosti faznih struja a, b, c dobili trenutne vrednosti komponente d i q .

233

12.7.4. Upravljanje momentom, brzinom i pozicijom – model motora za vektorsko upravljanje

- Za proračune unutar regulatora mere se fazne struje: $i_a(t)$, $i_b(t)$, $i_c(t)$ i ugaona brzina rotora, $\omega_m(t)$. U stvari, dovoljno je meriti dve struje pošto je treća struja zbir ili razlika prve dve struje, u zavisnosti od usvojenih referentnih smerova
- Potrebno je poznavati parametre modela L_m , L'_r , i R'_r
- Na bazi modela regulator izračunava promenljive $\Theta_{Br}(t)$, $\hat{B}_r(t)$, $T_{em}(t)$.
- Regulator izračunava moment na bazi ranije date formule::

$$T_{em} \propto \hat{B}_r \cdot \frac{L_m}{L_r} i_{sq}$$

- Za izračunavanje ugla $\Theta_{Br}(t)$, regulator prvo izračunava ugaonu brzinu klizanja pa na to dodaje merenu brzinu rotora:

$$\omega_{syn}(t) = \omega_m(t) + \omega_{slip}(t)$$

- Odatle:
$$\Theta_{Br}(t) = 0 + \int_0^t \omega_{syn}(\tau) \cdot d\tau$$

234

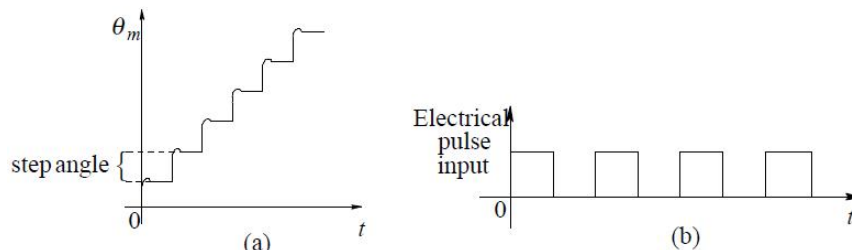
12.8. Vektorska kontrola bez senzora

- Merenje faznih struja motora je lako izvesti pošto su to ujedno izlazne struje energetskog pretvarača.
- Merenje struje može biti problematično, sa jedne strane teškoće mogu nastati oko spajanja senzora sa motorom, sa druge strane zbog dugačkog ožičenja.
- Postoje metode za određivanje brzine motora bez senzora, čisto na bazi napona i struja motora. Kod malih brzina to ide teško.
- U savremenom naučnom svetu ova tema je vrlo aktuelna.

235

13. DEO: POGON SA KORAČNIM MOTORIMA

- Koračni motori se prilično razlikuju od dosad prikazanih električnih mašina.
- Omogućavaju upravljanje pozicijom, bez senzora i povratne sprege.
- Ovakvi pogoni se mogu smatrati digitalnim elektro-mehaničkim uređajem (aktuatorom) koji pod uticajem jednog impulsa uvek prave isti ugaoni zaokret..
- Oblasti primene: računarske periferije (šampači, ploteri, mašine u tekstilnoj industriji, roboti, 3D šampači...)



13.1.1. Princip rada koračnih motora – fluks i elektromotorna sila

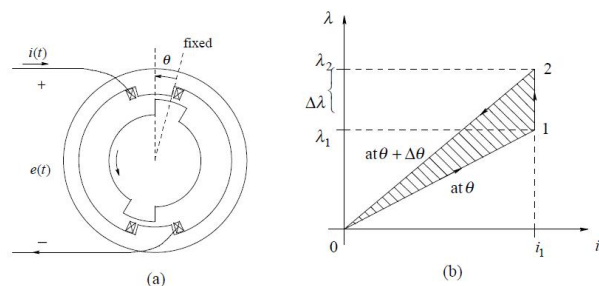
- Kod koračnih motora reluktansa magnetnog kola zavisi od ugla.
- Rotor (ili i stator) nisu valjkasti već imaju isturene delove pa je zazor negde manji, negde veći.
- U prikazanoj konstrukciji namotaji su na statoru, rotor ne dobije pobudu. Dovodeći struju bilo kog smera na stator, javlja se obrtni moment koji želi da poklopi statorsche i rotorske polove.
- U međuvremenu energija dovedena u stator se delimično akumulira, delimično pretvara u mehaničku energiju.

- Fluksni obuhvat statorskog namotaja:

$$\lambda = L(\theta) i$$

- Indukovana elektromotorna sila je:

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$



13.1.2. Princip rada koračnih motora – moment i energija

- Energija uzeta iz izvora između dva vremenska trenutka je:

$$W_{el} = \int_{t_1}^{t_2} e \cdot i \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\lambda}{dt} \cdot i \cdot dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i \cdot d\lambda$$

- Energija uzeta iz izvora za vreme porasta struje sa 0 na i_1 je :

$$W_{el}(0 \rightarrow 1) = Area(0-1-\lambda_1) = \frac{1}{2} \lambda_1 i_1$$

- Pri tome struja je konstantna ali se rotor okrene. U međuvremenu uzima se energija: $W_{el}(1 \rightarrow 2) = Area(\lambda_1-1-2-\lambda_2) = i_1(\lambda_2 - \lambda_1)$

- U trećem koraku struja se smanji na nulu, pri tome u izvor se vraća energija:

$$W_{el}(2 \rightarrow 0) = -Area(2-0-\lambda_2) = -\frac{1}{2} \lambda_2 i_1$$

- U celom procesu ovalika električna energija se pretvori u mehaničku energiju:

$$W_{el,net} = \frac{1}{2} i_1 (\Delta\lambda) = \frac{1}{2} i_1 (i_1 \cdot \Delta L) = \frac{1}{2} i_1^2 \Delta L$$

- Za vreme zaokreta od $\Delta\theta$ opterećenje dobije moment T_{em} ,

$$\text{zato je: } T_{em} \Delta\theta = \frac{1}{2} i_1^2 \Delta L \quad \text{odnosno: } T_{em} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{\Delta L}{\Delta\theta}$$

238

13.2. Tipovi koračnih motora

Rasprostranjeni su sledeći tipovi:

- motori sa promenljivom reluktansom
- motori sa stalnim magnetima
- hibridni motori

Na sledećem slajdu se mogu videti pojedina rešenja.

239

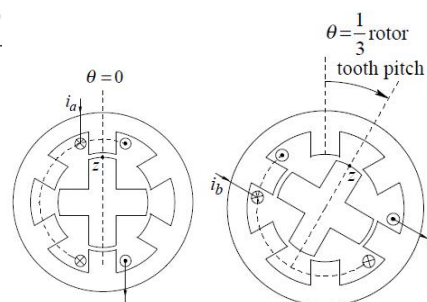
13.2.1. Tipovi koračnih motora – motori sa promenljivom reluktansom

- Ni stator, ni rotor nisu valjkasti, imaju ispupčenja (polove).
- Razlikuje se broj polova na statoru i na rotoru.
- Pobuđivanjem faze a pol rotora se okreće tako da se magnetno polje zatvara po najmanjoj reluktansi ($\theta = 0^\circ$, najmanji zazor).
- Za dalje okretanje struju faze a smanjimo na nulu i dovodimo struju na fazu b . U trećem koraku pobuđujemo fazu c zatim ponovo fazu a .
- Veličina jednog koraka je:

$$\text{step-angle} = \frac{360^\circ}{q N_r}$$

gde je N_r broj polova rotora, a q broj pari polova statora.

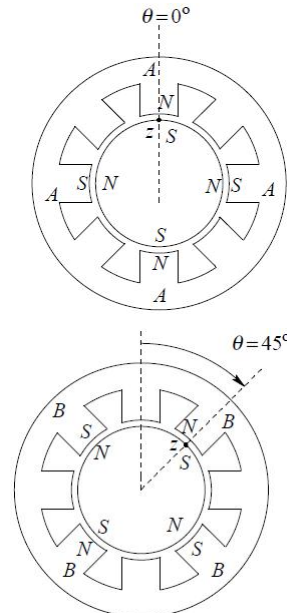
- Smer obrtanja je određen redosledom impulsa.



13.2.2. Tipovi koračnih motora - koračni motori sa stalnim magnetima

- Kod ovih motora na rotoru se nalaze stalni magneti. Broj pari polova rotora može da varira (na slici su dva para polova).
- Na statoru su dva namotaja (A i B) raspodeljena na 4-4 polova, koliko ima pari polova na rotoru
- Pobuđivanjem namotaja A motor se postavi u poziciju $\theta=0^\circ$.
- Kada zaustavimo struju namotaja A i pokrenemo struju namotaja B, motor će se okrenuti za 45° .
- Za dalje pokretanje potrebno je u namotaj A dovesti struju suprotnog smera.

$$i_a^+ \rightarrow i_b^+, \quad i_b^+ \rightarrow i_a^-, \quad i_a^- \rightarrow i_b^-, \quad i_b^- \rightarrow i_a^+$$

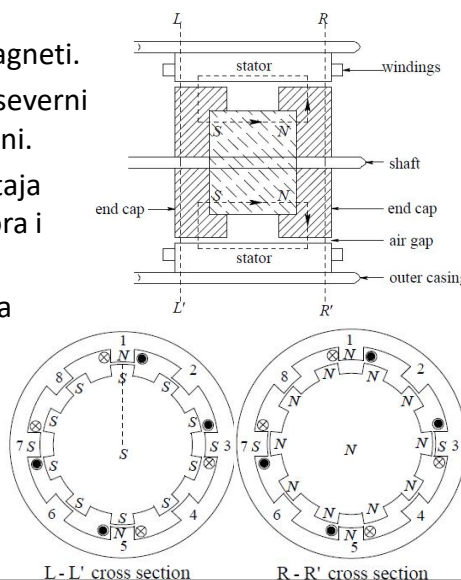


13.2.3. Tipovi koračnih motora – hibridni koračni motori

- Tu se primenjuju oba principa: i promenljiva reluktansa i stalni magneti.
- Na jednom kraju rotora su samo severni polovi, na drugom kraju samo južni.
- Magnetno polje statorskih namotaja privlači odgovarajuće polove rotora i prouzrokuje kretanje.
- Kod prikazanog dvofaznog motora veličina koraka je:

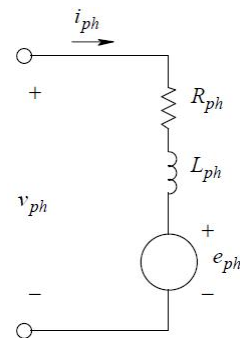
$$\text{step-angle} = \frac{360^\circ / N_r}{4}$$

U datom slučaju $N_r=10$, zato se dobije korak od 9° .



13.3. Modelovanje namotaja koračnih motora

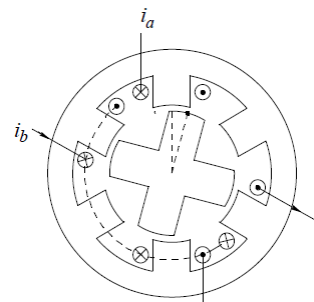
- Svaki namotaj motora se može predstaviti sa odgovarajućom otpornošću, induktivnošću i indukovanom elektromotornom silom.
- Polaritet indukovane elektromotorne sile je takav da se u motornom režimu uzima energija iz izvora a u generatorskom režimu predaje energija izvoru.
- Veličina elektromotorne sile zavisi od brzine.



243

13.4. Polu-koračno i mikro-koračno upravljanje

- Veličina koraka (ugao) se može smanjiti ubacivanjem među-stanja.
- Među-stanje dobijemo ako istovremeno pobuđujemo dva namotaja.
- Redosled pobuđivanja za ceo krug je sledeći:

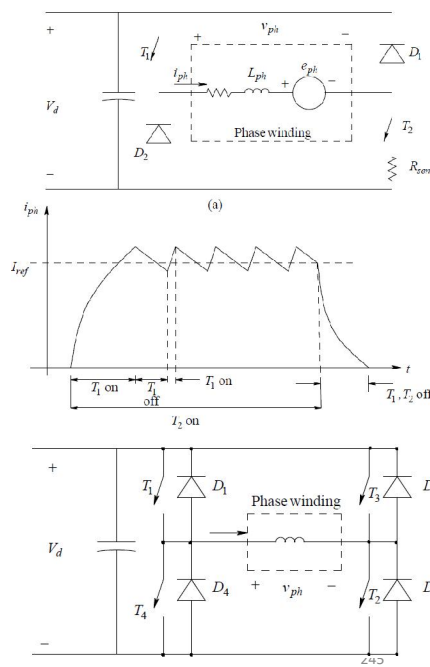


$$i_a \rightarrow (i_a, i_b) \rightarrow i_b \rightarrow (i_b, i_c) \rightarrow i_c \rightarrow (i_c, i_a) \rightarrow i_a$$

244

13.5. Snažni pretvarači za koračne motore

- Kod reluktantnih motora (gornja slika) nije važan smer struje zato se može primeniti dvo-kvadrantni pretvarač.
- Za održavanje struje na željenom nivou koristi se PWM.
- Za napajanje koračnih motora sa stalnim magnetima potreban je mostni pretvarač (donja slika. četvorokvadrantni pretvarač.
- Potreban broj pretvarača je jednak broju namotaja motora.



14. DEO: STEPEN ISKORIŠĆENJA POGONA I EKONOMSKI ASPEKTI

- Optimizacijom električnih pogona može se dosta smanjiti potrošnja mašina.
- Električne mašine troše oko jedne četvrtine električne energije (podatak iz SAD).
- Ima običnih motora i motora sa povećanim stepenom iskorišćenja.
- Pošto su asinhroni motori najrasprostranjeniji, u ovom delu će se analizirati njihov stepen iskorišćenja i ekonomičnost njihove primene.
- Primenom mašina sa stalnim magnetima može se povećati stepen iskorišćenja.

14.1. Definicija stepena iskorišćenja kod električnih pogona

- Stepenn iskorišćenja pogona je sa jedne strane određen stepenom iskorišćenja motora a sa druge strane stepenom iskorišćenja energetskog pretvarača:

$$\eta_{drive} = \eta_{motor} \times \eta_{PPU}$$

- Stepenn iskorišćenja motora je redovno veći ako se napaja iz sinusne mreže a ne preko energetskog pretvarača (pretvarača frekvencije) zbog gubitaka usled viših harmonika – to treba da se uzima u obzir pri računanju resultantnog stepena iskorišćenja.
- Mnogi motori se ipak napajaju preko pretvarača zato što je potrebno menjati brzinu a nemamo na raspolaganju sinusni izvor promenljive amplitude i frekvencije.

247

14.2.1. Stepenn iskorišćenja asinhronog motora sa sinusnim napajanjem – vrste gubitaka

- Stepenn iskorišćenja je određen gubicima.

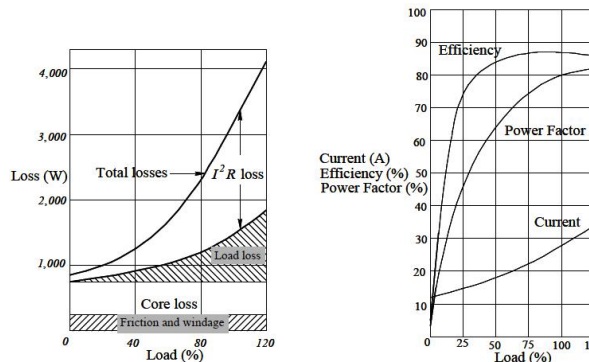
Postoje sledeći tipovi gubitaka:

- Gubici u feromagnetnom jezgru: javljaju se usled histerezisa i vrtložnih struja. Primenom tanjih limova smanjuju se vrtložni gubici ali poskupljuje proizvodnja.
- Gubici u bakru: čine približno polovinu ukupne snage gubitaka. Ako se rotorske šipke prave od materijala sa većom provodnošću, smanjuje se klizanje i gubici ali raste struja startovanja.
- Gubici usled trenja se javljaju u namotajima. Sistem za hlađenje troši energiju na rad ventilatora.
- Dodatni gubici usled opterećenja – tu spada sve što na drugi način nismo uzeli u obzir.

248

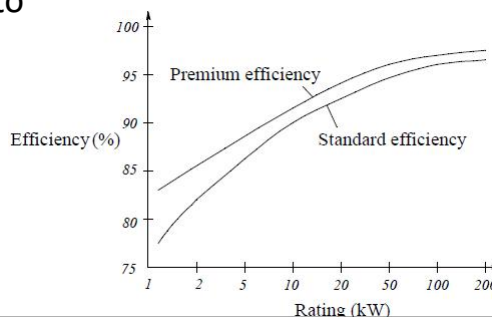
14.2.2. Stepen iskorišćenja asinhronog motora sa sinusnim napajanjem - dijagrami

- Gubici i stepen iskorišćenja redovno zavise od opterećenja kao na slici.
- Gubici usled trenja, gubici usled hlađenja i gubici u magnetnom jezgru su približno konstantni.
- Ostali gubici zavise otprilike kvadratno od nivoa opterećenja.
- Smanjenjem brzine (broja obrtaja) motora (ako nije potrebna nazivna brzina) gubici se mogu bitno smanjiti.



14.2.3. Stepen iskorišćenja asinhronog motora sa sinusnim napajanjem – motori sa povećanim stepenom iskorišćenja

- Više proizvođača pravi motore sa povećanim stepenom iskorišćenja (premium motori). Gubici tih motori su smanjeni na pola u odnosu na tipove NEMA B (standardni motori).
- Smanjenje gubitaka se uglavnom postiže sa boljim feromagnetnim jezgrom (tanji limovi, bolji materijali).
- Smanjivanjem nazivne magnetne indukcije se isto mogu smanjiti gubici.
- Korišćenjem debljih provodnika smanjuju se gubici u bakru.



14.3. Uticaj viših harmonika na prekidačkoj učestanosti na gubitke

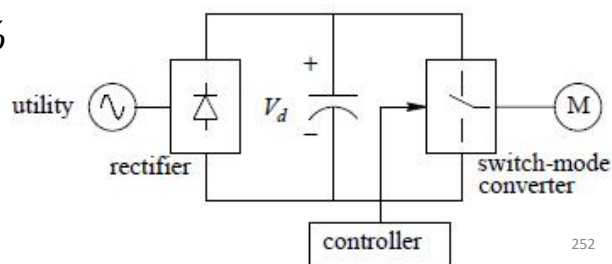
- Samo malo rastu gubici u feromagnetnom jezgru.
- Rastu gubici u bakru (na visokoj frekvenciji javlja se povećana ekvivalentna otpornost namotaja zbog skin efekta).
- Gubici usled viših harmonika uglavnom nezavisni od opterećenja.
- Sadržaj viših harmonika se može smanjiti boljim načinom modulacije, tako se mogu smanjiti i gubici.
- Nazivnu snagu asinhronih motora treba smatrati da je za 10% manja u odnosu na deklarisanu ako ga napajamo iz pretvarača frekvencije. Slična je situacija sa momentom, ako želimo da izbegnemo pregrevanje.

251

14.4. Step en iskorišćenja energetskog pretvarača

- Ispravljači prave gubitke reda 1-2%.
- Gubici invertora su obično oko 3-4% posto.
- Ukupni gubici pretvarača su oko 4-6% , zato je rezultatni step en iskorišćenja pretvarača frekvencije:

$$\eta_{PPU} = 94-96\%$$



252

14.5. Uobičajeni stepen iskorišćenja celog pogona

Proizvođači retko deklarišu rezultatni stepen iskorišćenja pogona.

Uobičajene vrednosti su:

- za motore od 2 kW je $\eta=74-80\%$.
- za motore od 15 kW je $\eta=86-89\%$.

Pri polovini momenta i polovini brzine (četvrtina snage) stepen iskorišćenja je znatno niži:

- za motore od 2 kW je $\eta=53-72\%$.
- za motore od 15 kW je $\eta=82-88\%$.

Donekle se može povećati stepen iskorišćenja pri smanjenom opterećenju ako smanjimo amplitudu osnovnog harmonika faznog napona u odnosu na nazivnu vrednost koja daje nazivnu indukciju.

Cena motora sa povećanim stepenom iskorišćenja (premium motori) je veća. Može se izračunati za koje vreme se vrati povećano početno ulaganje usled smanjenja troškova za energiju.

253

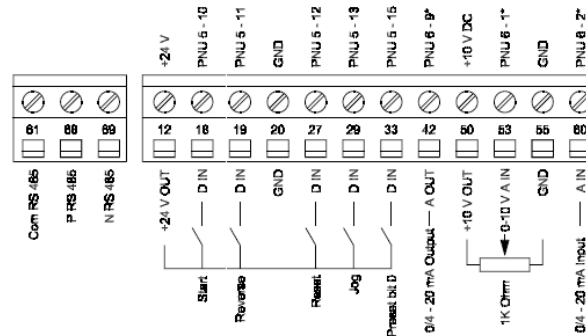
14.6. Loš uticaj velikih skokova na namotaje motora

- Tranzistorski prekidači prave nagle skokove napona u faznim namotajima motora.
- Ti nagli skokovi prostiru od priključka motora prema unutrašnjosti namotaja kao talas. Kao posledica toga, između susednih namotaja privremeno se pojave veliki naponi.
- Veliki napon između navojaka dovodi do parcijalnih pražnjenja.
- Parcijalna pražnjenja postepeno degradiraju izolaciju na navojima i skraćuju radni vek motora.
- Brzi skokovi napona takođe prouzrokuju kapacitivne struje i varničenje preko ležajeva motora što skraćuje radni vek ležajeva.
- Usporavanje naponskih skokova povećava prekidačke gubitke tranzistora, zato se ne preporučuje.
- NF filter LC tipa dimenzionisan za visoku graničnu učestanost, vrši prigušenje viših harmonika između pretvarača i motora smanjuje štetu ali je to dodatna stavka u ceni.

254

15.2. Upravljački priključci

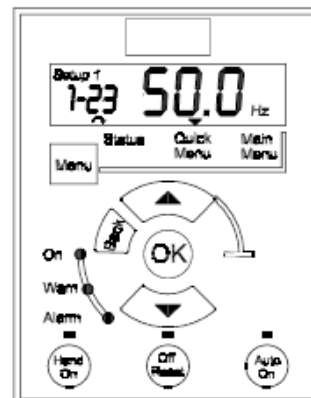
- Digitalni ulazi i izlazi
- Analogni ulazi i izlazi
- Komunikacijske linije (RS485, RS232)



257

15.3. Samostalno upravljanje

- U većini slučajeva energetski pretvarači mogu da rade i samostalno.
- Za samostalni rad proizvođač obezbedi odgovarajući upravljački panel.
- Po potrebi sve se može podesiti preko upravljačkog panela ali je to dosta nepraktično i zahteva puno vremena.



258

15.4. Daljinsko upravljanje

- Na pretvaraču postoji komunikacioni kanal (veza sa industrijskom mrežom).
- Preko komunikacionog kanala mogu se podesiti parametri pogona i mogu se izdati komande.
- Definisan je odgovarajući protokol za komunikaciju (Modbus, Profibus...)
- Na procesnom računaru aktivan je softver koji može da komunicira prema izabranom protokolu.

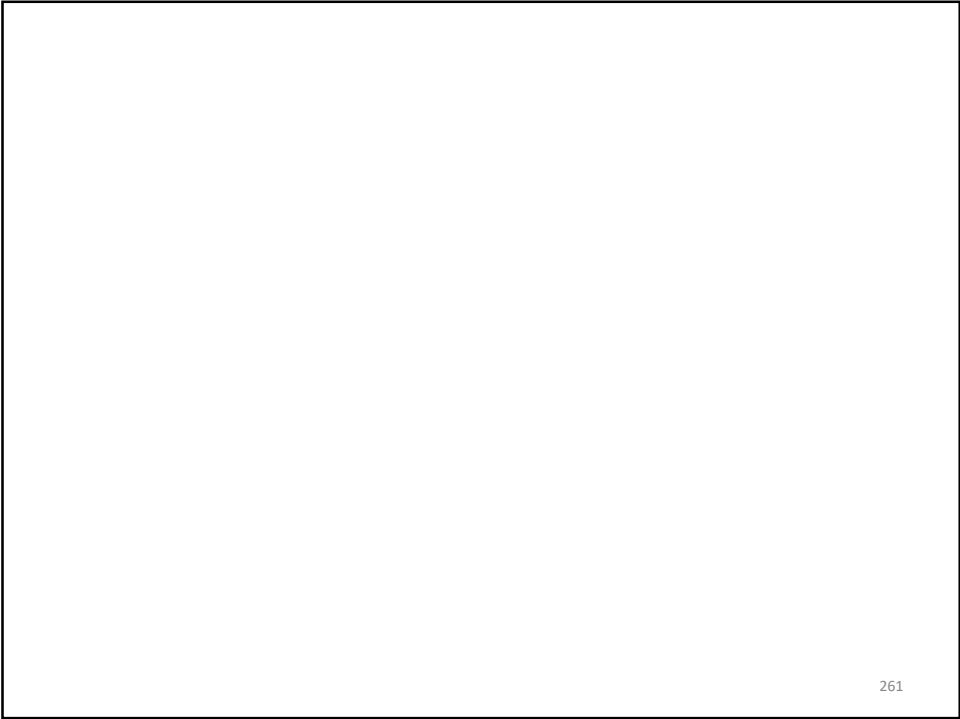
259

15.5. Protokol za komunikaciju

- Energetski pretvarač stalno prati komunikacioni kanal.
- Procesni računar šalje poruke.
- Na početku poruke šalje se adresa, iz toga se može znati kom izvršnom organu je upućena poruka.
- Organizacija jedne poruke kod protokola Modbus:

Start	Address	Function	Data	CRC check	End
T1-T2-T3-T4	1 byte	1 byte	N x 1 byte	2 bytes	T1-T2-T3-T4

260



261