

RAČUNSKE VEŽBE

ELEKTRIČNI POGONI
ELEKTROPOGONI

ELECTRICAL DRIVES
ELEKTRISCHE ANTRIEBE

Prof. mr. Milan Adžić
adzicm@vts.su.ac.rs
people.vts.su.ac.rs/~adzicm

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 1:

JEDNAČINA KRETANJA, VRSTE OPTEREĆENJA, SVOĐENJE MOMENTA OPTEREĆENJA I MOMENTA INERCIJE.

Jedinice (U SI sistemu):

☑ Osnovne jedinice (U SI sistemu):

Dužina	l	$[m]$
Masa	m	$[kg]$
Vreme	t	$[s]$
Količina elektriciteta	Q	$[C]$
Ugao	θ	$[rad]$

Jedinice (U SI sistemu):

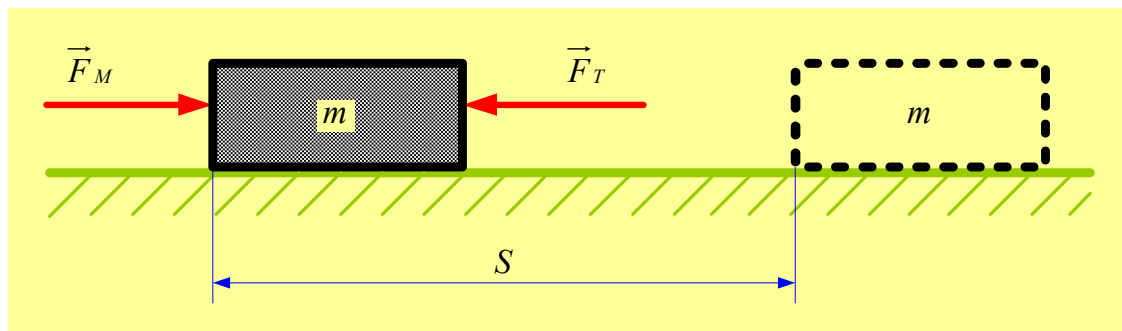
☑ Izvedene jedinice (Važne za EMP):

Sila	$F = ml / t^2$	$[kg \ m / s^2] [N]$
Moment	$M = Fr$	$[Nm]$
Ugaona brzina	$\omega = \theta / t$	$[rad / s] [s^{-1}]$
Brzina obrtanja	$n = N / t$	$[obrt / min]$ $[min^{-1}]$
Snaga	$P = Fv = M\omega$	$[Nm / s] [W]$
Energija	$E = Pt$	$[Ws] [J]$
Moment inercije	$J = mr^2$	$[kg \ m^2] [Nms^2]$
Zamajni moment	$GD^2 = mg(2r)^2 = 4gJ$	$[Nm^2]$
Struja	$I = Q / t$	$[C / s] [A]$
Napon	$U = P / I$	$[W / A] [V]$

Rotaciono kretanje

☑ **Paralela između veličina karakterističnih za pravolinijsko i rotaciono kretanje:**

Pravolinijsko kretanje			Rotaciono kretanje		
$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	$[m/s^2]$	Ubrzanje	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	$[rad/s^2]$	Ugaono ubrzanje
$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \int \vec{a} \cdot dt$	$[m/s]$	Brzina	$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \int \alpha \cdot dt$	$[rad/s]$	Ugaona brzina
$\vec{s} = \int \vec{v} \cdot dt$	$[m]$	Put	$\theta = \int \omega \cdot dt$	$[rad]$	Ugao



Rotaciono kretanje

$$F_d = F_M - F_T = m \cdot a = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad / \quad \cdot R$$

$$F_d \cdot R = F_M \cdot R - F_T \cdot R = m \cdot a = m \cdot R \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$s = R \cdot \theta \Rightarrow v = \frac{ds}{dt} = R \cdot \frac{d\theta}{dt} = R \cdot \omega$$

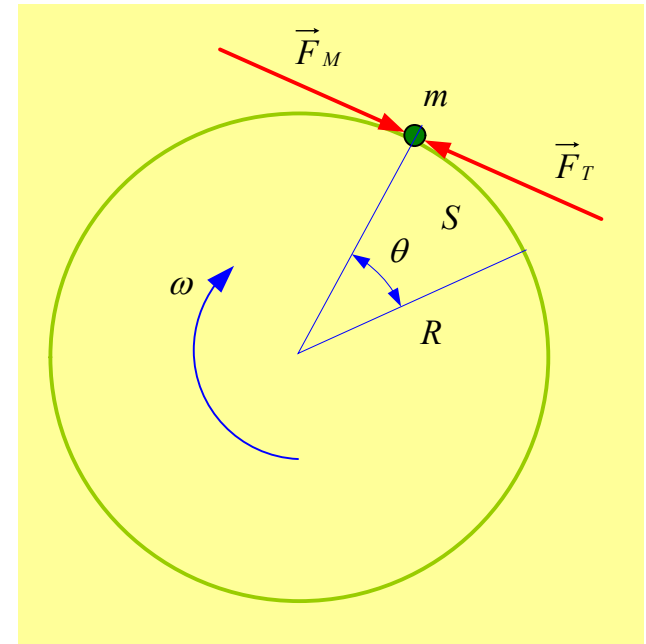
$$\frac{dv}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow$$

$$M_d = M_M - M_T = m \cdot R^2 \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow$$

$$J = m \cdot R^2$$

$$M_d = M_M - M_T = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

Dinamička jednačina kružnog kretanja.



**Moment inercije
za materijalnu
tačku.**

Rotaciono kretanje

m	[kg]	Masa	J	[kgm ²]	Moment inercije
$\vec{F}_d = m \cdot \vec{a}$	[N]	Sila	$M_d = J \cdot \alpha$	[Nm]	Obrtni moment
$P = \vec{F}_d \cdot \vec{v}$	[W]	Snaga	$P = M_d \cdot \omega$	[W]	Snaga
$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$	[J]	Rad	$W = \int M \cdot d\theta$	[J]	Rad
$W_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	[J]	Kinetička energija	$W_k = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$	[J]	Kinetička energija

$$W_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot (R \cdot \omega)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

Njutnova jednačina kretanja

☑ *Pravolinijsko kretanje:*

$$\frac{d}{dt}(m \cdot v) = m \cdot \frac{dv}{dt} + v \cdot \frac{dm}{dt} = \sum_i F_i$$

☑ *Rotaciono kretanje:*

$$\frac{d}{dt}(J \cdot \omega) = J \cdot \frac{d\omega}{dt} + \omega \cdot \frac{dJ}{dt} = \sum_i M_i = \sum_i (M_{Mi} - M_{Ti})$$

Motorni momenti.

Otporni momenti.

$$M_{tr} = \mu_k \cdot \omega^x$$

Uticaj trenja.

*Obično je promena momenta inercije = 0.
Retko je različita od nule
(Kod centrifuga,
namotavača, robota).*

Za $x = 1$ važi:

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} + \mu_k \cdot \omega = M_M - M_T$$

VRSTE OPTEREĆENJA

Zadatak:

U koordinatnom sistemu (M, ω) označen je po dogovoru jedan smer obrtanja sa $+\omega$, a moment sa $+M$.

U kom kvadrantu se nalazi konstantni moment tereta reaktivnog karaktera:

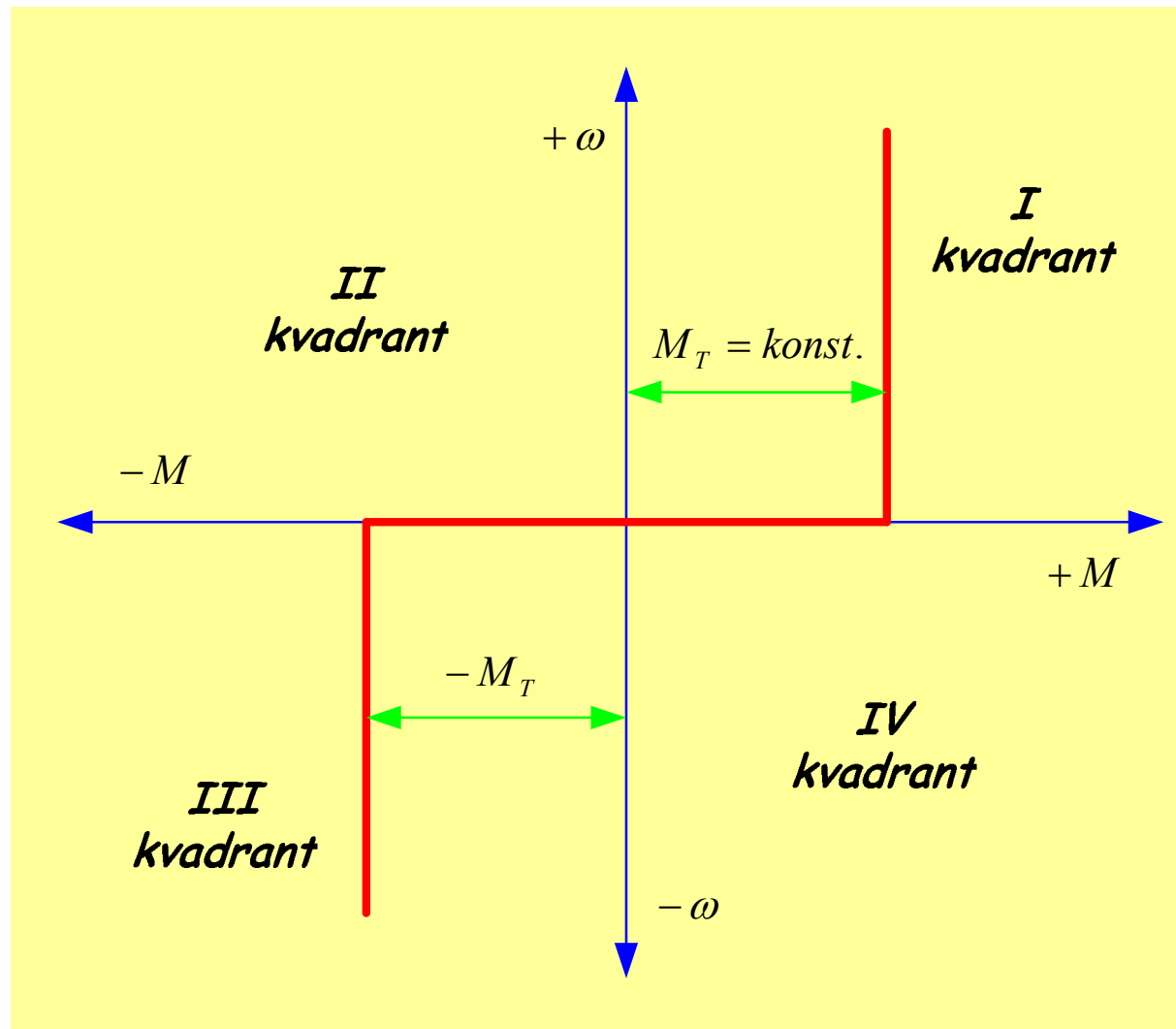
- a) za pozitivan smer obrtanja,*
- b) za negativan smer obrtanja.*

Prikazati momente skicom.

VRSTE OPTEREĆENJA

Rešenje:

- a) *I kvadrant.*
- b) *III kvadrant.*



VRSTE OPTEREĆENJA

Zadatak:

U koordinatnom sistemu (M, ω) označenom kao u prethodnom zadatku, treba odrediti kvadrant za potencijalni moment opterećenja konstantnog iznosa, koji se suprosvavlja pozitivnom smeru obrtanja.

U kojem kvadrantu se nalazi konstantni moment tereta reaktivnog karaktera:

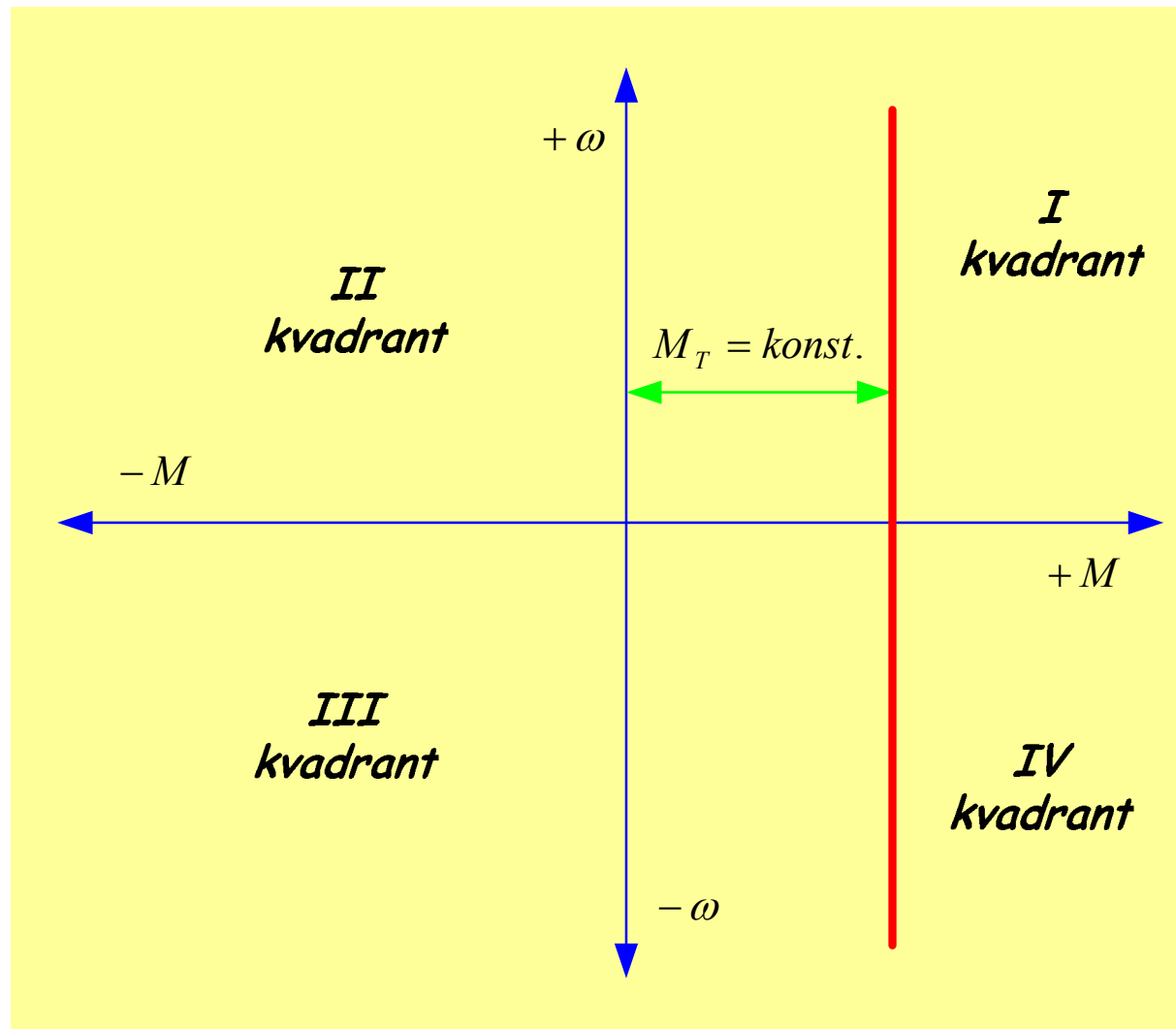
- a) za pozitivan smer obrtanja,*
- b) za negativan smer obrtanja.*

Prikazati momente skicom.

VRSTE OPTEREĆENJA

Rešenje:

- a) *I kvadrant.*
- b) *IV kvadrant.*



VRSTE OPTEREĆENJA

Zadatak:

Nekom elektromotornom pogonu u stanju mirovanja priključi se motor na mrežu, sa tendencijom okretanja napred.

Motor razvija na osovini motora moment $M_M = 1500$ [Nm].

Reaktivni moment tereta iznosi u mirovanju $M_T = 3250$ [Nm].

U kom će se smeru okretati elektromotor.

U kom se kvadrantu odvija pogon.

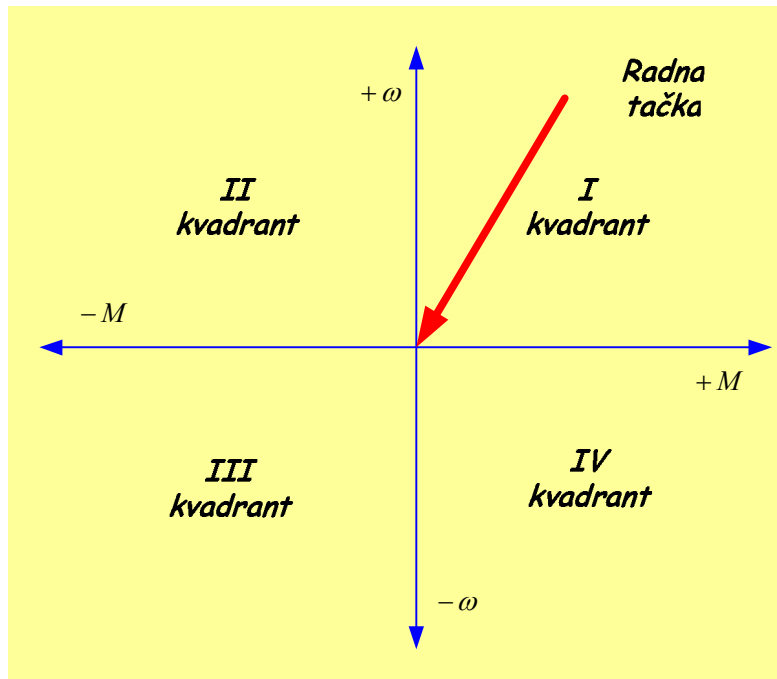
VRSTE OPTEREĆENJA

Rešenje:

a) Motor se **neće pokrenuti** odnosno ostaće u mirovanju ($M_T > M_M$).

$$M_T = 3250[Nm] > M_M = 1500[Nm]$$

b) Elektromotorni pogon stoji u osi apcise, odnosno na granici I i II kvadranta.



VRSTE OPTEREĆENJA

Zadatak:

Nekom elektromotornom pogonu dizalice u stanju mirovanja priključi se motor na mrežu sa tendencijom dizanja.

Motor razvija na osovini motora moment $M_M = 260 \text{ [Nm]}$, a potencijalni moment tereta iznosi $M_T = 410 \text{ [Nm]}$.

Traži se:

- a) U kom smeru će se okretati motor?*
- b) Koliki je početni moment ubrzanja?*



VRSTE OPTEREĆENJA

Rešenje:

a) Motor će se okretati u suprotnom smeru, odnosno smeru **spuštanje** ($M_T > M_M$).

$$M_T = 410[Nm] > M_M = 260[Nm]$$

b)

$$M_d = M_M - M_T = 260 - 410 = -150[Nm]$$

VRSTE OPTEREĆENJA

Zadatak:

Koliki moment ubrzanja deluje u elektromotornom pogonu dizalice pri pokretanju ($n = 0$), ako je moment motora $M_M = 500$ [Nm], a moment tereta $M_T = 300$ [Nm]:

- a) u spoju motora koji obezbeđuje spuštanje,*
- b) u spoju motora koji obezbeđuje dizanje.*

VRSTE OPTEREĆENJA

Rešenje:

a)

$$M_d = M_M - M_T = -500 - 300 = -800[Nm]$$

b)

$$M_d = M_M - M_T = 500 - 300 = 200[Nm]$$

VRSTE OPTEREĆENJA

Zadatak:

Koliki je početni moment ubrzanja pogona elektrokolica (na ravnoj podlozi) pri pokretanju ($n = 0$), ako je moment motora $M_M = 200$ [Nm], a otporni moment trenja kolica u mirovanju $M_T = 135$ [Nm]:

- a) pri kretanju napred,*
- b) pri kretanju nazad.*

VRSTE OPTEREĆENJA

Rešenje:

a)

$$M_d = M_M - M_T = 200 - 135 = 65[Nm]$$

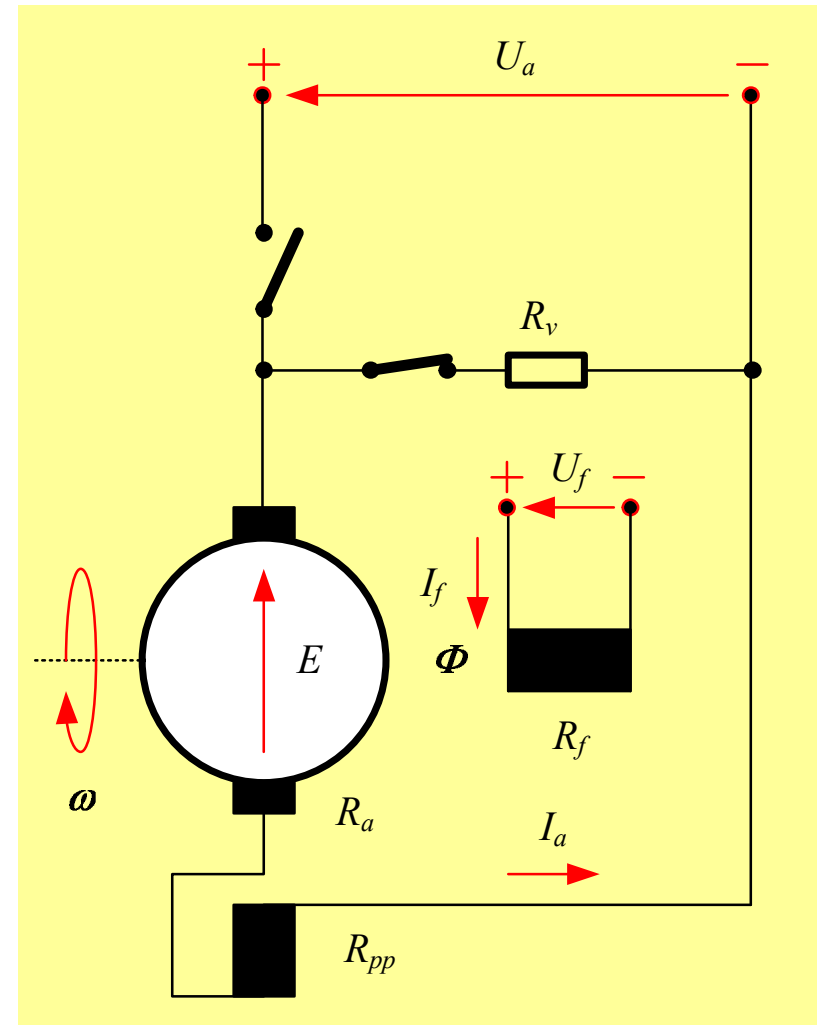
b)

$$M_d = M_M - M_T = -200 - (-135) = -65[Nm]$$

VRSTE OPTEREĆENJA

Zadatak:

Koliki je moment kočenja elektromotornog pogona, sa bilo kojom vrstom elektromotora, u spoju elektrodinamičkog kočenja (stezaljke odspojene od mreže i spojene na otpornik) pri brzini obrtanja $n_M = 0$ [min^{-1}].



VRSTE OPTEREĆENJA

Rešenje:

$M_M = 0 \text{ [Nm]}$ jer nema indukovanog napona zbog $n_M = 0$.

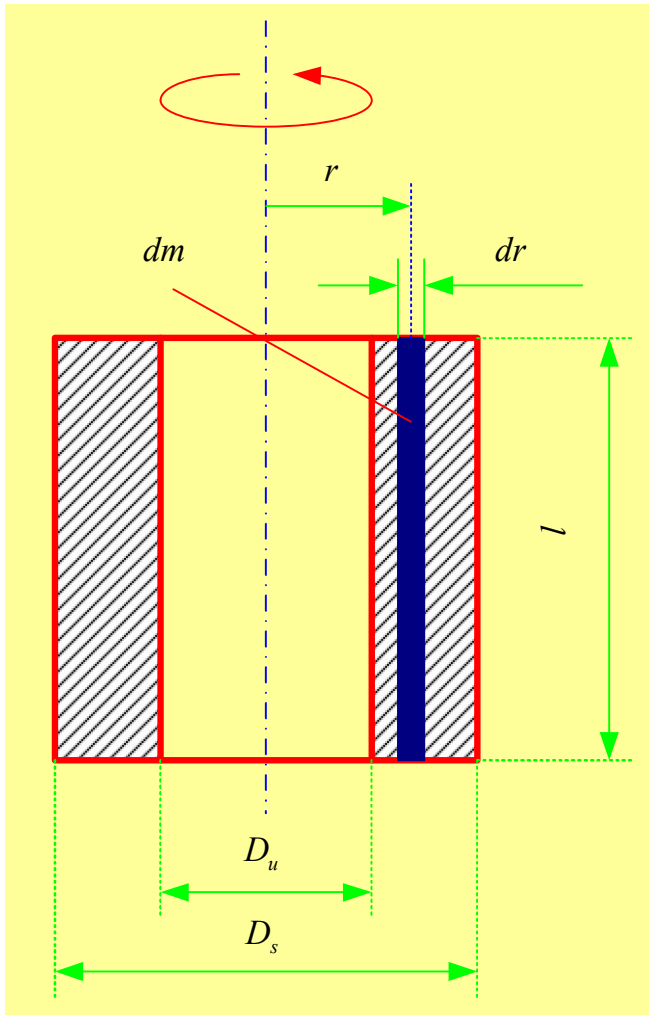
MOMENT INERCIJE

Zadatak:

Odrediti moment inercije bubnja u obliku šupljeg valjka ukupne mase $m_b = 40$ [kg], spoljnjeg prečnika $D_s = 400$ [mm] i unutrašnjeg prečnika $D_u = 200$ [mm], ako rotira oko ose simetrije.

MOMENT INERCIJE

Rešenje:



$$dJ = dm \cdot r^2 = (2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \rho \cdot dr) \cdot r^2 = 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot r^3 \cdot dr$$

ρ - specifična masa.

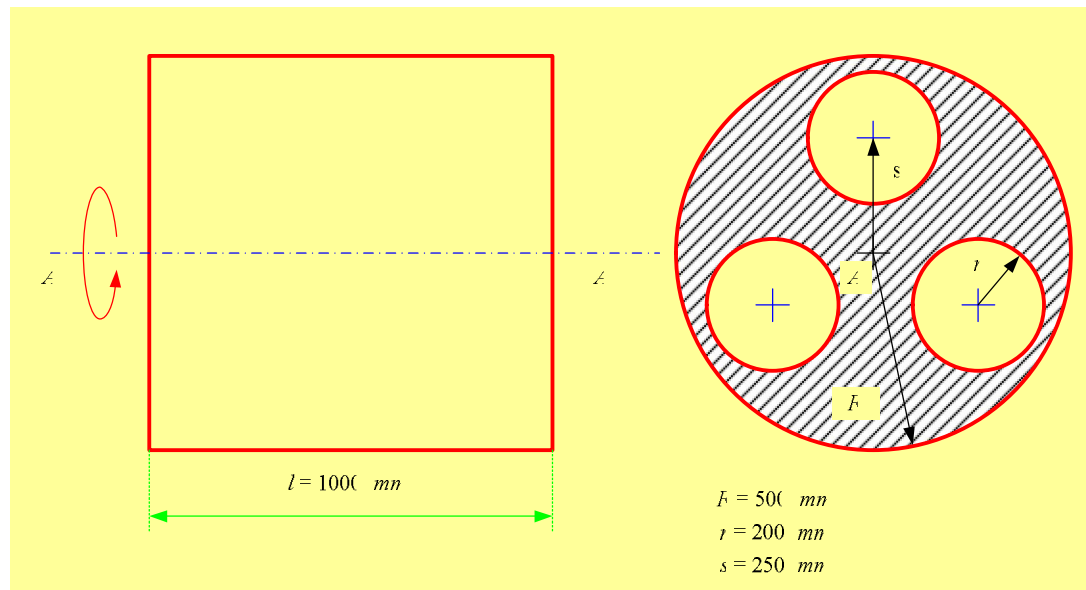
MOMENT INERCIJE

$$\begin{aligned} J &= \int_L dJ = \int_{\frac{D_u}{2}}^{\frac{D_s}{2}} 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot r^3 \cdot dr = 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot \int_{\frac{D_u}{2}}^{\frac{D_s}{2}} r^3 \cdot dr = \\ &= 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot \frac{r^4}{4} \bigg|_{\frac{D_u}{2}}^{\frac{D_s}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot \frac{D_s^4 - D_u^4}{16} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot \frac{D_s^2 - D_u^2}{4} \cdot \frac{D_s^2 + D_u^2}{4} = \frac{1}{2} \cdot m_b \cdot \frac{D_s^2 + D_u^2}{4} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot \frac{0,4^2 + 0,2^2}{4} = 5 \cdot (0,16 + 0,04) = 5 \cdot 0,2 = 1 [kgm^2] \end{aligned}$$

MOMENT INERCIJE

Zadatak:

Odrediti moment inercije valjka dužine $l = 1000 \text{ [mm]}$, spoljnog poluprečnika $R = 500 \text{ [mm]}$ u koji su radi olakšanja ubušene tri rupe čitavom dužinom unutrašnjeg poluprečnika $r = 200 \text{ [mm]}$, čiji su centri ravnomerno raspoređeni po krugu prečnika $s = 250 \text{ [mm]}$, prema slici. Osa rotacije prolazi kroz osu simetrije. Specifična masa materijala od kojeg je valjak izrađen iznosi $\rho = 4,5 \text{ [kg/dm}^3\text{]}$.

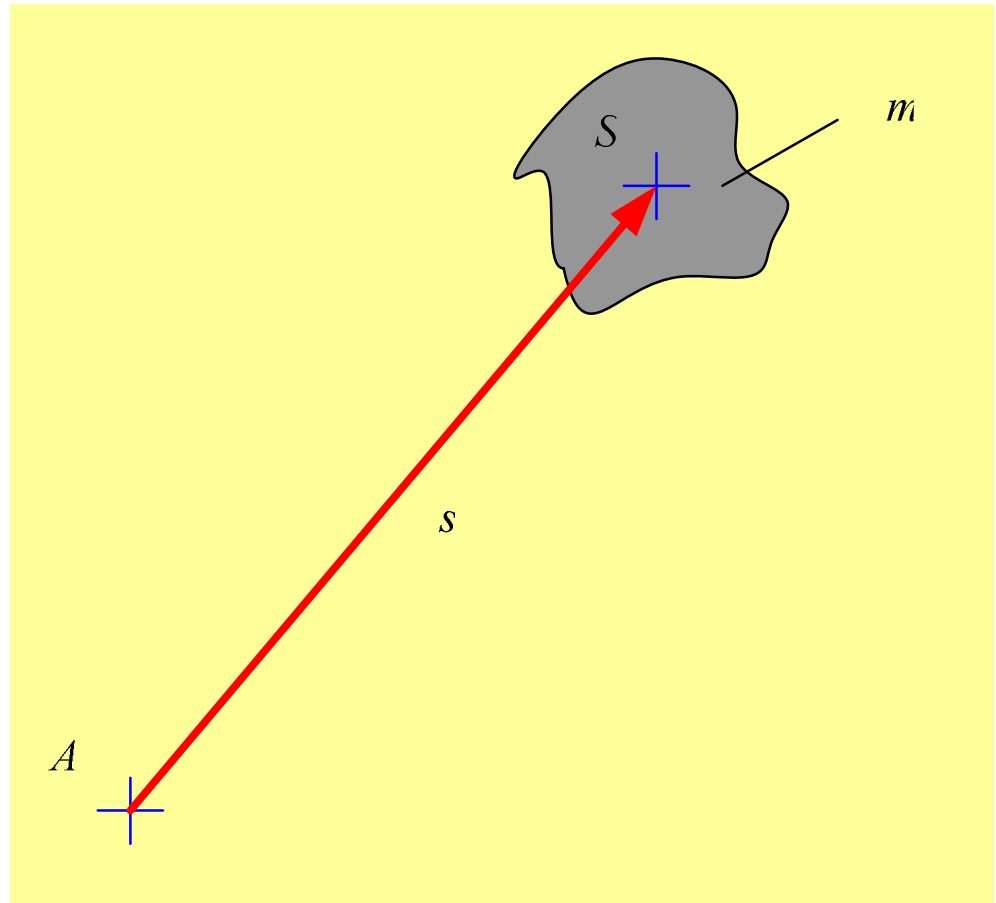


MOMENT INERCIJE

Rešenje:

Segment mase m čiji je moment inercije J_s za osu rotacije oko ose simetrije segmenta S , ima moment inercije za osu rotacije A paralelnu sa osom simetrije na rastojanju s , određen relacijom:

$$J = J_s + m \cdot s^2$$



MOMENT INERCIJE

Moment inercije punog valjka poluprečnika R iznosi:

$$J_R = \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot R^4$$

Moment inercije punog valjka poluprečnika r iznosi:

$$J_r = \frac{1}{2} \cdot m_r \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot r^4$$

MOMENT INERCIJE

Momenat inercije bušenog valjka je prema tome:

$$\begin{aligned} J &= J_R - 3 \cdot (J_r + m_r \cdot s^2) = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot R^4 - \\ &\quad - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot r^4 + \pi \cdot l \cdot \rho \cdot r^2 \cdot s^2 \right) = \\ &= \pi \cdot l \cdot \rho \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot R^4 - 3 \cdot r^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot r^2 + s^2 \right) \right] = \\ &= \pi \cdot 1 \cdot 4.5 \cdot 10^3 \left[0,5 \cdot 0,5^4 - 3 \cdot 0,2^2 \cdot (0,5 \cdot 0,2^2 + 0,25^2) \right] = \\ &= 301,829 [kgm^2] \end{aligned}$$

SVOĐENJE MOMENTA

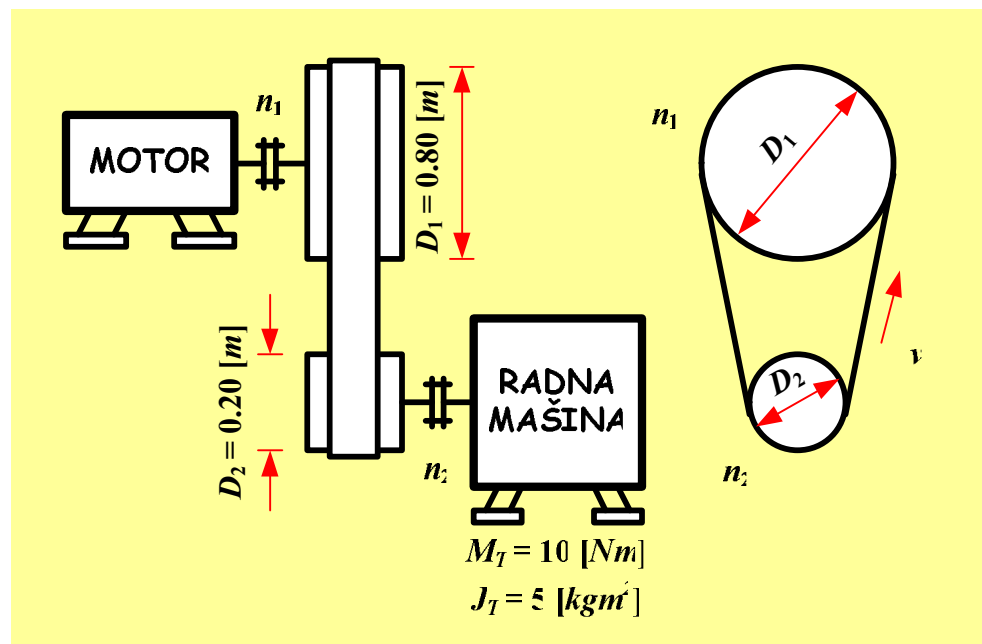
Zadatak:

Za pogon sa kaišnim prenosom na slici odrediti:

a) Brzinu obrtanja izlaznog vratila ako se motor okreće brzinom od $n_1 = 500 \text{ [min}^{-1}\text{]}$.

b) Moment motora, pod pretpostavkom da nema gubitaka u prenosnom mehanizmu a da je moment opterećenja radne mašine reaktivan.

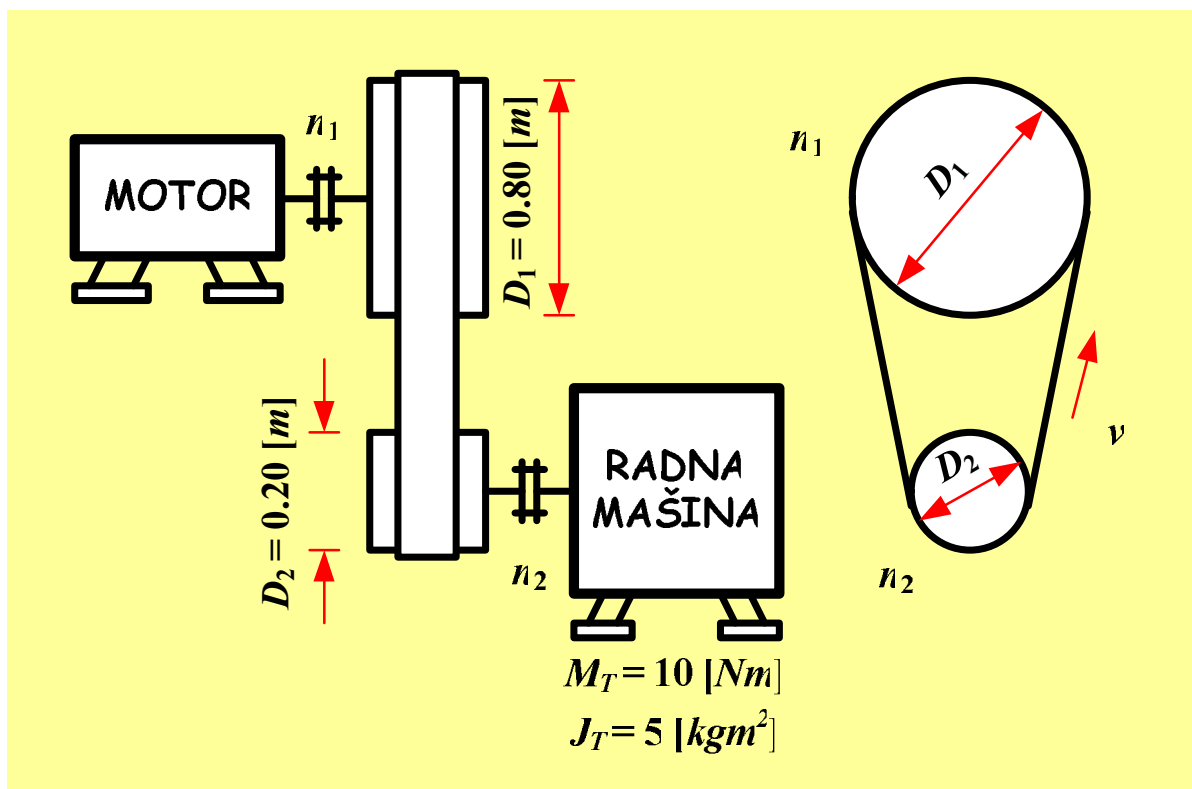
c) Ukupan moment inercije opterećenja sveden na pogonsko vratilo, pod pretpostavkom da motor i prenosni mehanizam imaju zanemarljiv moment inercije.



SVOĐENJE MOMENTA

Rešenje:

a)



$$v = v_1 = v_2 = R_1 \cdot \omega_1 = R_2 \cdot \omega_2 \Rightarrow i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{D_2}{D_1}$$

SVOĐENJE MOMENTA

$$n_2 = \frac{D_1}{D_2} \cdot n_1 = \frac{0,8}{0,2} \cdot 500 = 4 \cdot 500 = 2000 [\text{min}^{-1}] \quad \text{Multiplikator.}$$

b)

$$M_M \cdot \omega_1 = M_T \cdot \omega_2 \Rightarrow M_M = M_T \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{M_T}{\frac{\omega_1}{\omega_2}} = \frac{M_T}{\frac{n_1}{n_2}} = \frac{M_T}{i} \Rightarrow$$

$$M_M = M_T' = M_T \cdot \frac{D_1}{D_2} = 10 \cdot \frac{0,8}{0,2} = 10 \cdot 4 = 40 [\text{Nm}]$$

SVOĐENJE MOMENTA

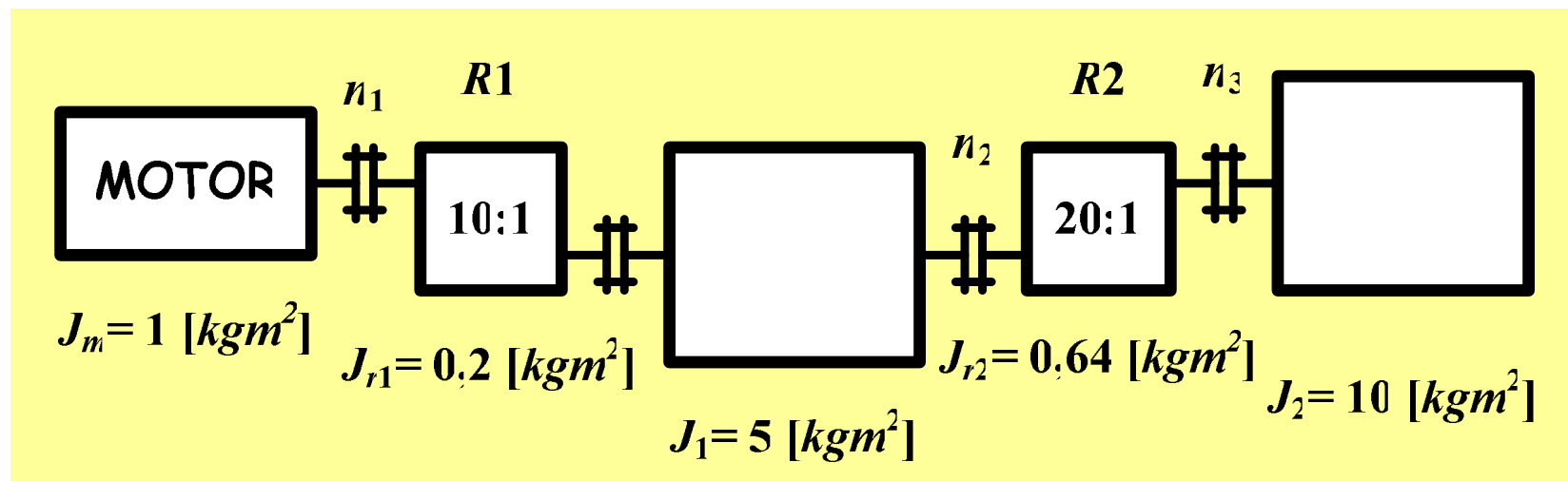
c)

$$\frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{J_T \cdot \omega_2^2}{2} \Rightarrow J_{\Sigma} = J_T \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 = \frac{J_T}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2} = \frac{J_T}{\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2} = \frac{J_T}{i^2} \Rightarrow$$

$$J_{\Sigma} = J_T' = J_T \cdot \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 = 5 \cdot \left(\frac{0,8}{0,2} \right)^2 = 5 \cdot 4^2 = 80 [kgm^2]$$

SVOĐENJE MOMENTA

Zadatak:



Za pogon na slici odrediti:

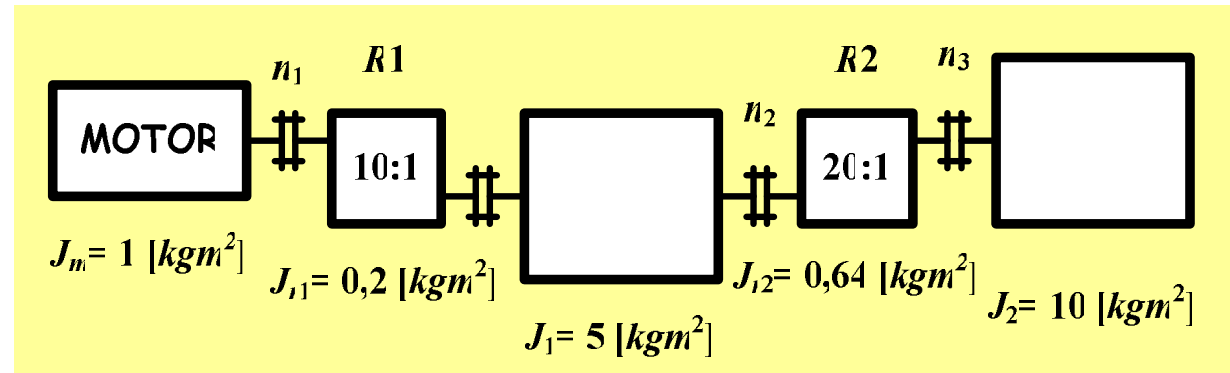
- Ukupan moment inercije sveden na pogonsko vratilo.**
- Brzinu obrtanja izlaznog vratila ako se motor okreće brzinom od $n_M = 1000 \text{ [min}^{-1}\text{]}$.**
- Kinetičku energiju na izlaznom vratilu pri ovoj brzini.**
- Kao pod c), samo ukupnu kinetičku energiju pogona.**

Napomena: Momenti inercije reduktora uvek se daju svedeni na ulazno vratilo.

SVOĐENJE MOMENTA

Rešenje:

a)



$$\frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{(J_m + J_{r1}) \cdot \omega_1^2}{2} + \frac{(J_1 + J_{r2}) \cdot \omega_2^2}{2} + \frac{J_2 \cdot \omega_3^2}{2} \Rightarrow$$

$$J_{\Sigma} = (J_m + J_{r1}) \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_1} \right)^2 + (J_1 + J_{r2}) \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + J_2 \cdot \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 =$$

$$= J_m + J_{r1} + \frac{J_1 + J_{r2}}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2} + \frac{J_2}{\left(\frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{\omega_3} \right)^2} = J_m + J_{r1} + \frac{J_1 + J_{r2}}{i_1^2} + \frac{J_2}{(i_1 \cdot i_2)^2}$$

SVOĐENJE MOMENTA

$$J_{\Sigma} = 1 + 0,2 + \frac{5 + 0,4}{10^2} + \frac{10}{(10 \cdot 20)^2} =$$
$$= 1,2 + 0,054 + 0,00025 = 1,25425 [\text{kgm}^2]$$

b)

$$n_3 = \frac{n_1}{\left(\frac{n_1}{n_2}\right) \cdot \left(\frac{n_2}{n_3}\right)} = \frac{n_1}{i_1 \cdot i_2} = \frac{1000}{10 \cdot 20} = 5 [\text{min}^{-1}]$$

c)

$$W_3 = W_t = \frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot \omega_3^2 = \frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n_3}{60}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \left(\frac{5 \cdot \pi}{30}\right)^2 = 1,37 [J]$$

SVOĐENJE MOMENTA

d)

$$W_m = W_d = \frac{1}{2} J_{\Sigma} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot J_{\Sigma} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,25425 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 1000}{30} \right)^2 =$$
$$= 6877,1952[J] \approx 6,877[kJ]$$

Primetimo da je ukupna kinetička energija pogona mnogo veća od kinetičke energije na izlaznom vratilu:

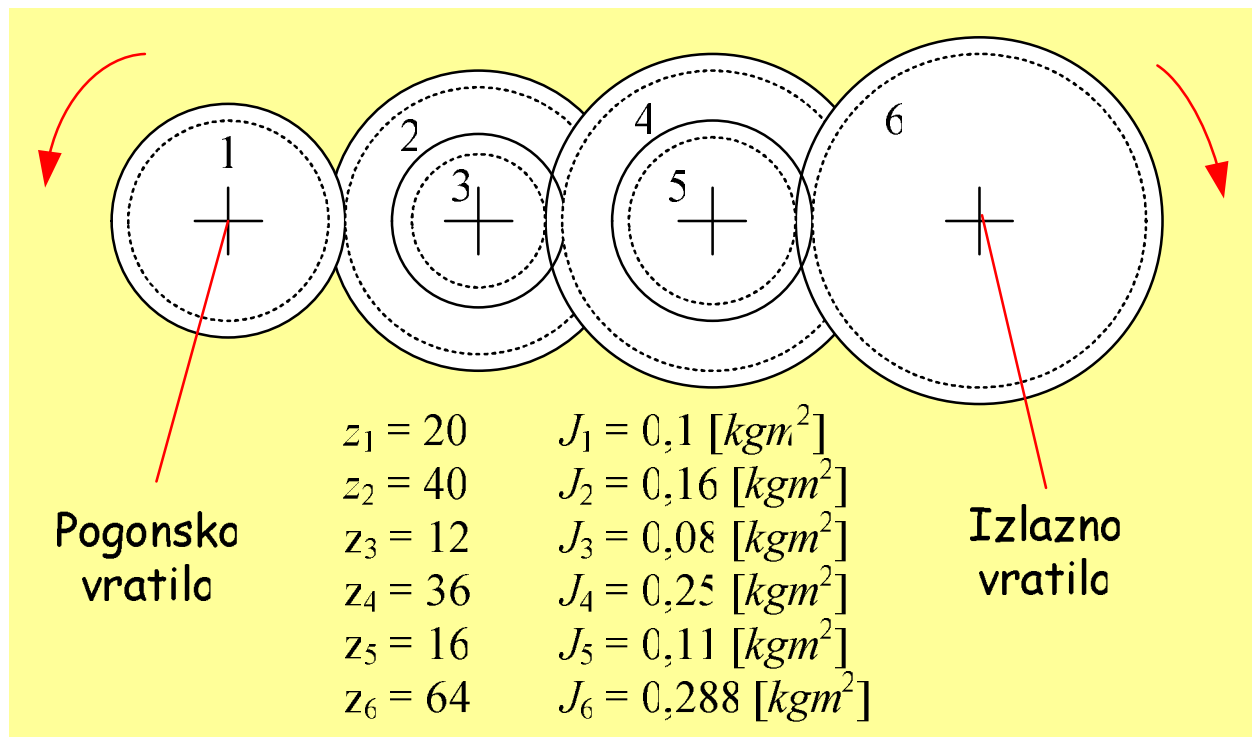
$$W_m \gg W_3$$

zbog kvadratične zavisnosti kinetičke energije od ugaone brzine:

$$\omega^2$$

SVOĐENJE MOMENTA

Zadatak:



Odrediti ukupan moment inercije pogona sveden na vratilo motora i brzinu obrtanja pogonskog izlaznog vratila uređaja sa zupčastim prenosom prikazanim na slici. Brzina obrtanja osovine motora iznosi $n_{nom} = 960 \text{ [min}^{-1}\text{]}$.

SVOĐENJE MOMENTA

Rešenje:

$$i_1 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{40}{20} = 2[]$$

$$i_2 = \frac{z_4}{z_3} = \frac{36}{12} = 3[]$$

$$i_3 = \frac{z_6}{z_5} = \frac{64}{16} = 4[]$$

$$n_{izl} = n_6 = \frac{n_1}{i_1 \cdot i_2 \cdot i_3} = \frac{n_{nom}}{i_1 \cdot i_2 \cdot i_3} = \frac{960}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 40[\text{min}^{-1}]$$

SVOĐENJE MOMENTA

$$\begin{aligned} J_{\Sigma} &= J_1 + \frac{J_2 + J_3}{i_1^2} + \frac{J_4 + J_5}{i_1^2 i_2^2} + \frac{J_6}{i_1^2 i_2^2 i_3^2} = \\ &= 0,1 + \frac{0,16 + 0,08}{2^2} + \frac{0,25 + 0,11}{(2 \cdot 3)^2} + \frac{0,288}{(2 \cdot 3 \cdot 4)^2} = \\ &= 0,1 + 0,01 + 0,0005 = 0,1705 [kgm^2] \end{aligned}$$

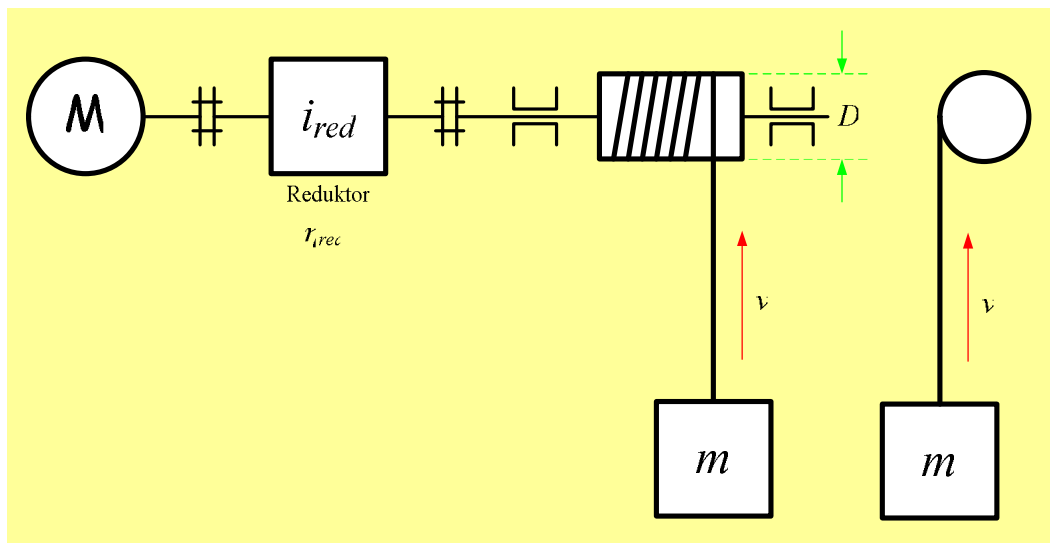
SVOĐENJE MOMENTA

Zadatak:

Na slici je dat pogonski sistem za podizanje tereta, sa sledećim podacima: maksimalna masa tereta $m_{max} = 3058$ [kg]; prečnik doboša $D = 500$ [mm]; prenosni odnos reduktora $i_{red} = 20$ []; koeficijent korisnog dejstva reduktora $\eta_{red} = 0,75$ [].

Odrediti:

- Moment motora, njegovu brzinu obrtanja i snagu pri dizanju maksimalnog tereta brzinom $v = 31,4$ [m/min].
- Moment motora, njegovu brzinu obrtanja i snagu pri spuštanju maksimalnog tereta brzinom $v = 27,9$ [m/min].



SVOĐENJE MOMENTA

Rešenje:

a)

$$F_{\max} = m_{\max} \cdot g = 3058 \cdot 9,81 = 29998,98[N]$$

$$M_{\max} = F_{\max} \cdot \frac{D}{2} = 29998,98 \cdot \frac{0,50}{2} = 7499,745[Nm]$$

$$M_m = M_t' = \frac{M_{\max}}{i_{\text{red}} \cdot \eta_{\text{red}}} = \frac{7499,745}{20 \cdot 0,75} = 499,983[Nm]$$

$$v = 31,4 \left[\frac{m}{\text{min}} \right] = \frac{31,4}{60} = 0,5236 \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$\omega_B = \frac{v}{R} = \frac{2 \cdot v}{D} = \frac{2 \cdot 0,5236}{0,500} = 2,0944 \left[\frac{\text{rad}}{s} \right]$$

SVOĐENJE MOMENTA

$$n_B = \frac{\omega_B \cdot 30}{\pi} = \frac{2,0944 \cdot 30}{\pi} = 20 [\text{min}^{-1}]$$

$$i_{red} = \frac{\omega_m}{\omega_T} = \frac{\omega_m}{\omega_B} = 20$$

$$\omega_m = i_{red} \cdot \omega_B = 20 \cdot 2,0944 = 41,888 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$n_m = i_{red} \cdot n_B = 20 \cdot 20 = 400 [\text{min}^{-1}]$$

$$P_m = M_m \cdot \omega_m = 499,983 \cdot 41,888 = 20943,288 [W] \cong 20,95 [kW]$$

SVOĐENJE MOMENTA

b)

$$M_m = M_t' = \frac{M_{\max}}{i_{\text{red}}} \cdot \eta_{\text{red}} = \frac{7499,745}{20} \cdot 0,75 = 281,240 [Nm]$$

$$v = \frac{27,9}{60} = 0,465 \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$\omega_B = \frac{v}{R} = \frac{2 \cdot v}{D} = \frac{2 \cdot 0,465}{0,500} = 1,86 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

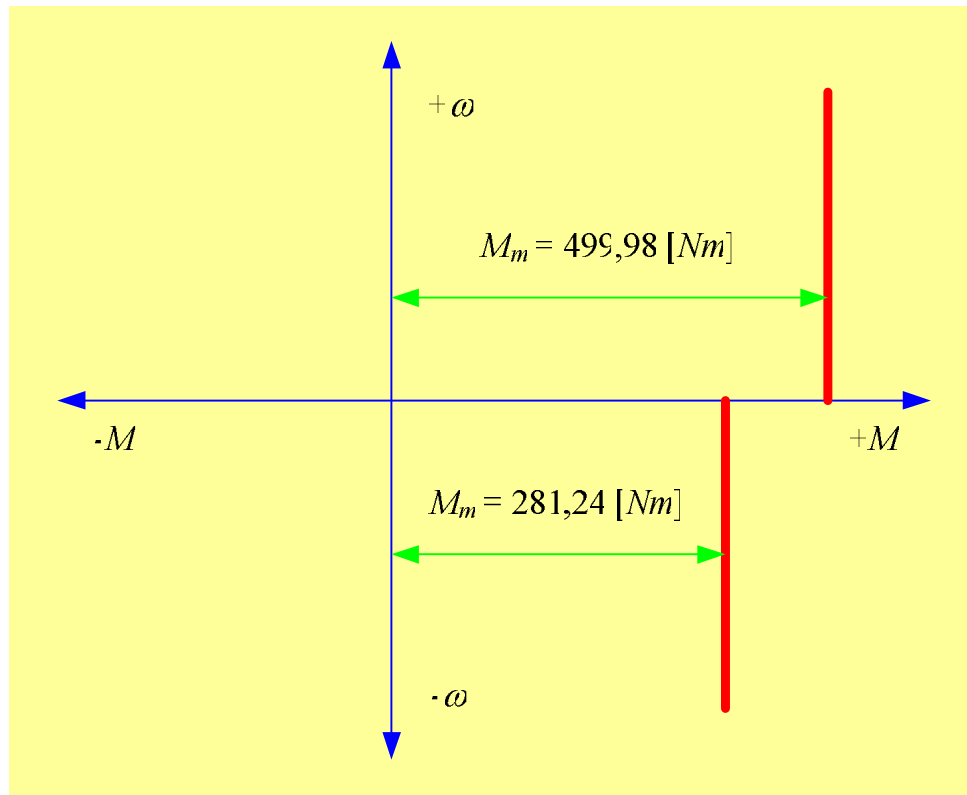
$$n_B = \frac{\omega_B \cdot 30}{\pi} = \frac{1,86 \cdot 30}{\pi} = 17,762 [\text{min}^{-1}]$$

$$\omega_m = i_{\text{red}} \cdot \omega_B = 20 \cdot 1,86 = 37,2 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

SVOĐENJE MOMENTA

$$n_m = \frac{\omega_m \cdot 30}{\pi} = \frac{37,2 \cdot 30}{\pi} = 355,234 [\text{min}^{-1}]$$

$$P_m = M_m \cdot \omega_m = 281,240 \cdot 37,2 = 10462,128 [W] \cong 10,46 [kW]$$



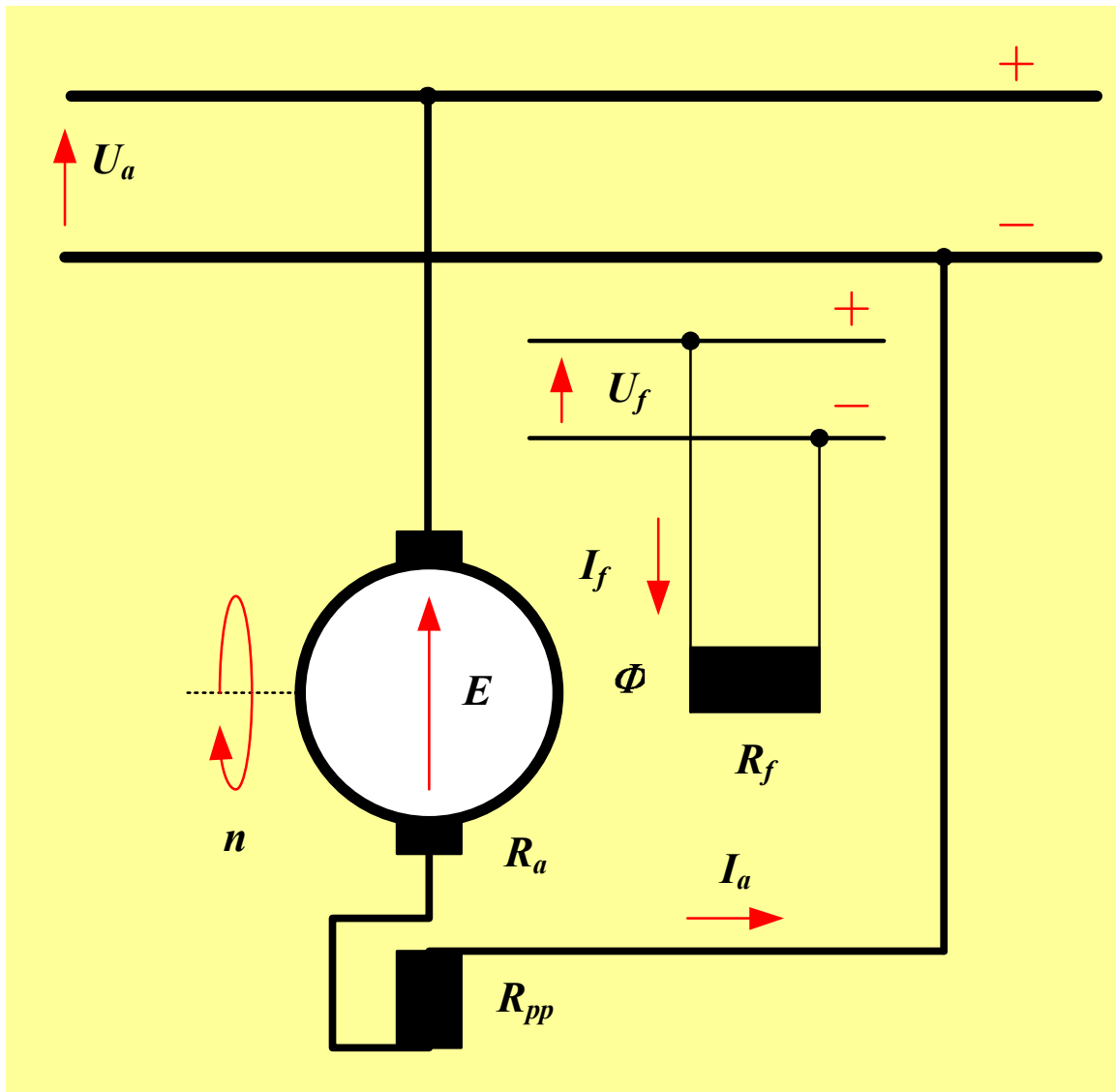
Motorni režim rada pri
dizanju i **generatorski**
režim rada pri
spužtanju.

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 2:

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE



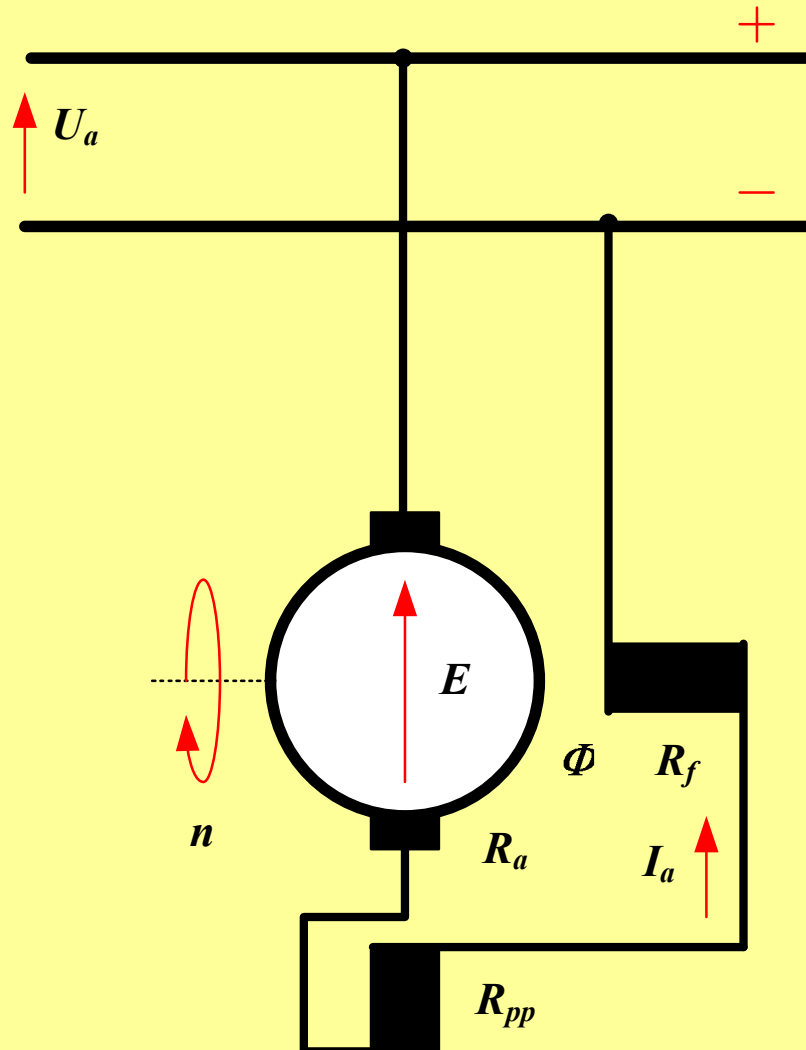
☑ *Jednosmerni motor sa nezavisnom pobudom:*

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

☑ *Jednosmerni motor sa nezavisnom pobudom:*

Fluks	$\Phi = k_f \cdot I_f$
Indukovana elektromotorna sila	$E = k_E \cdot \Phi \cdot n = k_E \cdot k_f \cdot I_f \cdot n =$ $= U - (R_a + R_{pp}) \cdot I_a$
Moment	$M_m = k_M \cdot \Phi \cdot I_a = k_M \cdot k_f \cdot I_f \cdot I_a$
Razvijena mehanička snaga	$P_m = E \cdot I_a = M_m \cdot \omega = (2\pi / 60) \cdot M_m \cdot n$
Korisna mehanička snaga	$P = U \cdot I_a \cdot \eta$
Brzina obrtanja u praznom hodu	$n_0 = U / (k_E \cdot \Phi)$
Brzina obrtanja	$n = n_0 - \frac{(R_a + R_{pp}) \cdot I_a}{k_E \cdot \Phi} = n_0 - \frac{(R_a + R_{pp}) \cdot M_m}{k_E \cdot \Phi \cdot k_M \cdot \Phi}$
Veza između konstanti	$k_M = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot k_E$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE



☑ *Jednosmerni motor sa serijskom pobudom:*

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

☑ *Jednosmerni motor sa serijskom pobudom:*

Fluks

$$\Phi = k_f \cdot I_a$$

Indukovana elektromotorna sila

$$E = k_E \cdot \Phi \cdot n = k_E \cdot k_f \cdot I_a \cdot n = \\ = U - (R_a + R_{pp} + R_s) \cdot I_a$$

Moment

$$M_m = k_M \cdot \Phi \cdot I_a = k_M \cdot k_f \cdot I_a^2$$

Razvijena mehanička snaga

$$P_m = E \cdot I_a = M_m \cdot \omega = \frac{2\pi}{60} \cdot M_m \cdot n$$

Korisna mehanička snaga

$$P = U \cdot I_a \cdot \eta$$

Veza između konstanti

$$k_M = \frac{60}{2\pi} \cdot k_E$$

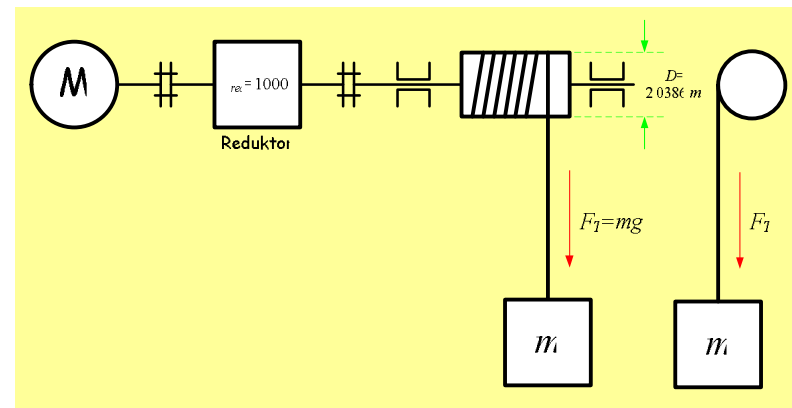
STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Zadatak:

Uređaj za vertikalni transport tereta pokreće se pomoću motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom sa sledećim podacima: nominalni rotorski napon $U_{nom} = 440$ [V]; nominalna rotorska struja $I_{anom} = 25$ [A]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 1360$ [min^{-1}]; otpor namotaja rotora i pomoćnih polova $R_a + R_{pp} = 1,64$ [Ω].

Teret se pokreće užetom koji se namotava preko doboša prečnika $D = 2,0386$ [m], spregnutim sa motorom preko reduktora sa prenosnim odnosom $i_{red} = 1000$ [].

Otporni moment reduktora i doboša reaktivne prirode je približno konstantan i sveden na pogonsko vratilo motora iznosi $M_{T1} = 30$ [Nm].



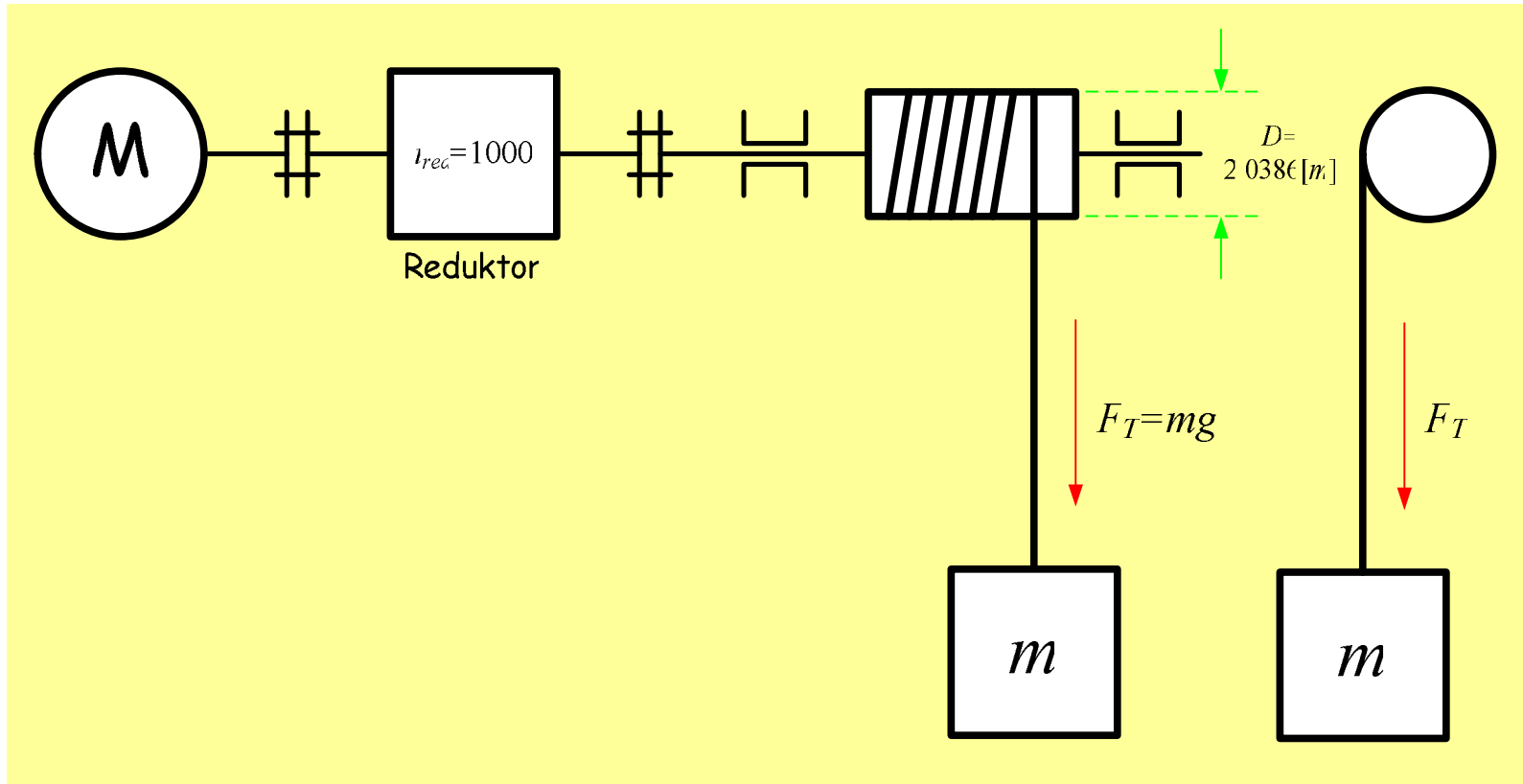
STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Odrediti radne tačke pogona u stacionarnom stanju, na mehaničkoj karakteristici pri spuštanju i dizanju tereta, ako je:

a) $m_a = 2 \text{ [t]}$,

b) $m_b = 4 \text{ [t]}$.

U kakvim režimima radi motor u ovim radnim tačkama?



STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

Sila sa kojom deluje teret je sila zemljine teže:

$$F_T = m \cdot g = m \cdot 9,81[N]$$

Moment tereta je prema tome:

$$M_T = F_T \cdot \frac{D}{2} = m \cdot g \cdot \frac{D}{2} [Nm]$$

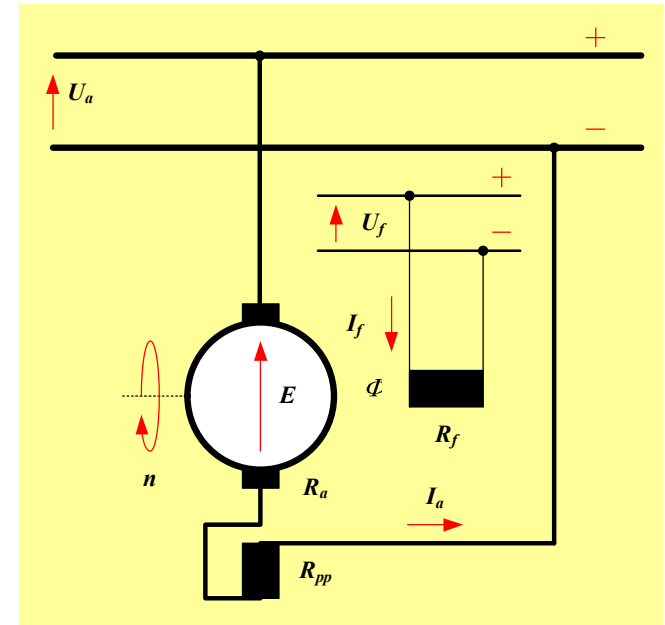
Svedeni moment opterećenja ima dve komponente, jednu reaktivnu i drugu potencijalnu:

$$\begin{aligned} M_T' &= M_{T1} + M_{T2}' = M_{T1} + \frac{M_T}{i_{red}} = M_{T1} + \frac{m \cdot g \cdot D}{2 \cdot i_{red}} = \\ &= \pm 30 + \frac{9,81 \cdot 2,0386}{2 \cdot 1000} \cdot m = \pm 30 + 0.009999 \cdot m \approx \pm 30 + 10^{-2} \cdot m [Nm] \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Pri čemu znak plus odgovara dizanju, a minus spuštanju tereta, pošto se reaktivna komponenta suprotstavlja kretanju. Svedeni moment opterećenja i moment motora u stacionarnom stanju su isti:

$$M_M = M_T'$$



Mehanička karakteristika motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom određena je relacijom:

$$n = n_0 - \frac{(R_a + R_{pp}) \cdot I_a}{k_E \cdot \Phi} = n_0 - \frac{(R_a + R_{pp}) \cdot M_M}{k_E \cdot \Phi \cdot k_M \cdot \Phi} = n_0 - \frac{(R_a + R_{pp}) \cdot M_M}{\frac{30}{\pi} \cdot (k_E \cdot \Phi)^2}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Konstanta $k_E \Phi$ i brzina praznog hoda nalazi se iz naponske jednačine:

$$E_{nom} = U - I_{anom} \cdot (R_a + R_{pp}) = 440 - 25 \cdot 1,64 = 399[V]$$

$$E_{nom} = k_E \cdot \Phi \cdot n_{nom} \Rightarrow$$

$$k_E \cdot \Phi = \frac{E_{nom}}{n_{nom}} = \frac{399}{1360} = 0,2934[Vmin]$$

$$U = E_0 = k_E \cdot \Phi \cdot n_0 \Rightarrow$$

$$n_0 = \frac{U}{k_E \cdot \Phi} = \frac{U}{E_{nom}} \cdot n_{nom} = \frac{440}{399} \cdot 1360 = 1499,78 \approx 1500[min^{-1}]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Mehanička karakteristika motora je prema tome određena relacijom:

$$n = n_0 - \frac{(R_a + R_{pp}) \cdot M_M}{\frac{30}{\pi} \cdot (k_E \cdot \Phi)^2} = \pm 1500 - \frac{1,64}{\frac{30}{\pi} \cdot \left(\frac{399}{1360}\right)^2} \cdot M_M =$$
$$= \pm 1500 - 1,9953 \cdot M_M$$

gde znak plus odgovara dizanju, a minus spuštanju tereta.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Posebno za tražene režime i terete $m_a = 2$ [t] i $m_b = 4$ [t] važi:

Za dizanje važe sledeće relacije:

$$M_T' = +30 + 10^{-2} \cdot m_a = 30 + 10^{-2} \cdot 2000 = 50 [Nm] = M_M$$

$$\begin{aligned} n_{da} &= +1500 - 1,9953 \cdot M_M = 1500 - 1,9953 \cdot 50 = \\ &= 1400,235 \approx 1400 [\text{min}^{-1}] \end{aligned}$$

Za spuštanje važe sledeće relacije:

$$M_T' = -30 + 10^{-2} \cdot m_a = -30 + 10^{-2} \cdot 2000 = -10 [Nm] = M_M$$

$$\begin{aligned} n_{sa} &= -1500 - 1,9953 \cdot M_M = -1500 - 1,9953 \cdot (-10) = \\ &= -1480,047 \approx -1480 [\text{min}^{-1}] \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Za $m_b = 4$ [t] važi:

Za dizanje važe sledeće relacije:

$$M_T' = +30 + 10^{-2} \cdot m_a = 30 + 10^{-2} \cdot 400 = 70 [\text{Nm}] = M_M$$

$$\begin{aligned} n_{db} &= +1500 - 1,9953 \cdot M_M = 1500 - 1,9953 \cdot 70 = \\ &= 1360,329 \approx 1360 [\text{min}^{-1}] \end{aligned}$$

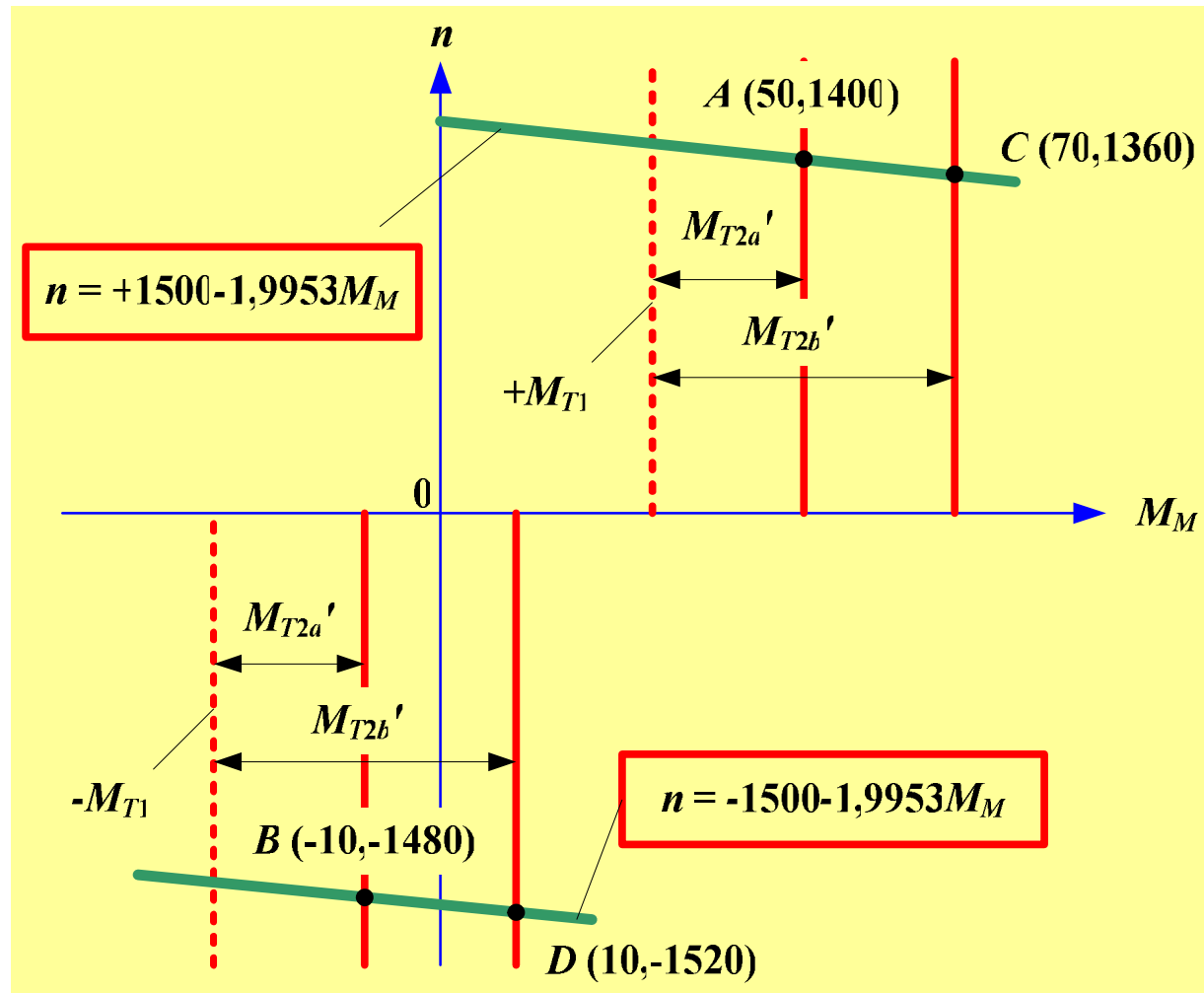
Za spuštanje važe sledeće relacije:

$$M_T' = -30 + 10^{-2} \cdot m_b = -30 + 10^{-2} \cdot 400 = 10 [\text{Nm}] = M_M$$

$$\begin{aligned} n_{sb} &= -1500 - 1,9953 \cdot M_M = -1500 - 1,9953 \cdot 10 = \\ &= -1519,953 \approx -1520 [\text{min}^{-1}] \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Režimi rada motora za slučaj a) radne tačke A i B i slučaj b) radne tačke C i D prikazani su na sledećoj slici:

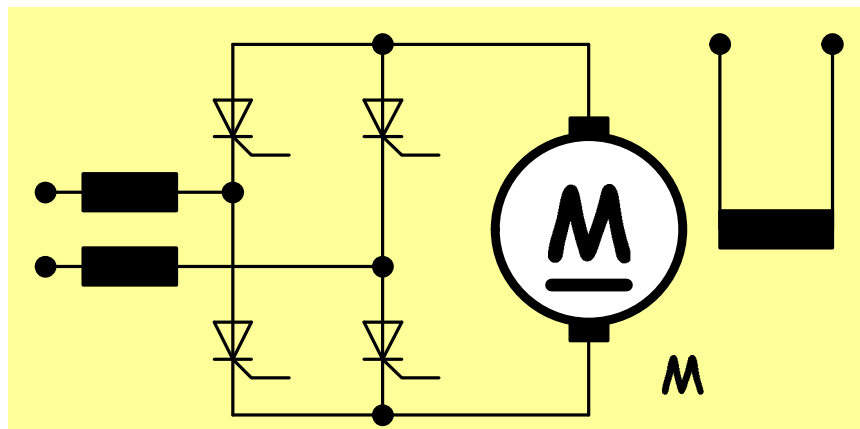


STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Zadatak:

Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, sa podacima: nominalni rotorski napon $U_{nom} = 180 [V]$; nominalna snaga $P_{nom} = 4,25 [kW]$; brzina praznog hoda $n_0 = 750 [min^{-1}]$; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 725 [min^{-1}]$; napaja se iz monofaznog punoupravljivog tiristorskog ispravljača priključenog na mrežu napona $U_{mre} = 220 [V]$.

Odrediti za koliko će se promeniti ugao paljenja tiristora pri nominalnoj brzini obrtanja pri promeni opterećenja od nula do 150% nominalnog (od $M_M = 0$ do $M_M = 1,5M_{nom}$).



STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

Srednja vrednost izlaznog napona iz punoupravljivog tiristorskog ispravljača određena je relacijom:

$$\begin{aligned} U_{sr} &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sqrt{2} \cdot U_{mre} \cdot \sin(\omega t) \cdot d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot U_{mre} \cdot \left[-\cos(\omega t) \right]_{\alpha}^{\pi+\alpha} = \\ &= \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot U_{mre} \cdot \cos \alpha = U_{dc0} \cdot \cos \alpha \end{aligned}$$

Gde je U_{dc0} maksimalni izlazni jednosmerni napon:

$$U_{dco} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot U_{mre} = 0,9 \cdot U_{mre} = 0,9 \cdot 220 = 198[V]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Iz toga proizlazi da pri opterećenju od $M_M = 0$ ugao paljenja tiristora iznosi:

$$U_{sr}' = E_{nom} = U_{dc0} \cdot \cos \alpha'$$

$$E_{nom} = k_E \cdot \Phi_{mnom} \cdot n_{nom} = \frac{U_{nom}}{n_0} \cdot n_{nom}$$

$$\begin{aligned} \alpha' &= \arg \cos \left(\frac{E_{nom}}{U_{dc0}} \right) = \arg \cos \left(\frac{U_{nom}}{U_{dc0}} \cdot \frac{n_{nom}}{n_0} \right) = \arg \cos \left(\frac{U_{nom}}{U_{dc0}} \cdot \frac{n_{nom}}{n_0} \right) = \\ &= \arg \cos \left(\frac{180 \cdot 725}{198 \cdot 750} \right) = \arg \cos(0,8787^*) = 28,50[^\circ] \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Pri opterećenju od $M_M = 1,5 M_{nom}$ i pri nominalnoj brzini obrtanja, ugao paljenja tiristora proizlazi iz sledećih relacija:

$$\frac{I_a}{I_{anom}} = \frac{M_M}{M_{nom}} = 1,5 \Rightarrow I_a = 1,5 I_{anom}$$

$$U_{sr}'' = E_{nom} + (R_a + R_{pp}) \cdot I_a = E_{nom} + 1,5 \cdot (R_a + R_{pp}) \cdot I_{anom} = \\ = U_{dc0} \cdot \cos \alpha''$$

$$(R_a + R_{pp}) \cdot I_{anom} = U_{nom} - E_{nom} = U_{nom} - \frac{U_{nom}}{n_0} \cdot n_{nom} = U_{nom} \cdot \left(1 - \frac{n_{nom}}{n_0} \right)$$

$$U_{sr}'' = \frac{U_{nom}}{n_0} \cdot n_{nom} + 1,5 \cdot U_{nom} \cdot \left(1 - \frac{n_{nom}}{n_0} \right) = U_{nom} \cdot \left(1,5 - 0,5 \cdot \frac{n_{nom}}{n_0} \right) = \\ = U_{dc0} \cdot \cos \alpha'' \Rightarrow$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\begin{aligned}\alpha'' &= \arg \cos \left[\frac{U_{nom}}{U_{dc0}} \cdot \left(1,5 - 0,5 \cdot \frac{n_{nom}}{n_0} \right) \right] = \\ &= \arg \cos \left[\frac{180}{198} \cdot \left(1,5 - 0,5 \cdot \frac{725}{750} \right) \right] = \arg \cos(0,92424^\circ) = 22,445[^\circ]\end{aligned}$$

Prema tome pri nominalnoj brzini obrtanja, promena opterećenja od nula do 150% nominalnog (od $M_M = 0$ do $M_M = 1,5M_{nom}$) izazvaće promenu ugla paljenja tiristora sa 28,50 na 22,445 stepeni.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Zadatak:

Jednosmerni motor sa nezavisnom pobudom ima nominalne podatke: rotorski napon $U_{nom} = 230 [V]$, rotorsku struju $I_{nom} = 100 [A]$, omksi otpor rotora $R_a = 0,2 [\Omega]$, nominalnu brzinu obrtanja $n_{nom} = 1200 [min^{-1}]$, pobudnu struju $I_{pob} = 1 [A]$. Gubici u gvožđu i mehanički gubici se zanemaruju.

Motor pogoni radnu mašinu koja ima linearnu momentnu karakteristiku $M_T = kn$, gde je $k = 0,12 [Nm/min^{-1}]$.

a) Šta treba uraditi da bi se pogon obrtao sa $n = 1000 [min^{-1}]$? Koliku će motor vući struju u tom slučaju?

b) Šta treba uraditi da bi se pogon iz prvog zadatka obrtao sa $n = 1400 [min^{-1}]$, u slučaju da se vrednost rotorskog napona ne može povećati iznad nominalne vrednosti? Koliku će motor vući struju u tom slučaju?

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

a)

$$E_{nom} = U_{nom} - R_a \cdot I_{nom} = 230 - 0,2 \cdot 100 = 210[V]$$

$$M_{T1} = k \cdot n_1 = 0,12 \cdot 1000 = 120[Nm]$$

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{E_{nom} \cdot I_{nom}}{\frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n_{nom}} = \frac{30 \cdot 210 \cdot 100}{\pi \cdot 1200} = \frac{15 \cdot 35}{\pi} = 167,11[Nm]$$

$$M_{nom} = k_M \cdot \Phi_{nom} \cdot I_{nom} \Rightarrow M_1 = M_{T1} = k_M \cdot \Phi_{nom} \cdot I_1 \Rightarrow$$

$$\frac{M_{T1}}{M_{nom}} = \frac{I_1}{I_{nom}} \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{M_{T1}}{M_{nom}} \cdot I_{nom} = \frac{120}{167,11} \cdot 100 = 71,81[A]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$E_{nom} = k_E \cdot \Phi_{nom} \cdot n_{nom} \Rightarrow E_1 = k_E \cdot \Phi_{nom} \cdot n_1 \Rightarrow \frac{E_1}{E_{nom}} = \frac{n_1}{n_{nom}} \Rightarrow$$
$$E_1 = \frac{n_1}{n_{nom}} \cdot E_{nom} = \frac{1000}{1200} \cdot 210 = 175[V]$$

Promenu brzine treba ostvariti smanjenjem napona motora na:

$$U_1 = E_1 + R_a \cdot I_1 = 175 + 0,2 \cdot 71,81 = 189,36[V]$$

Druga, ne ekonomična mogućnost je da se umesto smanjenja napona u kolo rotora doda dodatni otpornik otpornosti:

$$R_d = \frac{U_{nom} - E_1}{I_1} - R_a = \frac{230 - 175}{71,81} - 0,2 = 0,566[\Omega]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

b) Pošto je brzina obrtanja veća od nominalne, očigledno je da treba da *slabimo pobudu*.

Pri tome vrednost struje rotora motora određuje se iz relacija:

$$M_{T2} = k \cdot n_2 = 0,12 \cdot 1400 = 168 [Nm]$$

$$M_{nom} = k_M \cdot \Phi_{nom} \cdot I_{nom} \Rightarrow M_2 = M_{T2} = k_M \cdot \Phi_2 \cdot I_2 \Rightarrow$$

$$\frac{M_{T2}}{M_{nom}} = \frac{\Phi_2}{\Phi_{nom}} \cdot \frac{I_2}{I_{nom}} \Rightarrow$$

$$E_{nom} = k_E \cdot \Phi_{nom} \cdot n_{nom} \Rightarrow E_2 = k_E \cdot \Phi_2 \cdot n_2 \Rightarrow$$

$$\frac{E_2}{E_{nom}} = \frac{\Phi_2}{\Phi_{nom}} \cdot \frac{n_2}{n_{nom}} \Rightarrow$$

$$\frac{M_{T2}}{M_{nom}} \cdot \frac{E_{nom}}{E_2} = \frac{I_2}{I_{nom}} \cdot \frac{n_{nom}}{n_2} \Rightarrow$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\frac{M_{T2}}{M_{nom}} \cdot \frac{n_2}{n_{nom}} \cdot E_{nom} \cdot I_{nom} = E_2 \cdot I_2 = (U_{nom} - R_a \cdot I_2) \cdot I_2 = \\ = U_{nom} \cdot I_2 - R_a \cdot I_2^2 \Rightarrow$$

$$I_2^2 - \frac{U_{nom}}{R_a} \cdot I_2 + \frac{M_{T2}}{M_{nom}} \cdot \frac{n_2}{n_{nom}} \cdot \frac{E_{nom}}{R_a} \cdot I_{nom} = 0$$

Rešenje ove kvadratne jednačine je:

$$a = 1$$

$$b = -\frac{U_{nom}}{R_a}$$

$$c = \frac{M_{T2}}{M_{nom}} \cdot \frac{n_2}{n_{nom}} \cdot \frac{E_{nom}}{R_a} \cdot I_{nom}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \frac{\frac{U_{nom}}{R_a} \pm \sqrt{\left(\frac{U_{nom}}{R_a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{M_{T2}}{M_{nom}} \cdot \frac{n_2}{n_{nom}} \cdot \frac{E_{nom}}{R_a} \cdot I_{nom}}}{2} = \\
 &= \frac{U_{nom}}{2 \cdot R_a} \pm \sqrt{\left(\frac{U_{nom}}{2 \cdot R_a}\right)^2 - \frac{M_{T2}}{M_{nom}} \cdot \frac{n_2}{n_{nom}} \cdot \frac{E_{nom}}{R_a} \cdot I_{nom}} = \\
 &= \frac{230}{2 \cdot 0,2} \pm \sqrt{\left(\frac{230}{2 \cdot 0,2}\right)^2 - \frac{168}{167,11} \cdot \frac{1400}{1200} \cdot \frac{210}{0,2} \cdot 100} = \\
 &= 575 \pm \sqrt{330625 - 123152,41} = \\
 &= 575 \pm \sqrt{207472,58} = 575 \pm 455,49 = \begin{cases} 119,51[A] \\ 694,51[A] \end{cases}
 \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje od:

$$I_2 = 694,51[A]$$

je neprihvatljivo, tako da je:

$$I_2 = 119,51[A]$$

Potreban odnos slabljenja polja nalazi se iz već izvedene relacije za odnos momenata:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_{nom}} = \frac{M_{T2}}{M_{nom}} \cdot \frac{I_{nom}}{I_2} = \frac{168}{167,11} \cdot \frac{100}{119,51} = 0,841[]$$

Odnosno struja pobude mora da se slabi na vrednost:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_{nom}} = \frac{k_p}{k_p} \cdot \frac{I_{p2}}{I_{pnom}} \Rightarrow I_{p2} = \frac{\Phi_2}{\Phi_{nom}} \cdot I_{pnom} = 0,841 \cdot 1 = 0,841[A]$$

Zadatak:

Serijski motor jednosmerne struje ima otpornost rotorskog i namotaja pomoćnih polova $R_a + R_{pp} = 0,12 \text{ } [\Omega]$ i otpornost pobudnog namotaja $R_s = 0,08 \text{ } [\Omega]$.

Motor razvija pri nominalnom naponu od $U_{nom} = 420 \text{ } [V]$, nominalnoj struji od $I_{anom} = 41 \text{ } [A]$ i nominalnoj brzini obrtanja $n_{nom} = 916 \text{ } [min^{-1}]$, nominalni moment $M_{nom} = 176 \text{ } [Nm]$.

a) Ako se moment opterećenja smanji na $M_T = 70 \text{ } [Nm]$, odrediti novu brzinu i struju motora pri istom naponu napajanja.

b) Ako motor treba da razvije nazivni moment pri brzini od $n = 1500 \text{ } [min^{-1}]$, odrediti potrebnu vrednost napona napajanja motora.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

a) *Relacija za vrednost struje motora pri smanjenom opterećenju dobija se deljenjem relacija za smanjeno i nominalno opterećenje:*

$$M_{nom} = k_M \cdot \Phi_{nom} \cdot I_{anom} = k_M \cdot k_\Phi \cdot I_{anom} \cdot I_{anom} = C_M \cdot I_{anom}^2$$

$$M_T = M_m = k_M \cdot \Phi \cdot I_a = k_M \cdot k_\Phi \cdot I_a \cdot I_a = C_M \cdot I_a^2$$

$$\frac{M_T}{M_{nom}} = \frac{C_M \cdot I_a^2}{C_M \cdot I_{anom}^2} \Rightarrow$$

$$I_a = I_{anom} \cdot \sqrt{\frac{M_T}{M_{nom}}} = 41 \cdot \sqrt{\frac{176}{70}} = 26,46[A]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Brzina motora pri smanjenom opterećenju nalazi se iz naponskih jednačina za smanjeno i nominalno opterećenje:

$$\begin{aligned} E_{nom} &= U_{nom} - I_{anom} \cdot (R_a + R_{pp} + R_s) = \\ &= 420 - 41 \cdot (0,12 + 0,08) = 411,8[V] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= U_{nom} - I_a \cdot (R_a + R_{pp} + R_s) = \\ &= 420 - 26,46 \cdot (0,12 + 0,08) = 414,7[V] \end{aligned}$$

$$E_{nom} = k_E \cdot \Phi_{nom} \cdot n_{nom} = k_E \cdot k_\Phi \cdot I_{anom} \cdot n_{nom} = C_E \cdot I_{anom} \cdot n_{nom} \Rightarrow$$

$$E = k_E \cdot \Phi n = k_E \cdot k_\Phi \cdot I_a \cdot n = C_E \cdot I_a \cdot n \Rightarrow$$

$$\frac{E}{E_{nom}} = \frac{C_E \cdot I_a \cdot n}{C_E \cdot I_{anom} \cdot n_{nom}} \Rightarrow$$

$$n = \frac{E}{E_{nom}} \cdot \frac{I_{anom}}{I_a} \cdot n_{nom} = \frac{414,7}{411,8} \cdot \frac{41}{26,46} \cdot 916 = 1429,4[\text{min}^{-1}]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

b) Motor pri brzini od:

$$n = 1500 [\text{min}^{-1}]$$

će vući nominalnu vrednost struje:

$$I_{anom} = 41 [A]$$

iz mreže, pošto treba da razvije nominalni moment, pri čemu iz prethodnih relacija se može pronaći potrebna vrednost elektromotorne sile:

$$E = \frac{C_E \cdot I_{anom} \cdot n}{C_E \cdot I_{anom} \cdot n_{nom}} \cdot E_{nom} = \frac{n}{n_{nom}} \cdot E_{nom} = \frac{1500}{916} \cdot 411,8 = 674,3 [V]$$

$$\begin{aligned} U &= E + I_{anom} \cdot (R_a + R_{pp} + R_s) = \\ &= 674,3 + 41 \cdot (0,12 + 0,08) = 682,5 [V] \end{aligned}$$

Zadatak:

Elektromotorni pogon sa ventilatorskom karakteristikom $M_T = k \cdot n^2$ ostvaren je sa serijskim motorom jednosmerne struje.

Rotorski i kompenzacioni namotaj imaju otpornost $R_a + R_{pp} = 0,3 \text{ } [\Omega]$ a pobudni namotaj ima otpornost $R_s = 0,2 \text{ } [\Omega]$.

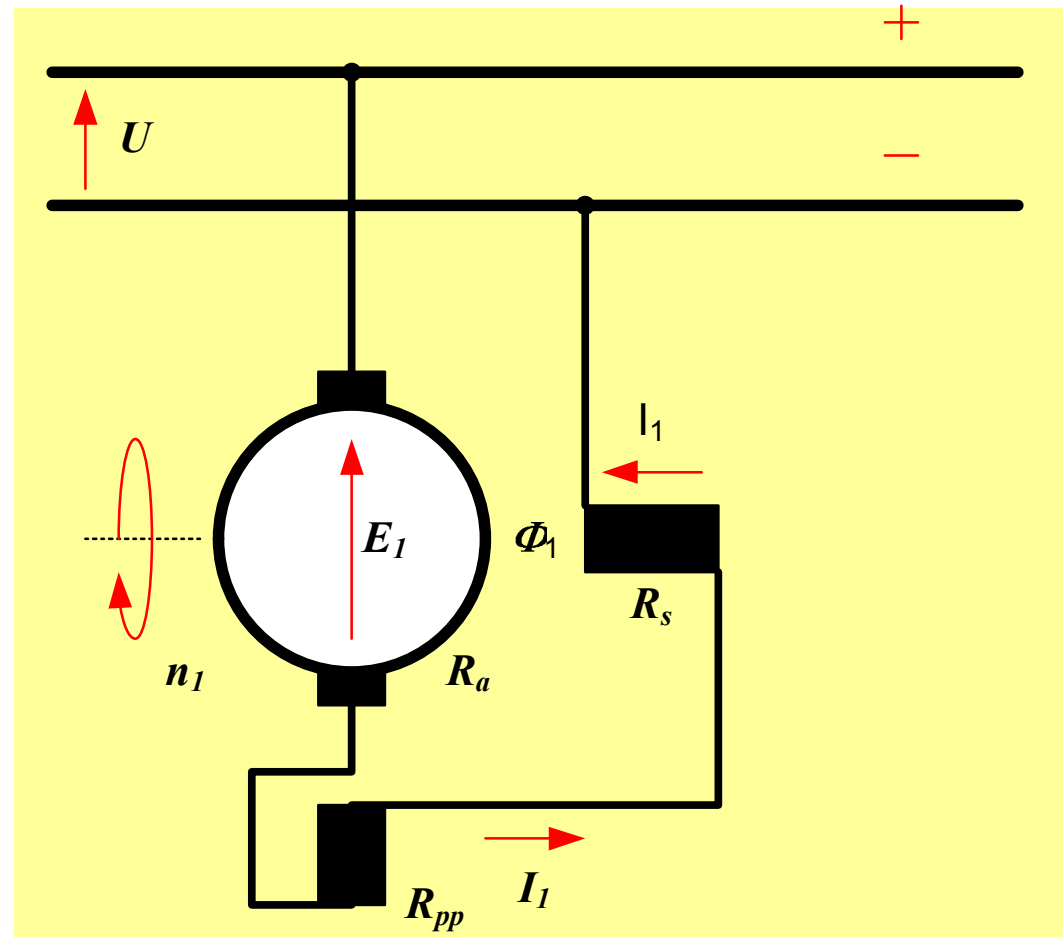
Pri naponu mreže $U_{nom} = 500 \text{ } [V]$ ventilator se okreće brzinom obrtanja $n = 900 \text{ } [min^{-1}]$, pri čemu motor vuče struju od $I_a = 100 \text{ } [A]$.

Sa kojom će se brzinom obrtanja okretati ventilator i koliku će struju motor vući iz mreže ako se pobudni namotaj šentira sa paralelno vezanim otpornikom otpornosti $R_d = 1 \text{ } [\Omega]$.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

Vrednosti promenljivih u prvoj radnoj tački sa nešentiranom pobudom označene su sa indeksom 1, a vrednosti promenljivih u drugoj radnoj tački sa šentiranom pobudom sa indeksom 2.

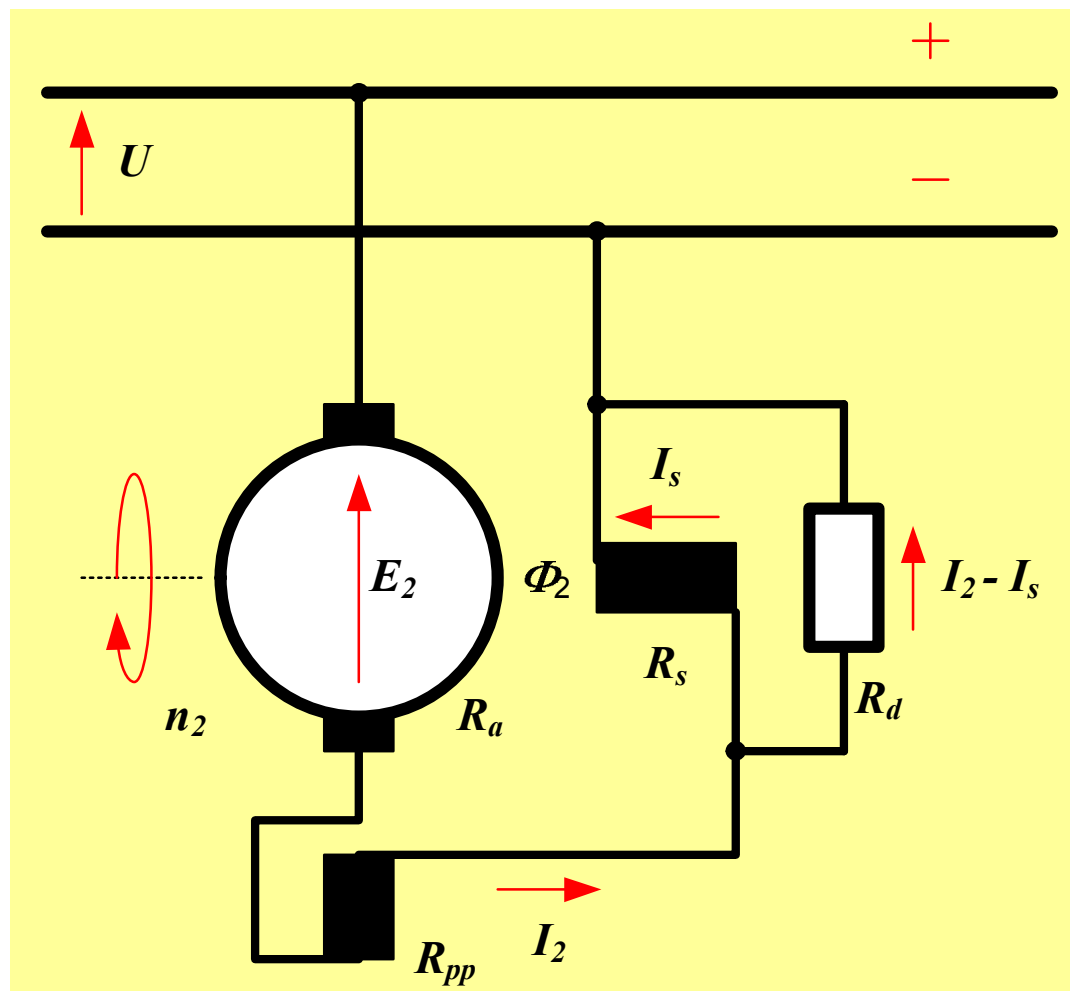


$$M_1 = k_M \cdot \Phi_1 \cdot I_1 = k_M \cdot k_\Phi \cdot I_1 \cdot I_1 = C_M \cdot I_1^2 = M_{T1} = k \cdot n_1^2$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Iz uslova jednakosti pada napona na pobudnom namotaju i dodatnom otporu proizlazi relacija, odnosa struje pobude i rotorske struje, pri čemu je, radi uprošćenja dalje analize, sa A označen pogodan odnos:

$$\begin{aligned} R_s \cdot I_s &= R_d \cdot (I_2 - I_s) \Rightarrow \\ I_s \cdot (R_s + R_d) &= R_d \cdot I_2 \Rightarrow \\ I_s &= \frac{I_2}{1 + \frac{R_s}{R_d}} = \frac{I_2}{A} \Rightarrow \end{aligned}$$



STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$R_{s2} = \frac{R_s \cdot R_d}{R_s + R_d} = \frac{R_s}{1 + \frac{R_s}{R_d}} = \frac{R_s}{A}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= k_M \cdot \Phi_2 \cdot I_2 = k_M \cdot k_\Phi \cdot I_s \cdot I_2 = C_M \cdot I_s \cdot I_2 = C_M \cdot \frac{I_2}{A} \cdot I_2 = \\ &= C_M \cdot \frac{I_2^2}{A} = M_{T2} = k \cdot n_2^2 \end{aligned}$$

Iz relacija za momente za šentirani i nešentirani slučaj nalazi se relacija za izračunavanje veličine rotorske struje za šentirani slučaj:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{A \cdot C_M \cdot I_1^2}{C_M \cdot I_2^2} = \frac{k \cdot n_1^2}{k \cdot n_2^2} \Rightarrow I_2 = I_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \sqrt{A}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$A = 1 + \frac{R_s}{R_d} = 1 + \frac{0,2}{1} = 1,2$$

Dalje iz relacija za elektromotorne sile za šentirani i nešentirani slučaj, pogodnim manipulacijama nalazi se relacija za izračunavanje tražene brzine obrtanja za šentirani slučaj:

$$E_1 = k_E \cdot \Phi_1 \cdot n_1 = k_E \cdot k_\Phi \cdot I_1 \cdot n_1 = C_E \cdot I_1 \cdot n_1 = U - I_1 \cdot (R_a + R_{pp} + R_s)$$

$$\begin{aligned} E_2 &= k_E \cdot \Phi_2 \cdot n_1 = k_E \cdot k_\Phi \cdot I_s \cdot n_2 = C_E \cdot I_s \cdot n_2 = C_E \cdot \frac{I_2}{A} \cdot n_2 = \\ &= U - I_2 \cdot (R_a + R_{pp} + R_{s2}) = U - I_2 \cdot \left(R_a + R_{pp} + \frac{R_s}{A} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{A \cdot C_E \cdot I_1 \cdot n_1}{C_E \cdot I_2 \cdot n_2} = \frac{U - I_1 \cdot (R_a + R_{pp} + R_s)}{U - I_2 \cdot \left(R_a + R_{pp} + \frac{R_s}{A} \right)} \Rightarrow$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\begin{aligned}\frac{A \cdot I_1 \cdot n_1}{I_2 \cdot n_2} &= \frac{U - I_1 \cdot (R_a + R_{pp} + R_s)}{U - I_2 \cdot \left(R_a + R_{pp} + \frac{R_s}{A} \right)} \Rightarrow \\ \frac{A \cdot I_1 \cdot n_1}{I_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \sqrt{A} \cdot n_2} &= \frac{U - I_1 \cdot (R_a + R_{pp} + R_s)}{U - I_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \sqrt{A} \cdot \left(R_a + R_{pp} + \frac{R_s}{A} \right)} \Rightarrow \\ n_1^2 \cdot \sqrt{A} \cdot \left[U - I_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \sqrt{A} \cdot \left(R_a + R_{pp} + \frac{R_s}{A} \right) \right] &= \\ &= n_2^2 \cdot \left[U - I_1 \cdot (R_a + R_{pp} + R_s) \right] \Rightarrow\end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$n_2^2 + n_2 \cdot n_1 \cdot \frac{A \cdot I_1 \cdot \left(R_a + R_{pp} + \frac{R_s}{A} \right)}{U - I_1 \cdot (R_a + R_{pp} + R_s)} - n_1^2 \cdot \frac{U \cdot \sqrt{A}}{U - I_1 \cdot (R_a + R_{pp} + R_s)} = 0$$

Relacija predstavlja kvadratnu jednačinu, čije pozitivno rešenje određuje vrednost tražene brzine obrtanja:

$$a = 1$$

$$b = n_1 \cdot \frac{A \cdot I_1 \cdot \left(R_a + R_{pp} + \frac{R_s}{A} \right)}{U - I_1 \cdot (R_a + R_{pp} + R_s)}$$

$$c = -n_1^2 \cdot \frac{U \cdot \sqrt{A}}{U - I_1 \cdot (R_a + R_{pp} + R_s)}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$a = 1$$

$$b = 900 \cdot \frac{1,2 \cdot 100 \left(0,3 + \frac{0,2}{1,2} \right)}{500 - 100 \cdot (0,3 + 0,2)} = \frac{1,2 \cdot 900 \cdot 100 \cdot 0,467}{450} = 112,08$$

$$c = -900^2 \cdot \frac{500 \cdot \sqrt{1,2}}{500 - 100 \cdot (0,3 + 0,2)} = -900^2 \cdot \frac{500 \cdot \sqrt{1,2}}{450} = -492950,30$$

$$\begin{aligned} n_2 &= \frac{-112,08 \pm \sqrt{112,08^2 + 4 \cdot 492950,30}}{2} = \\ &= \frac{-112,08 \pm \sqrt{1984363,13}}{2} = \\ &= \frac{-112,08 \pm 1408,67}{2} = \boxed{648,29 [\text{min}^{-1}]} \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Vrednost rotorske struje koju motor vuče iz mreže nalazi se iz već prethodno određene relacije, uvrštavanjem rešenja za traženu brzinu obrtanja:

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \sqrt{A} = 100 \cdot \frac{648,29}{900} \cdot \sqrt{1,2} = 78,90[A]$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 3:

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

☑ *Asinhroni motor:*

Sinhrona brzina obrtanja

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p}$$

Klizanje

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

Frekvencija klizanja (u rotoru)

$$f_r = s \cdot f$$

Korisna mehanička snaga

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \eta \cdot \cos \varphi$$

Razvijeni mehanički moment

$$M_m = 3 \cdot \frac{p}{\omega_s} \cdot \frac{R_r'}{s} \cdot |I_r'|^2$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Moment

$$M = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P}{n}$$

Moment u ukolini sinhronne brzine

$$M = \frac{n_s - n}{n_s - n_{nom}} \cdot M_{nom}$$

**Moment uz zanemarivanje
statorskih gubitaka i struje
magnećenja**

$$M = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s}}$$

**Kritični moment u funkciji napona
napajanja**

$$M_{kr} = \left(\frac{U}{U_{nom}} \right)^2 \cdot M_{krnom}$$

**Kritični moment u funkciji
frekvencije u području slabljenja
polja**

$$M_{kr} \approx \left(\frac{f_{nom}}{f} \right)^2 M_{krnom}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Trofazni asinhroni motor sa podacima $P_{nom} = 100$ [kW], $f_{nom} = 50$ [Hz], $n_{nom} = 970$ [min^{-1}] diže preko reduktora teret G_T brzinom od $v_T = 1,2$ [ms^{-1}], pri čemu se vrti brzinom od $n_{md} = 983$ [min^{-1}].

Vlastiti gubici motora zbog trenja i ventilacije su $P_{trv} = 1,8$ [kW], a gubici reduktora i prenosnog mehanizma su $P_r = 4,2$ [kW], i možemo ih smatrati da su približno konstantni pri nominalnoj brzini obrtanja.

Pretpostaviti da su momenti trenja i gubitaka reduktora i prenosnog mehanizma u prvom i drugom režimu rada konstantni. Kolikom brzinom će se spuštati teret G_T uz iste uslove rada (generatorsko kočenje).

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Nominalni moment motora određen je relacijom:

$$M_{nom} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{100000}{970} = 984,664 [Nm]$$

Moment gubitaka trenja i ventilacije motora je konstantan i iznosi:

$$M_{trv} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{trv}}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{1800}{970} = 17,720 [Nm]$$

Proizvedeni moment motora u nominalnoj radnoj tački iznosi:

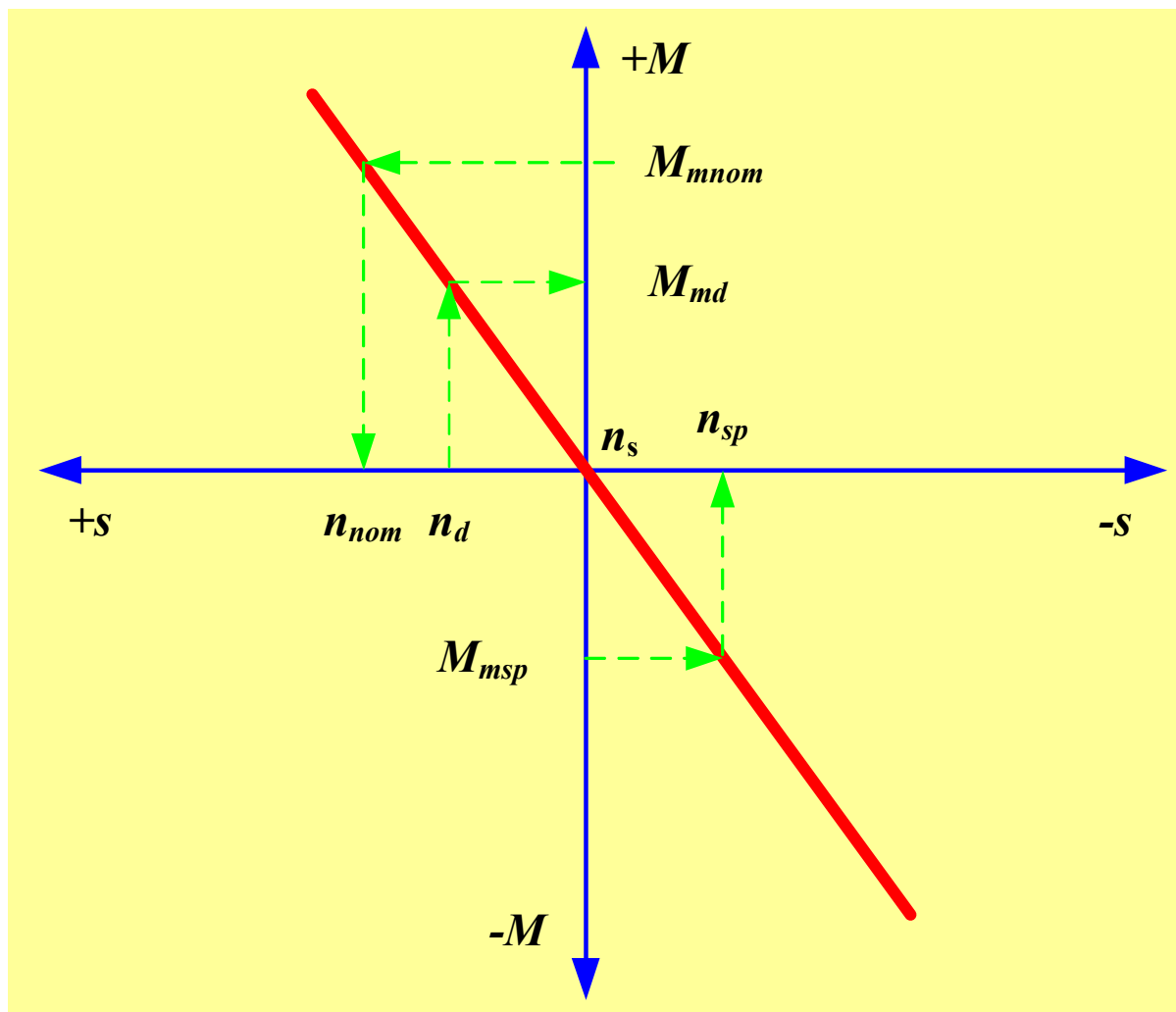
$$M_{mnom} = M_{nom} + M_{trv} = 984,664 + 17,720 = 1002,384 [Nm]$$

Moment gubitaka reduktora je konstantan i iznosi:

$$M_r = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_r}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{4200}{970} = 41,347 [Nm]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

**Vrednost
proizvedenog
moment motora
pri dizanju
brzinom obrtanja
motora $n_{md} = 983$
[min^{-1}], dobija se iz
proporcije iz
dijagrama linearne
aproksimacije
momenta u
funkciji klizanja u
okolini sinhronne
brzine obrtanja:**



STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\frac{M_{mnom}}{S_{nom}} = \frac{M_{md}}{S_d} \Rightarrow \frac{M_{mnom}}{n_s - n_{nom}} = \frac{M_{md}}{n_s - n_d} \Rightarrow$$

$$M_{md} = \frac{n_s - n_d}{n_s - n_{nom}} \cdot M_{mnom} = \frac{1000 - 983}{1000 - 970} \cdot 1002,384 = 567,902 [Nm]$$

Iz toga sledi da svedeni moment tereta iznosi:

$$\begin{aligned} M_T' &= M_{md} - (M_{trv} + M_r) = \\ &= 567,902 - (17,720 + 41,347) = 508,835 [Nm] \end{aligned}$$

Proizvedeni moment motora pri spuštanju u generatorskom režimu, će biti prema tome:

$$\begin{aligned} M_{msp} &= -M_T' + (M_{trv} + M_r) = \\ &= -508,835 + (17,720 + 41,347) = -449,768 [Nm] \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Iz proporcije slično kao za slučaj dizanja nalazi se brzina obrtanja motora pri spuštanju:

$$\frac{M_{mnom}}{S_{nom}} = \frac{M_{msp}}{S_{sp}} \Rightarrow \frac{M_{mnom}}{n_s - n_{nom}} = \frac{M_{msp}}{n_s - n_{sp}} \Rightarrow$$

$$n_s - n_{sp} = \frac{M_{msp}}{M_{mnom}} \cdot (n_s - n_{nom}) \Rightarrow$$

$$n_{sp} = n_s - \frac{M_{msp}}{M_{mnom}} \cdot (n_s - n_{nom}) = 1000 - \frac{-449,768}{1002,384} \cdot (1000 - 970) = \\ = 1000 + 13,453 = 1013,453 [\text{min}^{-1}]$$

Prema tome teret će se kretati brzinom shodno izrazu:

$$\frac{v_d}{n_d} = \frac{v_{sp}}{n_{sp}} \Rightarrow v_{sp} = \frac{n_{sp}}{n_d} v_d = \frac{1013,453}{983} \cdot 1,2 = 1,237 [\text{ms}^{-1}]$$

Zadatak:

Trofazni kavezni asinhroni motor nazivnih podataka $P_{nom} = 4$ [kW], $U_{nom} = 380$ [V], $f_{nom} = 50$ [Hz], $n_{nom} = 1440$ [min⁻¹], spoj = D ima polaznu struju $5I_{nom}$ upotrebljen je za pogon radne mašine sa konstantnim momentom nezavisnim od brzine obrtanja.

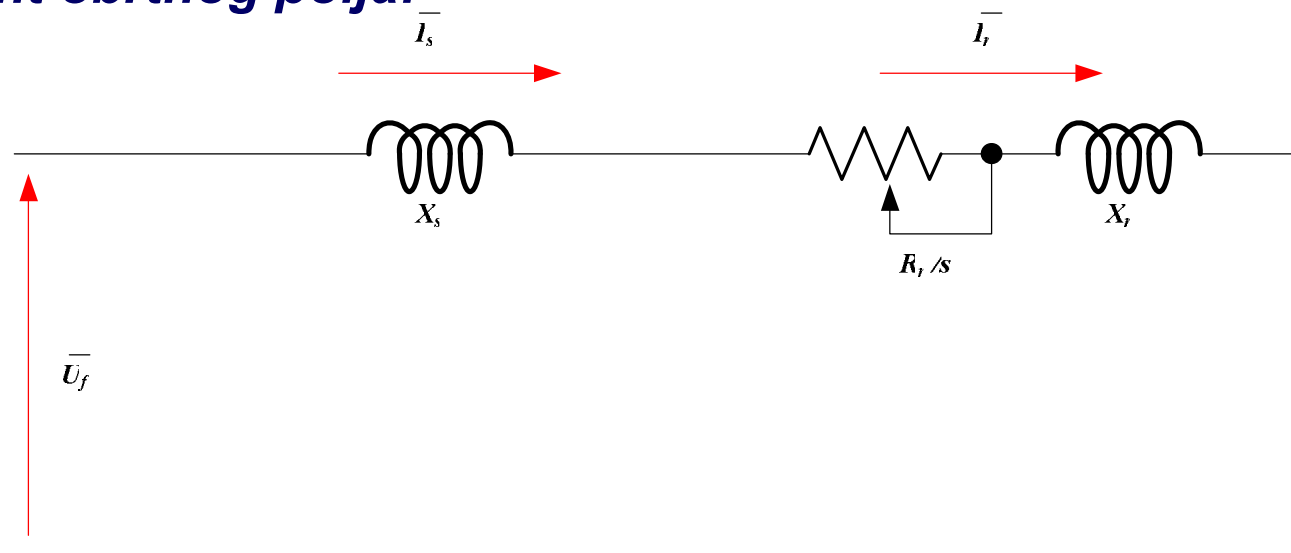
Odrediti do koje brzine obrtanja će se ubrzati motor ako je otporni moment radne mašine $M_T = 20$ [Nm].

Smatrati da su otpor statora i struja magnećenja zanemarljivi.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Vrednost momenta u funkciji klizanja nalazi se na osnovu ekvivalentne šeme asinhronog motora za slučaj u kom se otpornost statorskog namotaja, induktivnost i gubici magnetćenja zanemaruju, što je u zadatku i slučaj. Iz činjenice da je proizvedena mehanička snaga motora jednaka snazi razvijenom na ekvivalentnoj otpornosti rotorskog kruga, sledi izraz za razvijeni mehanički moment obrtnog polja:



STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned} M_m(s) &= \frac{P_{R'_r}}{\Omega_s} = 3 \cdot \frac{R'_r}{s} \cdot \frac{|I'_r(s)|^2}{\Omega_s} = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{s \cdot \omega_s} \cdot |I'_r(s)|^2 = \\ &= \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{\frac{R'_r}{s}}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2} \end{aligned}$$

Maksimalna odnosno kritična vrednost momenta dobija se za vrednost kritičnog klizanja s_{kr} koja se određuje na osnovu ekstrema funkcije, odnosno ekstrema recipročne funkcije, koji se lakše utvrđuje:

$$\frac{d}{ds} \left[\frac{1}{M_m(s)} \right] = 0$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{ds} \left[\frac{1}{M_m(s)} \right] &= \frac{d}{ds} \left[\frac{\omega_s}{3 \cdot p \cdot U_f^2} \cdot \frac{\left(\frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_s + X'_r)^2}{\frac{R'_r}{s}} \right] = \\
 &= \frac{d}{ds} \left\{ \frac{\omega_s}{3 \cdot p \cdot U_f^2 \cdot R'_r} \cdot s \cdot \left[\left(\frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_s + X'_r)^2 \right] \right\} = \\
 &= \frac{d}{ds} \left\{ K \cdot s \cdot \left[\left(\frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_s + X'_r)^2 \right] \right\} = \\
 &= \frac{d}{ds} K \cdot \left[\frac{R_r'^2}{s} + s \cdot (X_s + X'_r)^2 \right] = K \cdot \left[-\frac{R_r'^2}{s^2} + (X_s + X'_r)^2 \right]
 \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$s_{kr} = \pm \frac{R'_r}{X_s + X'_r}$$

Sama vrednost kritičnog momenta iznosi:

$$\begin{aligned} M_{kr} &= \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_{kr}}}{\left(\frac{R'_r}{s_{kr}}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2} = \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_{kr}}}{2 \cdot \left(\frac{R'_r}{s_{kr}}\right)^2} = \\ &= \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{U_f^2}{2 \cdot \frac{R'_r}{s_{kr}}} = \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{U_f^2}{2 \cdot (X_s + X'_r)} \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Prema tome odnos razvijenog i kritičnog momenta je:

$$\begin{aligned}\frac{M_m(s)}{M_{kr}} &= \frac{\frac{\frac{R'_r}{s}}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2}}{2 \cdot \frac{R'_r}{s_{kr}}} = \frac{2 \cdot \frac{R'_r}{s} \cdot \frac{R'_r}{s_{kr}}}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2} = \\ &= \frac{2 \cdot \frac{R'^2_r}{s \cdot s_{kr}}}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + \left(\frac{R'_r}{s_{kr}}\right)^2} = \frac{2}{\frac{s_{kr}}{s} + \frac{s}{s_{kr}}}\end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\frac{M_m(s)}{M_{kr}} = \frac{2}{\frac{s_{kr}}{s} + \frac{s}{s_{kr}}}$$

*Prethodna jednačina predstavlja **uprošćenu Klosovu jednačinu** za izračunavanje statičke karakteristike momenta asinhronog motora, koja se koristi, radi lakše analize.*

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Nominalni moment i klizanje motora iznose:

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{4000}{1440} = 26,526 [Nm]$$

$$s_{nom} = \frac{n_s - n_{nom}}{n_s} = \frac{1500 - 1440}{1500} = \frac{60}{1500} = 0,04 []$$

Polazeći od opšeg izraza za moment, nalaze se izrazi za polazni i nominalni moment uz uslov da su vrednosti statorske i svedene rotorske struje iste:

$$M_{pol} = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{s_{pol} \cdot \omega_s} \cdot I_{pol}^2$$

$$M_{nom} = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{s_{nom} \cdot \omega_s} \cdot I_{nom}^2$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Deljenjem ove dve relacije i daljim rešavanjem dobija se vrednost polaznog momenta:

$$\frac{M_{pol}}{M_{nom}} = \frac{\frac{I_{pol}^2}{I_{nom}^2}}{s_{nom}} \Rightarrow$$

$$M_{pol} = M_{nom} \cdot s_{nom} \cdot \left(\frac{I_{pol}}{I_{nom}} \right)^2 = 26,526 \cdot 0,04 \left(\frac{5}{1} \right)^2 = 26,526 [Nm] = M_{nom}$$

$$\frac{M_m(s)}{M_{kr}} = \frac{2}{\frac{s_{kr}}{s} + \frac{s}{s_{kr}}}$$

Primenom Klosovog obrasca za dve poznate radne tačke na momentnoj krivi, u ovom slučaju za polazak i nominalnu radnu tačku, dobijaju se relacije za izračunavanje kritičnog klizanja i momenta:

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$M_{nom} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}}} \wedge M_{pol} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}} \Rightarrow \frac{M_{nom}}{M_{pol}} = \frac{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}}{\frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}}} = 1$$

$$\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} = \frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}} \Leftarrow \cdot s_{kr} \cdot s_{nom}$$

$$\begin{aligned} s_{kr}^2 \cdot s_{nom} + s_{nom} - s_{nom}^2 - s_{kr}^2 &= 0 \Rightarrow \\ s_{kr}^2 \cdot (1 - s_{nom}) - s_{nom} \cdot (1 - s_{nom}) &= 0 \Rightarrow \\ s_{kr} &= \pm \sqrt{s_{nom}} = \pm \sqrt{0,04} = \pm 0,2 \end{aligned}$$

$$M_{kr} = \frac{M_{pol}}{2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} \right) = \frac{26,526}{2} \cdot \left(\frac{1}{0,2} + 0,2 \right) = 68,968 [Nm]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Ponovnom primenom Klosovog obrasca za zadati otporni moment određuje se tražena brzina obrtanja:

$$M_T = \frac{2M_{kr}}{\frac{s_T}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_T}} \Rightarrow \frac{s_T}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_T} - \frac{2M_{kr}}{M_T} = 0 \Leftrightarrow \cdot s_{kr} s_T \Rightarrow$$

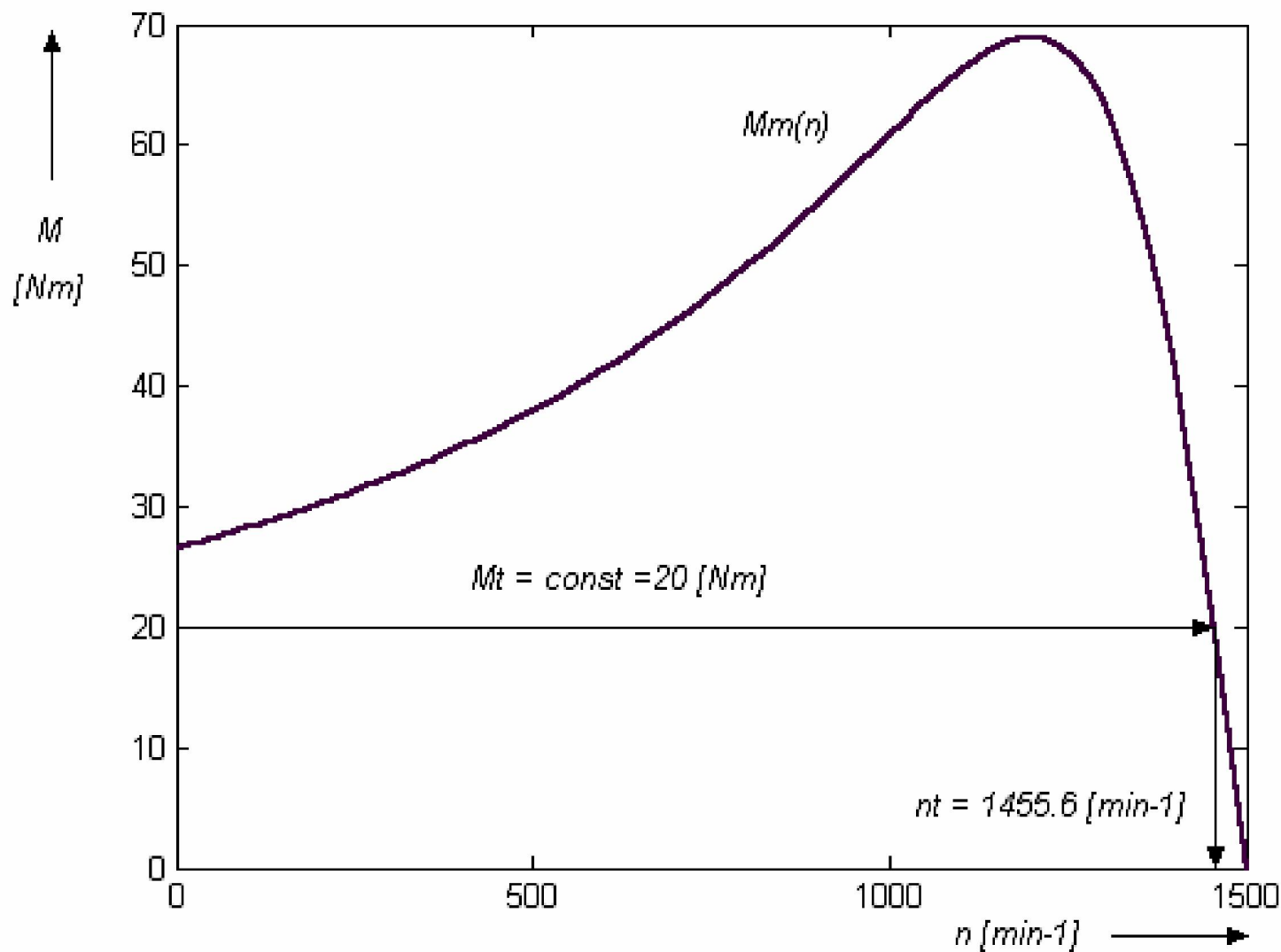
$$s_T^2 - \frac{2 \cdot M_{kr}}{M_T} \cdot s_{kr} \cdot s_T + s_{kr}^2 = 0$$

$$s_T = s_{kr} \cdot \left(\frac{M_{kr}}{M_T} \pm \sqrt{\left(\frac{M_{kr}}{M_T} \right)^2 - 1} \right) =$$

$$= 0,2 \cdot \left(\frac{68,968}{20} \pm \sqrt{3,4484^2 - 1} \right) = 0,0296 \vee 1,349$$

$$n_T = n_s \cdot (1 - s_t) = 1500 \cdot (1 - 0,0296) = 1455,6 [\text{min}^{-1}]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE



Zadatak:

Motor iz prethodnog zadatka upušta se automatskim upuštačem zvezda – trougao.

Koliki maksimalni otporni moment radne mašine u tom slučaju može da savlada pogonski motor pri polasku.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Pri upuštanju zvezda - trougao, smanjuje se napon, pa se smanjuje i moment motora sa vrednošću napona na kvadrat:

$$\begin{aligned}\frac{M_{polz}}{M_{polt}} &= \frac{U_z^2}{U_t^2} \Rightarrow \\ M_{polz} &= M_{polt} \cdot \left(\frac{U_z}{U_t}\right)^2 = 26,525 \cdot \left(\frac{220}{380}\right)^2 = 26,526 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \\ &= \frac{26,526}{3} = 8,842[Nm]\end{aligned}$$

Prema tome sa upuštačem motor može da savlada samo manji moment od:

$$M_T < M_{polz} = 8,842[Nm]$$

Zadatak:

Trofazni kavezni asinhroni motor sa rotorom u kratkom spoju, ima podatke $P_{nom} = 6,7$ [kW], $U_{nom} = 380$ [V], $I_{nom} = 12$ [A], $f_{nom} = 50$ [Hz], $n_{nom} = 1440$ [min⁻¹], $X_s = X_r' = 3$ [Ω], $R_s = 1$ [Ω].

Gubici u gvožđu i mehanički gubici se mogu zanemariti.

Odrediti da li ovaj motor može startovati pri nominalnom momentu opterećenja ako napon napajanja padne za 15%.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

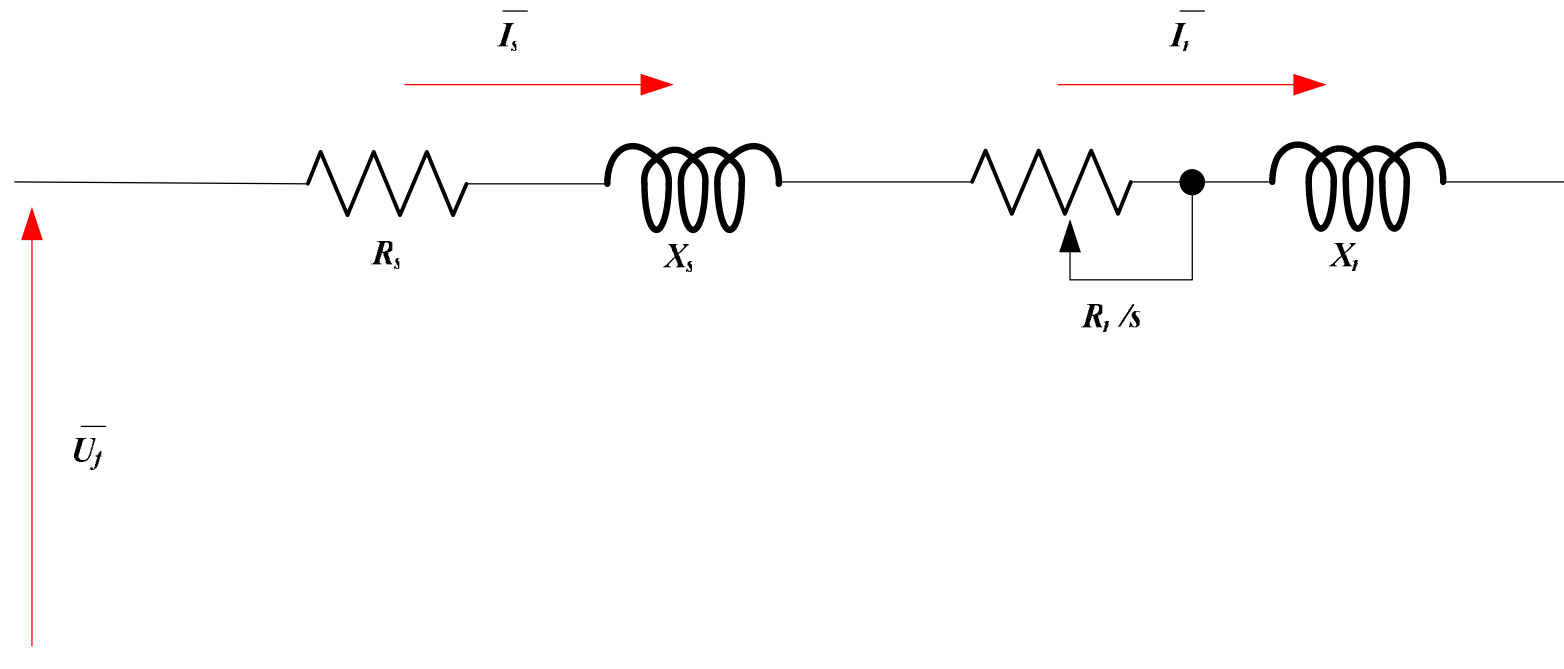
$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 [\text{min}^{-1}]$$

$$s_{nom} = \frac{n_s - n_{nom}}{n_s} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0,04 []$$

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{P_{nom}}{\frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n_{nom}} = \frac{60 \cdot 6700}{2\pi \cdot 1440} = 44,430 [Nm]$$

Da bi motor mogao da startuje mora da proizvede polazni moment M_{pol} veći ili jednak od M_{nom} . Vrednost polaznog momenta u funkciji vrednosti efektivnog napona napajanja nalazi se na osnovu ekvivalentne šeme i činjenice da je proizvedena mehanička snaga motora jednaka snazi razvijenoj na ekvivalentnoj otpornosti rotorskog kruga.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE



$$M_{pol} = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{s \cdot \omega_s} \cdot |I'_r(s)|^2 = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{1 \cdot \omega_s} \cdot |I'_r(1)|^2 =$$

$$= \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{R'_r}{(R_s + R'_r)^2 + (X_s + X'_r)^2}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Za izračunavanje polaznog momenta, fali svedena vrednost rotorskog otpora. Ona se može naći iz izraza za nominalni moment:

$$M_{nom} = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{s_{nom} \cdot \omega_s} \cdot |I'_r(s_{nom})|^2 = \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_{nom}} \cdot U_f^2}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s_{nom}}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2}$$

$$\left(R_s + \frac{R'_r}{s_{nom}}\right)^2 - \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{U_f^2}{M_{nom}} \cdot \frac{R'_r}{s_{nom}} + (X_s + X'_r)^2 = 0$$

$$\left(\frac{R'_r}{s_{nom}}\right)^2 + \frac{R'_r}{s_{nom}} \cdot \left(2 \cdot R_s - \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{U_f^2}{M_{nom}}\right) + R_s^2 + (X_s + X'_r)^2 = 0 / \cdot s_{nom}^2$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$R_r'^2 + R_r' \cdot \left(2 \cdot R_s - \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{U_f^2}{M_{nom}} \right) \cdot s_{nom} + [R_s^2 + (X_s + X_r')^2] \cdot s_{nom}^2 = 0$$

$$R_r'^2 + R_r' \cdot \left(2 \cdot 1 - \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 50 \cdot \pi} \cdot \frac{220^2}{44,43} \right) \cdot 0,04 + [1^2 + (3 + 3)^2] \cdot 0,04^2 = 0$$

$$R_r'^2 + R_r' \cdot (2 - 20,805) \cdot 0,04 + [1 + 36] \cdot 0,04^2 = 0$$

$$R_r'^2 - R_r' \cdot 0,7522 + 0,0592 = 0$$

$$R_{r1/2}' = \frac{0,7522 \pm \sqrt{0,7522^2 - 4 \cdot 0,0592}}{2} = \frac{0,7522 \pm 0,57359}{2} =$$
$$= \begin{cases} 0,6629[\Omega] \\ 0,0893[\Omega] \end{cases}$$

Drugo rešenje daje suviše malu vrednost.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Vrednost polaznog momenta pri nominalnoj vrednosti napona napajanja iznosi:

$$\begin{aligned} M_{polnom} &= \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_{fnom}^2 \cdot \frac{R'_r}{(R_s + R'_r)^2 + (X_s + X'_r)^2} = \\ &= \frac{3 \cdot 2}{100 \cdot \pi} \cdot 220^2 \cdot \frac{0,6629}{(1 + 0,6629)^2 + (3 + 3)^2} = \\ &= 15,809[Nm] < 44,430[Nm] \end{aligned}$$

A pri sniženom naponu za 15%:

$$M_{pol} = 0,85^2 \cdot M_{polnom} = 0,85^2 \cdot 15,809 = 11,422[Nm] < 44,430[Nm]$$

Prema tome čak i pri nominalnom naponu motor ne može da pokrene radnu mašinu sa nominalnim momentom opterećenja.

Zadatak:

Trofazni asinhroni motor sa namotanim rotorom sa podacima: fazni napon $U_s = 220$ [V]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 1400$ [min⁻¹]; induktivnosti rasipanja $L_s = L_r' = 8,8$ [mH]; zajednička induktivnost $L_m \rightarrow \infty$ [mH]; otpornost statora $R_s' = 0$ [Ω]; otpornost rotora svedena na stator $R_r' = 2,5$ [Ω]; nominalna učestanost $f_s = 50$ [Hz], pušta se u rad pomoću rotorskog otpotnika.

Odrediti:

- Vrednost otpora koji treba uključiti u rotor da se ostvari polazak sa najvećim mogućim polaznim momentom.*
- Vrednost otpora za koji se dobija najveći moment pri brzini od $n_b = 600$ [min⁻¹].*
- Vrednost najveće brzine pri kojoj se može postići najveći mogući moment motora.*
- Zašto se za brzine veće od one izračunate pod c), ne može dobiti maksimalan moment motora.*
- Vrednost statorske struje u slučajevima a), b) i c)?*

Rešenje:

a) *Najveći moment motora je kritični moment . Da bi se ostvario uslov zadatka u rotorsko kolo treba dodati otpor, tako da kritično klizanje bude jednako polaznom klizanju $s_{pol} = 1$, odnosno, da važi:*

$$\frac{R_r' + R_{da}'}{\omega_s \cdot (L_s + L_r')} = 1 \Rightarrow$$

$$R_{da}' = \omega_s \cdot (L_s + L_r') - R_r' = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (2 \cdot 0,0088) - 2,5 = 3,029 [\Omega]$$

b) *Vrednost otpora treba smanjiti na vrednost pri kojoj kritično klizanje je jednako klizanju pri brzini od $n_b = 600 \text{ [min}^{-1}]$.*

$$s_b = \frac{n_s - n_b}{n_s} = \frac{1500 - 600}{1500} = \frac{900}{1500} = \frac{3}{5} = 0,6 []$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\frac{R_r' + R_{db}'}{s_b \cdot \omega_s \cdot (L_s + L_r')} = 1 \Rightarrow$$

$$R_{db}' = s_b \cdot \omega_s \cdot (L_s + L_r') - R_r' = 0,6 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot (2 \cdot 0,0088) - 2,5 = 0,818 [\Omega]$$

c) Najveća brzina sa kritičnim momentom je brzina koja odgovara ovom momentu na prirodnoj karakteristici, a to je brzina:

$$s_{kr} = \frac{R_r'}{\omega_s \cdot (L_s + L_r')} = \frac{2,5}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 0,0088} = 0,452 [] \Rightarrow$$

$$n_{kr} = n_s \cdot (1 - s_{kr}) = 1500 \cdot (1 - 0,452) = 821,78 [\text{min}^{-1}]$$

d) Jer je:

$$R_{r \min}' = R_r'$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

U opštem slučaju važi, pošto su za vrednost kritičnog klizanja, vrednosti omskih i induktivnih otpora iste:

$$\begin{aligned} i_{si} &= \frac{U_s}{\sqrt{\left(\frac{R_r' + R_{da}'}{s_i}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_s + L_r')^2}} = \frac{U_s}{\omega_s \cdot (L_s + L_r') \cdot \sqrt{2}} = \\ &= \frac{220}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (2 \cdot 0,0088) \cdot \sqrt{2}} = 28,13[A] \\ i &= a, b, c \end{aligned}$$

Vrednost maksimalnog prevalnog momenta iznosi:

$$\begin{aligned} M_{kr} &= \frac{3 \cdot p}{2} \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s}\right)^2 \cdot \frac{1}{L_s + L_r'} = \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{220}{2\pi \cdot 50}\right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,0088} = \\ &= 83,67[Nm] \end{aligned}$$

Zadatak:

Trofazni asinhroni motor nominalne snage $P_{nom} = 3$ [kW]; nominalnog faznog napona $U_{nom} = 220$ [V]; sa nominalnom vrednošću struje $I_{nom} = 6,3$ [A]; nominalne brzina obrtanja $n_{nom} = 1400$ [min⁻¹] i frekvencije mreže $f_s = 50$ [Hz] ima sledeće parametre ekvivalentne šeme: $R_s = 1,54$ [Ω]; $R_r' = 2,55$ [Ω]; $L_s = L_r' = 8,758$ [mH]; $L_m = 207$ [mH], napaja se iz strujnog izvora, nominalnom strujom i frekvencijom.

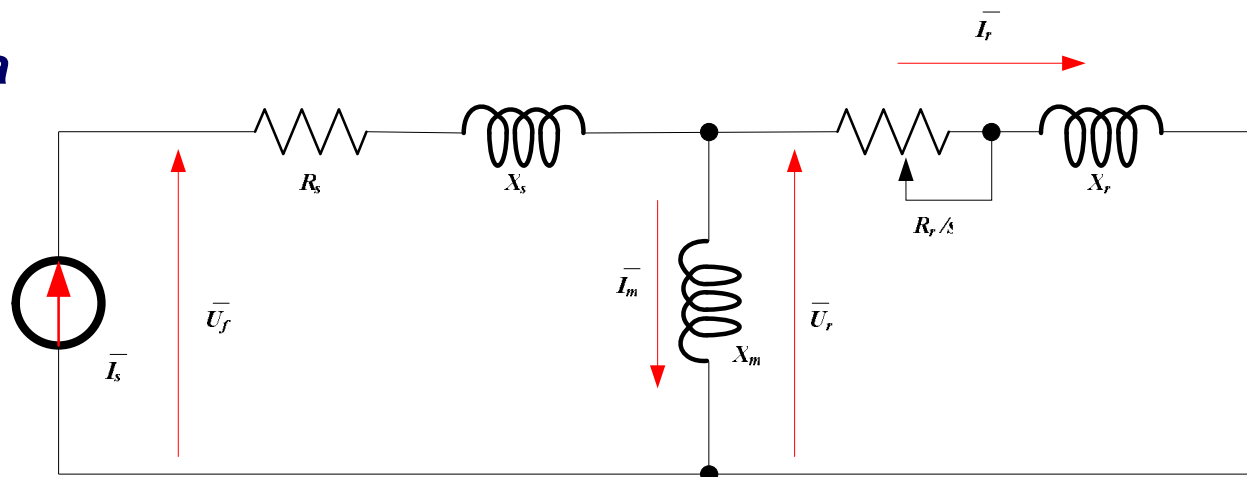
Odrediti:

- a) Vrednost polaznog momenta, momenta pri nominalnoj brzini, kritični moment i brzinu pri kojoj se postiže kritični moment.*
- b) Vrednost druge brzine pri kojoj se postiže nominalni moment.*
- c) Vrednost napona na motoru pri kojoj se postižu traženi momenti.*
- d) Skicirati momentnu karakteristiku i komentarisati je.*

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Vrednost momenta u funkciji konstantne vrednosti statorske struje, nalazi se na osnovu ekvivalentne šeme i činjenice da je proizvedena mehanička snaga motora jednaka snazi razvijenoj na ekvivalentnoj otpornosti rotorskog kruga:



$$M_m = \frac{P}{\Omega_s} = \frac{3 \cdot \frac{R_r'}{s}}{\frac{\omega_s}{p}} \cdot |\bar{I}_r'|^2 = \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{R_r'}{s} \cdot |\bar{I}_r'|^2$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Veličina svedene vrednosti rotorske struje nalazi se iz relacije:

$$\bar{U}_r' = \bar{I}_r' \cdot \left(\frac{R_r'}{s} + j \cdot X_r' \right) = \bar{I}_m \cdot j \cdot X_m = (\bar{I}_s - \bar{I}_r') \cdot j \cdot X_m \Rightarrow$$

$$\bar{I}_r' \cdot \left[\frac{R_r'}{s} + j \cdot (X_r' + X_m) \right] = \bar{I}_s \cdot j \cdot X_m \Rightarrow$$

$$\bar{I}_r' = \bar{I}_s \cdot \frac{j \cdot X_m}{\frac{R_r'}{s} + j \cdot (X_r' + X_m)} \Rightarrow$$

$$I_r' = I_s \cdot \frac{X_m}{\sqrt{\left(\frac{R_r'}{s} \right)^2 + (X_r' + X_m)^2}} = I_s \cdot \frac{\omega_s \cdot L_m}{\sqrt{\left(\frac{R_r'}{s} \right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_r' + L_m)^2}}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Iz tog proizlazi da je vrednost momenta određena izrazom:

$$\begin{aligned} M_m &= \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot \frac{R_r'}{s} \cdot I_s^2 \cdot \frac{\omega_s^2 \cdot L_m^2}{\left(\frac{R_r'}{s}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_r' + L_m)^2} = \\ &= 3 \cdot p \cdot I_s^2 \cdot \omega_s \cdot L_m^2 \cdot \frac{\frac{R_r'}{s}}{\left(\frac{R_r'}{s}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_r' + L_m)^2} \end{aligned}$$

Maksimalna odnosno kritična vrednost momenta dobija se za vrednost kritičnog klizanja s_{kr} koja se nalazi na osnovu ekstrema funkcije, odnosno ekstrema recipročne funkcije, koji se lakše određuje.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{M_m(s)} \right) &= \frac{d}{ds} \left[\frac{1}{3 \cdot p \cdot I_s^2 \cdot \omega_s \cdot L_m^2} \cdot \frac{\left(\frac{R_r'}{s} \right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_r' + L_m)^2}{\frac{R_r'}{s}} \right] = \\
 &= \frac{d}{ds} \left\{ \frac{1}{3 \cdot p \cdot I_s^2 \cdot \omega_s \cdot L_m^2 \cdot R_r'} \cdot s \cdot \left[\left(\frac{R_r'}{s} \right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_r' + L_m)^2 \right] \right\} = \\
 &= \frac{d}{ds} \left\{ K \cdot \left[\frac{R_r'^2}{s} + s \cdot \omega_s^2 \cdot (L_r' + L_m)^2 \right] \right\} = \\
 &= K \cdot \left[-\frac{R_r'^2}{s^2} + \omega_s^2 \cdot (L_r' + L_m)^2 \right] = 0 \Rightarrow
 \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$s_{kr} = \pm \frac{R'_r}{\omega_s \cdot (L'_r + L_m)} = \pm \frac{R'_r}{X'_r + X_m}$$

Sama vrednost kritičnog momenta iznosi:

$$\begin{aligned} M_{kr} &= 3 \cdot p \cdot I_s^2 \cdot \omega_s \cdot L_m^2 \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_{kr}}}{\left(\frac{R'_r}{s_{kr}}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L'_r + L_m)^2} = \\ &= 3 \cdot p \cdot I_s^2 \cdot \omega_s \cdot L_m^2 \cdot \frac{s_{kr}}{2 \cdot \left(\frac{R'_r}{s_{kr}}\right)^2} = 3 \cdot p \cdot I_s^2 \cdot \omega_s \cdot L_m^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{R'_r}{s_{kr}}} = \\ &= 3 \cdot p \cdot I_s^2 \cdot \frac{L_m^2}{2 \cdot (L'_r + L_m)} \end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Odnos razvijenog i kritičnog momenta je prema tome:

$$\begin{aligned} \frac{M_m}{M_{kr}} &= \frac{\frac{\frac{R'_r}{s}}{\left(\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_r' + L_m)^2\right)}}{\frac{1}{2 \cdot \frac{R'_r}{s_{kr}}}} = \frac{2 \cdot \frac{R'_r}{s} \cdot \frac{R'_r}{s_{kr}}}{\left(\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_r' + L_m)^2\right)} = \\ &= \frac{2 \cdot \frac{R_r'^2}{s \cdot s_{kr}}}{\left(\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + \left(\frac{R'_r}{s_{kr}}\right)^2\right)} = \boxed{\frac{2}{\frac{s_{kr}}{s} + \frac{s}{s_{kr}}}} \end{aligned}$$

Klosova jednačina za izračunavanje momenta kod napajanja sa konstantnom vrednošću struje.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

a) Kritično klizanje, moment i brzina obrtanja pri strujnom napajanju iznose:

$$s_{kr} = \frac{R'_r}{\omega_s \cdot (L'_r + L_m)} = \frac{2,55}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (0,008758 + 0,207)} = 0,03763 []$$

$$M_{kr} = 3 \cdot p \cdot I_s^2 \cdot \frac{L_m^2}{2 \cdot (L'_r + L_m)} = 3 \cdot 2 \cdot 6,3^2 \cdot \frac{0,207^2}{2 \cdot (0,008758 + 0,207)} = 23,64 [Nm]$$

$$n_{kr} = n_s \cdot (1 - s_{kr}) = 1500 \cdot (1 - 0,03763) = 1443,5 [\text{min}^{-1}]$$

Polazni moment iznosi:

$$M_{pol} = M_m(s = 1) = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_{kr}}{1} + \frac{1}{s_{kr}}} = \frac{2 \cdot 23,64}{\frac{0,03763}{1} + \frac{1}{0,03763}} = 1,776 [Nm]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Nominalni moment pri nominalnom klizanju iznosi:

$$s_{nom} = \frac{n_s - n_{nom}}{n_s} = \frac{1500 - 1400}{1500} = \frac{1}{15} = 0,0666 []$$

$$M_{nom} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_{kr}}{s_{nom}} + \frac{s_{nom}}{s_{kr}}} = \frac{2 \cdot 23,64}{\frac{0,03763}{0,0666} + \frac{0,0666}{0,03763}} = 20,24 [Nm]$$

b) Druga vrednost klizanja odnosno brzine pri kojoj se postiže nominalni moment nalazi se iz Klosovog obrasca:

$$M_{nom} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_b}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_b}} \Rightarrow \frac{s_{kr}}{s_b} + \frac{s_b}{s_{kr}} - 2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} = 0 \Leftarrow \cdot s_{kr} \cdot s_b \Rightarrow$$

$$s_b^2 - 2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} \cdot s_{kr} \cdot s_b + s_{kr}^2 = 0 \Rightarrow$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$s_b = s_{kr} \cdot \left(\frac{M_{kr}}{M_{nom}} \pm \sqrt{\left(\frac{M_{kr}}{M_{nom}} \right)^2 - 1} \right) =$$
$$= 0,003763 \cdot \left(\frac{23,64}{20,24} \pm \sqrt{\left(\frac{23,64}{20,24} \right)^2 - 1} \right) = \begin{cases} 0,0666[] \\ 0,02124[] \end{cases}$$

Prvo rešenje predstavlja nominalnu brzinu obrtanja a drugo traženu brzinu:

$$n_b = n_s (1 - s_b) = 1500 \cdot (1 - 0,02124) = 1468,13 [\text{min}^{-1}]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

c) Radi lakšeg izračunavanja vrednosti napona, zgodno je prvo odrediti impredanse:

$$X_s = \omega_s \cdot L_s = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,008758 = 2,75[\Omega]$$

$$X_m = \omega_s \cdot L_m = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,207 = 65[\Omega]$$

$$X_r' = \omega_s \cdot L_r' = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,008758 = 2,75[\Omega]$$

Impredansa koju vidi strujni izvor određena je relacijom:

$$\overline{Z}_{uk} = \overline{Z}_s + \overline{Z}_{mr} = R_s + j \cdot X_s + \frac{j \cdot X_m \left(\frac{R_r'}{s} + j \cdot X_r' \right)}{\frac{R_r'}{s} + j \cdot (X_r' + X_m)}$$

Dok je napon na motoru određen sa:

$$\overline{U}_f = \overline{Z}_{uk} \cdot \overline{I}_s \Rightarrow U_f = Z_{uk} \cdot I_s$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Naponi na motoru pri kojima se postižu kritičan moment, polazni moment i nominalni moment iznose:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{uk}(s = s_{kr}) &= 1,54 + j \cdot 2,75 + \frac{j \cdot 65 \cdot \left(\frac{2,55}{0,3763} + j 2,75 \right)}{\frac{2,55}{0,3763} + j(2,75 + 65)} = \\ &= 32,72 + j \cdot 36,25 = 48,83 \cdot e^{j \cdot 47,92} [\Omega]\end{aligned}$$

$$U_f(s = s_{kr}) = 48,83 \cdot 6,3 = 307,629[V] \gg U_{fnom} = 220[V]$$

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{uk}(s = s_{pol}) &= 1,54 + j \cdot 2,75 + \frac{j \cdot 65 \cdot \left(\frac{2,55}{1} + j \cdot 2,75 \right)}{\frac{2,55}{1} + j \cdot (2,75 + 65)} = \\ &= 3,89 + j \cdot 5,42 = 6,72 \cdot e^{j \cdot 54,60} [\Omega]\end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$U_f(s = s_{pol}) = 6,72 \cdot 6,3 = 42,337[V]$$

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{uk}(s = s_{nom}) &= 1,54 + j2,75 + \frac{j \cdot 65 \cdot \left(\frac{2,55}{0,0666} + j \cdot 2,75 \right)}{\frac{2,55}{0,0666} + j \cdot (2,75 + 65)} = \\ &= 28,23 + j \cdot 20,44 = 34,85 \cdot e^{j \cdot 35,91} [\Omega]\end{aligned}$$

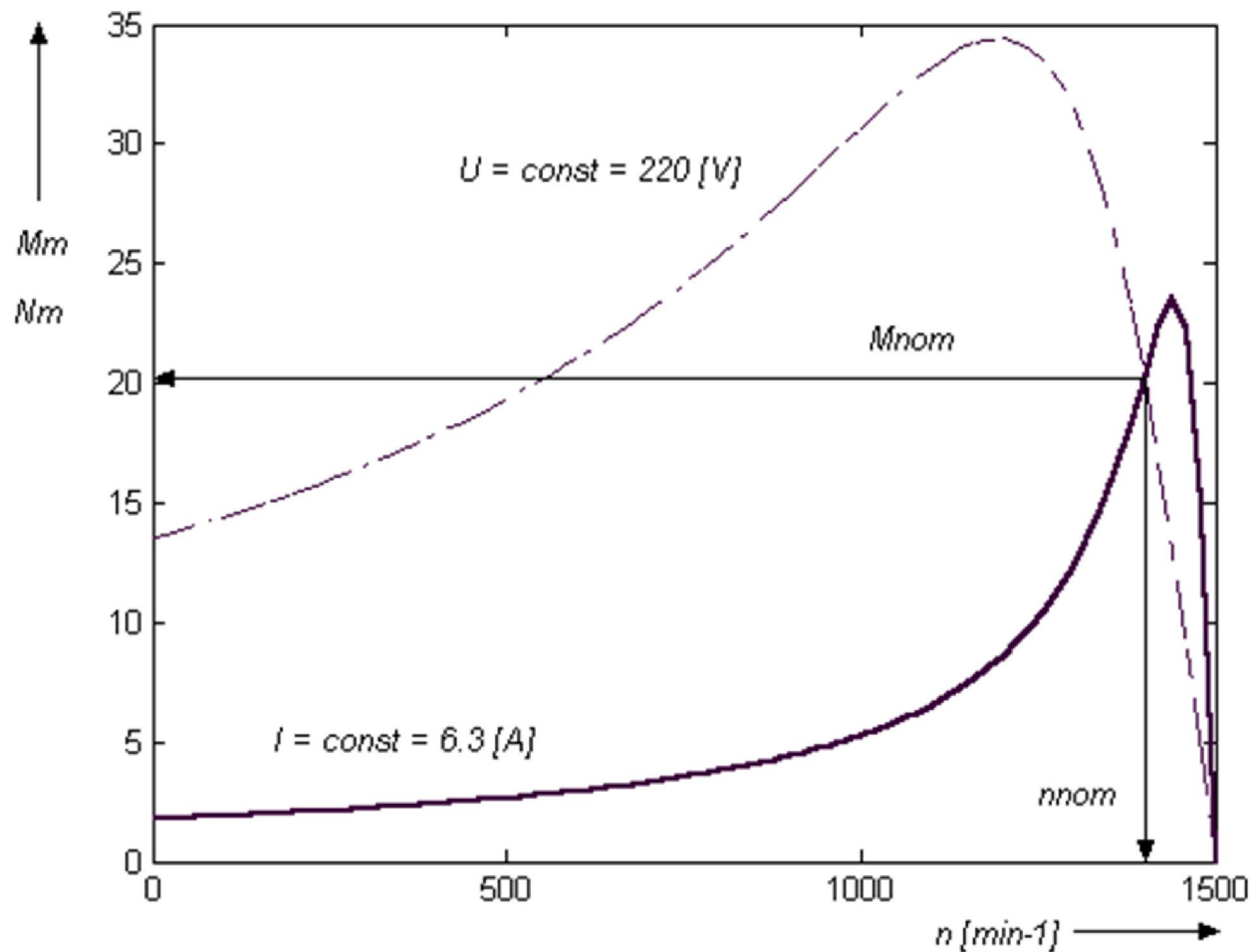
$$U_f(s = s_{nom}) = 34,85 \cdot 6,3 = 219,55[V] \approx U_{fnom} = 220[V]$$

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{uk}(s = s_b) &= 1,54 + j \cdot 2,75 + \frac{j \cdot 65 \cdot \left(\frac{2,55}{0,02124} + j \cdot 2,75 \right)}{\frac{2,55}{0,02124} + j \cdot (2,75 + 65)} = \\ &= 28,12 + j \cdot 53,01 = 60 \cdot e^{j \cdot 62,06} [\Omega]\end{aligned}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$U_f(s = s_b) = 60 \cdot 6,3 = 378[V] \gg U_{fnom} = 220[V]$$

d)



ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 4:

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE.
STATIČKA STABILNOST POGONA.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Pogon je ostvaren sa trofaznim asihronim 10-polnim motorom od $P_{nom} = 850$ [kW], $U_{nom} = 6000$ [V], $I_{nom} = 101$ [A], $f_{nom} = 50$ [Hz] i okreće se u trajnom pogonu sa $n = 590$ [min^{-1}].

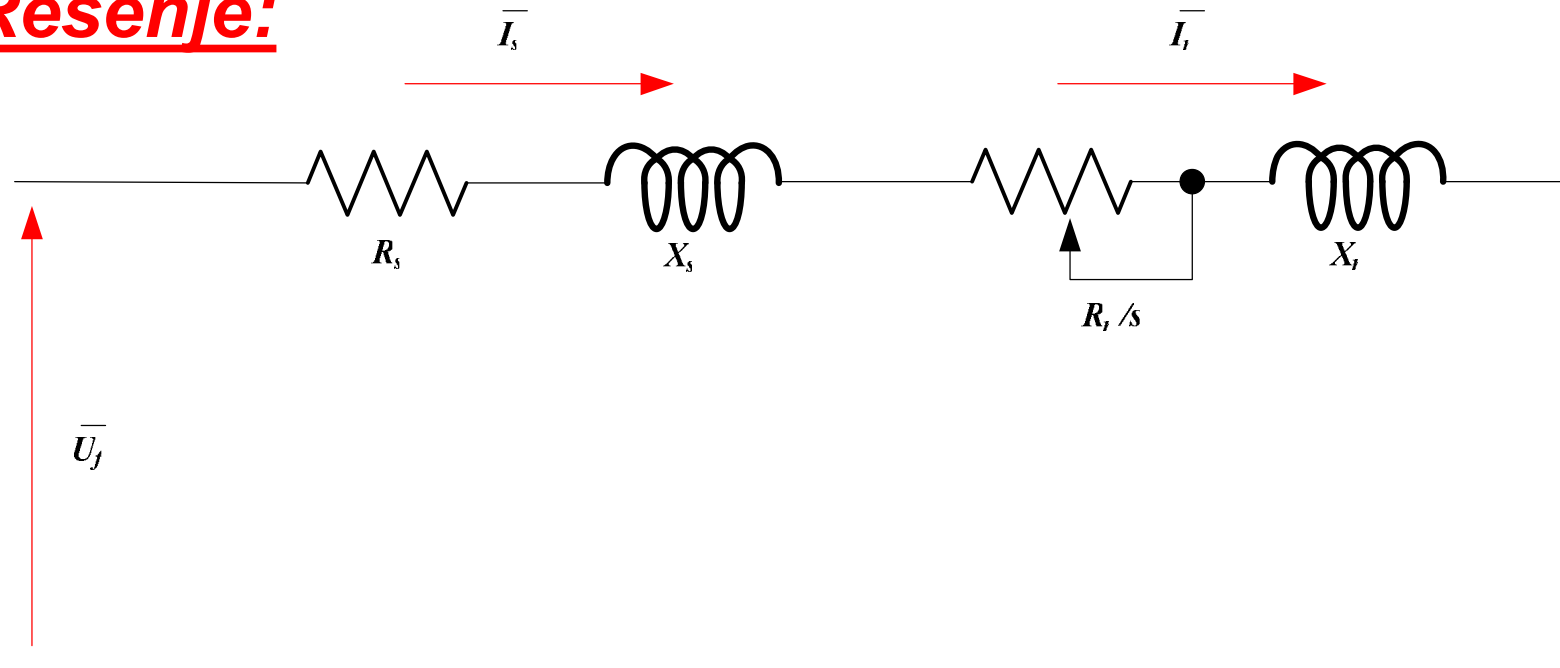
Dobavljač daje ove podatke:

$I_r = 450$ [A], $R_s = 0,6$ [Ω], $X_s = 4,17$ [Ω], $R_r = 0,025$ [Ω], $R_r' = 0,69$ [Ω], $X_r' = 4,15$ [Ω], $P_{trv} = 1\% P_{nom}$.

Odrediti snagu i rezervu kojom radi motor.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:



Vrednost momenta u funkciji klizanja nalazi se na osnovu ekvivalentne šeme asinhronog motora za slučaj u kom se induktivnost i gubici magnećenja zanemaruju. Iz činjenice da je proizvedena mehanička snaga motora jednaka snazi razvijenoj na ekvivalentnoj otpornosti rotorskog kruga, sledi izraz za razvijeni mehanički moment:

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned} M_m(s) &= \frac{P_{R'_r}}{\Omega_s} = 3 \cdot \frac{R'_r}{s} \cdot \frac{|I'_r(s)|^2}{\Omega_s} = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{s \cdot \omega_s} \cdot |I'_r(s)|^2 = \\ &= \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{\frac{R'_r}{s}}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2} \end{aligned}$$

$$\frac{d}{ds} \left[\frac{1}{M_m(s)} \right] = \frac{d}{ds} \left[\frac{\omega_s}{3 \cdot p \cdot U_f^2} \cdot \frac{\left(R_s + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2}{\frac{R'_r}{s}} \right] \Rightarrow$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left\{ \frac{\omega_s}{3 \cdot p \cdot U_f^2 \cdot R'_r} \cdot s \left[\left(R_s + \frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_s + X'_r)^2 \right] \right\} &= \\ = \frac{d}{ds} \left\{ K \cdot s \cdot \left[\left(R_s + \frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_s + X'_r)^2 \right] \right\} &= \\ = \frac{d}{ds} \left\{ K \cdot \left[s \cdot R_s^2 + 2 \cdot R_s \cdot R'_r + \frac{R_r'^2}{s} + s \cdot (X_s + X'_r)^2 \right] \right\} &= \\ = K \cdot \left[R_s^2 - \frac{R_r'^2}{s^2} + (X_s + X'_r)^2 \right] = 0 &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$s_{kr} = \pm \frac{R'_r}{\sqrt{R_s^2 + (X_s + X'_r)^2}}$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned} M_{kr} &= \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_{kr}}}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s_{kr}}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2} = \\ &= \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_{kr}}}{R_s^2 + 2 \cdot R_s \cdot \frac{R'_r}{s_{kr}} + \left(\frac{R'_r}{s_{kr}}\right)^2 + (X_s + X'_r)^2} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{R'_r}{s_{kr}}\right)^2 = R_s^2 + (X_s + X'_r)^2$$


STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$M_{kr} = \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_{kr}}}{2 \cdot R_s \cdot \frac{R'_r}{s_{kr}} + 2 \cdot \left(\frac{R'_r}{s_{kr}} \right)^2} = \frac{3 \cdot p}{\omega_s} \cdot U_f^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \left(R_s + \frac{R'_r}{s_{kr}} \right)}$$

$$\frac{M_m(s)}{M_{kr}} = \frac{\frac{\frac{R'_r}{s}}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_s + X'_r)^2}}{\frac{1}{2 \cdot \left(R_s + \frac{R'_r}{s_{kr}} \right)}} = \frac{2 \cdot \frac{R'_r}{s} \cdot \left(R_s + \frac{R'_r}{s_{kr}} \right)}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s} \right)^2 + (X_s + X'_r)^2} \Rightarrow$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned} \frac{M_m(s)}{M_{kr}} &= \frac{2 \cdot \frac{R'_r}{s} \cdot \left(R_s + \frac{R'_r}{s_{kr}} \right)}{\left(R_s + \frac{R'_r}{s} \right)^2 + \left(\frac{R'_r}{s_{kr}} \right)^2 - R_s^2} = \frac{2 \cdot \left(R_s + \frac{R'_r}{s_{kr}} \right)}{\frac{R'_r}{s} + \frac{s \cdot R'_r}{s_{kr}^2} + 2 \cdot R_s} \cdot \frac{\frac{1}{R'_r} s_{kr}}{\frac{1}{R'_r} s_{kr}} = \\ &= \frac{2 \cdot \left(1 + \frac{R_s}{R'_r} \cdot s_{kr} \right)}{\frac{s_{kr}}{s} + \frac{s}{s_{kr}} + 2 \cdot \frac{R_s}{R'_r} \cdot s_{kr}} = \frac{2 \cdot (1 + \beta)}{\frac{s_{kr}}{s} + \frac{s}{s_{kr}} + 2 \cdot \beta} \end{aligned}$$

$$\beta = \frac{R_s}{R'_r} \cdot s_{kr} = \pm \frac{R_s}{\sqrt{R_s^2 + (X_s + X'_r)^2}}$$

Klosova jednačina.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Kritično klizanje s_{kr} i faktor β iznose, uzimajući u obzir njihove pozitivne vrednosti i pošto se radi o motornom režimu:

$$s_{kr} = \frac{R'_r}{\sqrt{R_s^2 + (X_s + X'_r)^2}} = \frac{0,69}{\sqrt{0,6^2 + (4,17 + 4,15)^2}} = 0,0827[]$$

$$\beta = \frac{R_s}{\sqrt{R_s^2 + (X_s + X'_r)^2}} = \frac{0,6}{\sqrt{0,6^2 + (4,17 + 4,15)^2}} = 0,0719[]$$

Sinhroni broj obrtaja motora iznosi:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{5} = 600[\text{min}^{-1}]$$

Gubici u bakru rotora iznose:

$$P_{Cu2} = 3 \cdot R_r \cdot I_r^2 = 3 \cdot 0,025 \cdot 450^2 = 15187,5[\text{W}]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Gubici trenja i ventilacije iznose 1% od nominalne snage, odnosno:

$$P_{trv} = \frac{1}{100} \cdot P_{nom} = \frac{850}{100} = 8,5[\text{kW}] = 8500[\text{W}]$$

Proizvedena snaga obrtnog polja je:

$$P_{mnom} = P_{nom} + P_{Cu2} + P_{trv} = 850 + 15,1875 + 8,5 = 863,6875[\text{kW}]$$

Vrednost klizanja pri nominalnom broju obrtaja iznosi:

$$s_{nom} = \frac{P_{Cu2}}{P_{mnom}} = \frac{15,1875}{863,6875} = 0,0176[\]$$

Nominalni broj obrtaja je:

$$n_{nom} = n_s \cdot (1 - s_{nom}) = 600 \cdot (1 - 0,0176) = 589,44[\text{min}^{-1}]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

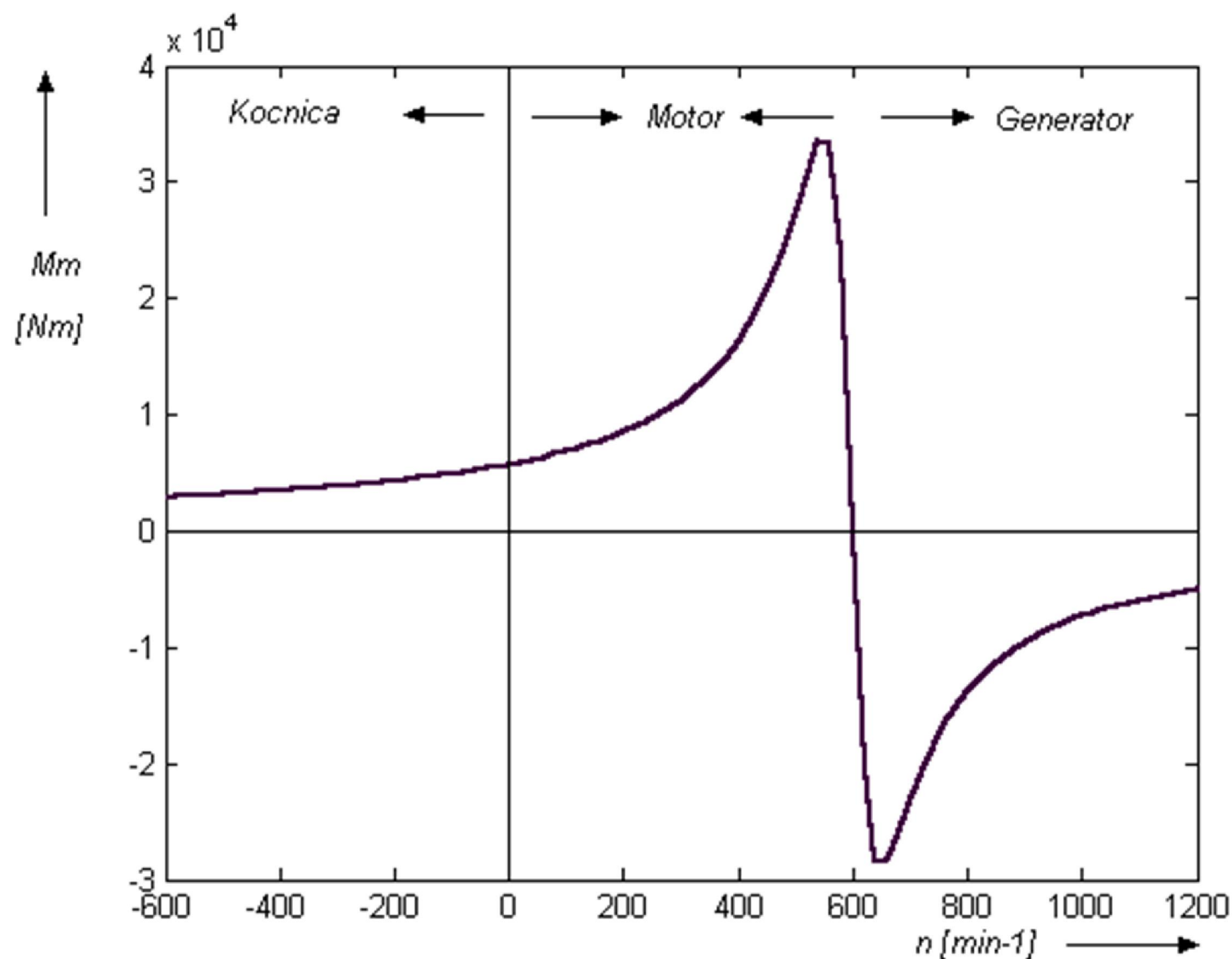
Razvijeni mehanički moment pri nominalnoj brzini iznosi:

$$M_{mnom} = \frac{P_{nom} + P_{trv}}{\Omega_{nom}} = \frac{P_{nom} + P_{trv}}{\frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n_{nom}} = \frac{30 \cdot (850000 + 8500)}{\pi \cdot 589,44} =$$
$$= 13908,239 [Nm]$$

Iz Klosove jednačine dobija se vrednost kritičnog momenta:

$$M_{kr} = M_{mnom} \cdot \frac{\frac{S_{kr}}{S_{nom}} + \frac{S_{nom}}{S_{kr}} + 2 \cdot \beta}{2 \cdot (1 + \beta)} =$$
$$= 13908,239 \cdot \frac{\frac{0,0827}{0,0176} + \frac{0,0176}{0,0827} + 2 \cdot 0,0719}{2 \cdot (1 + 0,0719)} = 32798,155 [Nm]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE



STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Vrednost klizanja pri zadatom broju obrtaja iznosi:

$$s' = \frac{n_s - n'}{n_s} = \frac{600 - 590}{600} = 0,0167[\]$$

Pri toj broju obrtaja motor razvija moment:

$$M_m' = \frac{2 \cdot M_{kr} \cdot (1 + \beta)}{\frac{s_{kr}}{s} + \frac{s}{s_{kr}} + 2 \cdot \beta} = \frac{2 \cdot 32798,155 \cdot (1 + 0,0719)}{\frac{0,0827}{0,0167} + \frac{0,0167}{0,0827} + 2 \cdot 0,0719} = 13272,003[Nm]$$

Tražena mehanička snaga motora pri toj brzini je:

$$P_m' = M_m' \cdot \Omega_m' - P_{trv} = M_m' \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot n' - P_{trv} = 13272,003 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot 590 - 8500 = 811506,134[W]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Tražena rezerva motora je prema tome:

$$P_{rez} = P_{nom} - P_m' = 850000 - 811506,134 = 38493,866[W]$$

$$P_{rez} \% = \frac{P_{nom} - P_m'}{P_{nom}} \cdot 100 = \frac{38493,866}{850000} \cdot 100 = 4,529[\%]$$

Zadatak:

Trofazni asinhroni motor sa namotanim rotorom sledećih podataka: $P_{nom} = 2,5 [kW]$, $n_{nom} = 960 [min^{-1}]$ upotrebljen je za pogon priručne dizalice koja se koristi pri izgradnji manjeg građevinskog objekta. Ako se zna da se sa otporom $R_d' = 2R_r' = 0,2 [\Omega]$ □ dodatim u svaku fazu rotora, motor obrće brzinom $n = 900 [min^{-1}]$ i podiže teret brzinom $v = 2 [m/s]$, odrediti težinu tereta koji se podiže. Prečnik bubnja oko koga se namotava čelično uže pri podizanju tereta je $D_b = 0,2 [m]$, a eksperimentalno je utvrđeno da je najveća vrednost opterećenja koju motor može podići bez dodatnih otpora u kolu je $m_{max} = 180 [kg]$. Debljina čeličnog užeta, mehanički gubici i gubici u statoru motora se zanemaruju.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Pri brzini dizanja tereta $v = 2$ [m/s], bubanj se okreće brzinom obrtanja:

$$v = \Omega_b \cdot \frac{D_b}{2} = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n_b \cdot \frac{D_b}{2} \Rightarrow$$
$$n_b = \frac{60 \cdot v}{\pi \cdot D_b} = \frac{60 \cdot 2}{\pi \cdot 0,2} = \frac{600}{\pi} = 190,99 [\text{min}^{-1}]$$

Između motora i bubnja nalazi se reduktor sa prenosnim odnosom:

$$i_{red} = \frac{n}{n_b} = \frac{900}{190,99} = 4,71 []$$

Maksimalni moment na bubnju, pri kom motor može da kreće bez dodatnog otpora, je :

$$M_{\max} = F \cdot \frac{D_b}{2} = m \cdot g \cdot \frac{D_b}{2} = 180 \cdot 9,81 \cdot \frac{0,2}{2} = 176,58 [\text{Nm}]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Pošto postoji reduktor, moment na vratilu motora, koji je ujedno i polazni moment, iznosi:

$$M_{pol} = \frac{M_{max}}{i_{red}} = \frac{176,58}{4,71} = 37,49[Nm]$$

Nominalni moment i nominalno klizanje motora iznose:

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{2500}{960} = 24,86[Nm]$$

$$s_{nom} = \frac{n_s - n_{nom}}{n_s} = \frac{1000 - 960}{1000} = \frac{40}{1000} = 0,04[\quad]$$

Primenom Klosovog obrasca za dve poznate radne tačke na momentnoj krivi, u ovom slučaju za polazak i nominalnu radnu tačku, dobijaju se relacije za izračunavanje kritičnog klizanja.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$M_{pol} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}} \wedge M_{nom} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}}} \Rightarrow$$

$$\frac{M_{pol}}{M_{nom}} = \frac{\frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}}}{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}} = \frac{37,49}{24,86} = 1,5$$

$$\frac{1,5}{s_{kr}} + 1,5 \cdot s_{kr} = \frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}} \Leftrightarrow \cdot s_{kr} \cdot s_{nom}$$

$$s_{kr}^2 \cdot 1,5 \cdot s_{nom} + 1,5 \cdot s_{nom} - s_{nom}^2 - s_{kr}^2 = 0 \Rightarrow$$

$$s_{kr}^2 \cdot (1 - 1,5 \cdot s_{nom}) - s_{nom} \cdot (1,5 - s_{nom}) = 0 \Rightarrow$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$s_{kr} = \pm \sqrt{\frac{s_{nom} \cdot (1,5 - s_{nom})}{(1 - 1,5 \cdot s_{nom})}} = \pm \sqrt{\frac{0,04 \cdot (1,5 - 0,04)}{1 - 1,5 \cdot 0,04}} = \pm \sqrt{\frac{0,0584}{0,96}} = \\ = \pm 0,247[\quad]$$

Iz toga sledi da kritična vrednost momenta iznosi:

$$M_{kr} = \frac{M_{pol}}{2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} \right) = \frac{37,49}{2} \cdot \left(\frac{1}{0,247} + 0,247 \right) = 80,52[Nm]$$

U traženom režimu, kritično klizanje zbog dodatog otpora $R_d' = 2R_r'$ iznosi:

$$s_{krd} = \frac{R_d' + R_r'}{X_s + X_r} = \frac{2 \cdot R_r' + R_r'}{X_s + X_r} = \frac{3 \cdot R_r'}{X_s + X_r} = 3 \cdot s_{kr} = \\ = 3 \cdot 0,247 = 0,741[\quad]$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Pri dodatom otporu, klizanje je:

$$s_d = \frac{n_s - n_d}{n_s} = \frac{1000 - 900}{1000} = \frac{100}{1000} = 0,1[\]$$

Iz toga sledi da se na vratilu motora razvija moment:

$$M_d = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_d}{s_{krd}} + \frac{s_{krd}}{s_d}} = \frac{2 \cdot 80,52}{\frac{0,1}{0,741} + \frac{0,741}{0,1}} = 21,34[Nm]$$

Na bubnju se razvija moment:

$$M_{bd} = M_d \cdot i_{red} = 21,34 \cdot 4,71 = 100,51[Nm]$$

Prema tome masa tereta iznosi:

$$m_T = \frac{M_{bd}}{g \cdot \frac{D_b}{2}} = \frac{2 \cdot M_{bd}}{g \cdot D_b} = \frac{2 \cdot 100,51}{9,81 \cdot 0,2} = 102,46[kg]$$

Zadatak:

Dvobrzinski trofazni asinhroni motor pokreće opterećenje koje ne zavisi od brzine. Motor se napaja iz mreže 3×380 [V], 50 [Hz]. Na većoj brzini nominalna brzina je $n_{nom1} = 1410$ [min^{-1}], sprega je zvezda, a kritični moment se ima pri 62% od sinhronne brzine. Na manjoj brzini nominalna brzina je $n_{nom2} = 940$ [min^{-1}], a sprega je trougao.

a) Kada je motor uključen na veću brzinu izmerena je električna snaga $P = 4$ [kW] i brzina motora $n = 1390$ [min^{-1}].

Koliki je kritični moment motora i koliki je moment kojim je opterećen motor?

b) Odrediti brzinu obrtanja kada je motor uključen na manju brzinu obrtanja.

Smatrati da su otpor statora i struja magnećenja zanemarljivi, a da su ostali parametri motora približno jednaki na obe brzine i da je stepen iskorišćenja $\eta = 0,8$ u svim uslovima rada.

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

a) Mehanički noment i klizanje motora, u slučaju da je on priključen na veću brzinu, iznose:

$$M_a = \frac{P_a}{\Omega_a} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_{el} \cdot \eta}{n_a} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{4000 \cdot 0,8}{1390} = 21,984 [Nm]$$

$$s_a = \frac{n_1 - n_a}{n_1} = \frac{1500 - 1390}{1500} = \frac{110}{1500} = 0,07333 []$$

Kritična vrednost brzine postiže se pri 62% od sinhronne brzine, pa prema tome kritično klizanje iznosi:

$$s_{kr} = \frac{n_{1a} - n_{kr}}{n_{1a}} = \frac{1500 - 0,62 \cdot 1500}{1500} = \frac{1500 - 930}{1500} = \frac{570}{1500} = 0,38 []$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Na osnovu poznatog momenta, klizanja i kritičnog klizanja, primenom Klosovog obrasca dobija se vrednost kritičnog momenta:

$$M_{kra} = \frac{M_a}{2} \cdot \left(\frac{s_a}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_a} \right) = \frac{21,984}{2} \cdot \left(\frac{0,07333}{0,38} + \frac{0,38}{0,07333} \right) = 59,07 [Nm]$$

b) Kako se parametri motora, u slučaju da je on priključen na manju brzinu ne menjaju, to kritično klizanje ne menja vrednost, ali se menja kritična vrednost momenta jer se menja i broj pari polova i napon. Odnos kritičnih momenata za manju i veću brzinu, je:

$$\frac{M_{krb}}{M_{kra}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{p_b \cdot U_{fb}^2}{\omega_s^2 \cdot (L_s + L_r')}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{p_a \cdot U_{fa}^2}{\omega_s^2 \cdot (L_s + L_r')}} = \frac{p_b \cdot U_{fb}^2}{p_a \cdot U_{fa}^2} \Rightarrow$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\frac{M_{krb}}{M_{kra}} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{380}{220} \right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{220 \cdot \sqrt{3}}{220} \right)^2 = \frac{9}{2}$$

$$M_{krb} = \frac{9}{2} \cdot M_{kra} = 4,5 \cdot 59,07 = 265,815 [Nm]$$

Tražena brzina obrtanja, može se naći preko klizanja, ponovnom primenom Klosovog obrasca, uz uslov postavljen zadatkom, da se moment opterećenja ne menja:

$$M_b = M_a = \frac{2 \cdot M_{krb}}{\frac{s_b}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_b}} \Rightarrow \frac{s_b}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_b} - \frac{2 \cdot M_{krb}}{M_a} = 0 \Leftarrow \cdot s_{kr} \cdot s_b \Rightarrow$$

$$s_b^2 - \frac{2 \cdot M_{krb}}{M_a} \cdot s_{kr} \cdot s_b + s_{kr}^2 = 0$$

STATIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$s_b = s_{kr} \cdot \left(\frac{M_{krb}}{M_a} \pm \sqrt{\left(\frac{M_{kr}}{M_a} \right)^2 - 1} \right) = 0,38 \cdot \left(\frac{265,815}{21,984} \pm \sqrt{12,091^2 - 1} \right) =$$
$$= 0,01596 \wedge 9,1732$$

$$n_b = n_{sb} \cdot (1 - s_b) = 1000 \cdot (1 - 0,01596) = 984,04 [\text{min}^{-1}]$$

STATIČKA STABILNOST POGONA

Zadatak:

Trofazni kavezni asinhroni motor nazivnih podataka $P_{nom} = 4$ [kW], $U_{nom} = 380$ [V], $f_{nom} = 50$ [Hz], $n_{nom} = 1440$ [min⁻¹], spoj = D sa polaznim momentom jednakim nominalnom, upotrebljen je za pogon radne mašine sa konstantnim otpornim momentom $M_t = 30$ [Nm] nezavisnim od brzine obrtanja. Analizirati moguć stacionaran režim rada sa stanovišta stabilnosti.

STATIČKA STABILNOST POGONA

Rešenje:

Nominalni moment i klizanje motora iznose:

$$M_n = \frac{P_n}{\Omega_n} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_n}{n_n} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{4000}{1440} = 26,526 [Nm]$$

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1440}{1500} = \frac{60}{1500} = 0,04 []$$

Iz uslova jednakosti nominalnog i polaznog momenta primenom Klosovog obrasca dobijaju se relacije za izračunavanje kritičnog momenta i klizanja:

$$M_n = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_n}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_n}} \wedge M_p = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}} \Rightarrow \frac{M_n}{M_p} = \frac{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}}{\frac{s_n}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_n}} = 1$$

STATIČKA STABILNOST POGONA

$$\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} = \frac{s_n}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_n} \Leftarrow \cdot s_{kr} \cdot s_n$$

$$s_{kr}^2 \cdot s_n + s_n - s_n^2 - s_{kr}^2 = 0 \Rightarrow s_{kr}^2 \cdot (1 - s_n) - s_n \cdot (1 - s_n) = 0 \Rightarrow$$
$$s_{kr} = \pm \sqrt{s_n} = \pm \sqrt{0,04} = \pm 0,2$$

$$M_{kr} = \frac{M_p}{2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} \right) = \frac{26,526}{2} \cdot \left(\frac{1}{0,2} + 0,2 \right) = 68,968 [Nm]$$

Ponovnom primenom Klosovog obrasca dobijaju se dve stacionarne radne tačke pri brzinama obrtanja n_{t1} i n_{t2} :

$$M_t = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_t}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_t}} \Rightarrow \frac{s_t}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_t} - \frac{2 \cdot M_{kr}}{M_t} = 0 \Leftarrow \cdot s_{kr} \cdot s_t \Rightarrow$$

STATIČKA STABILNOST POGONA

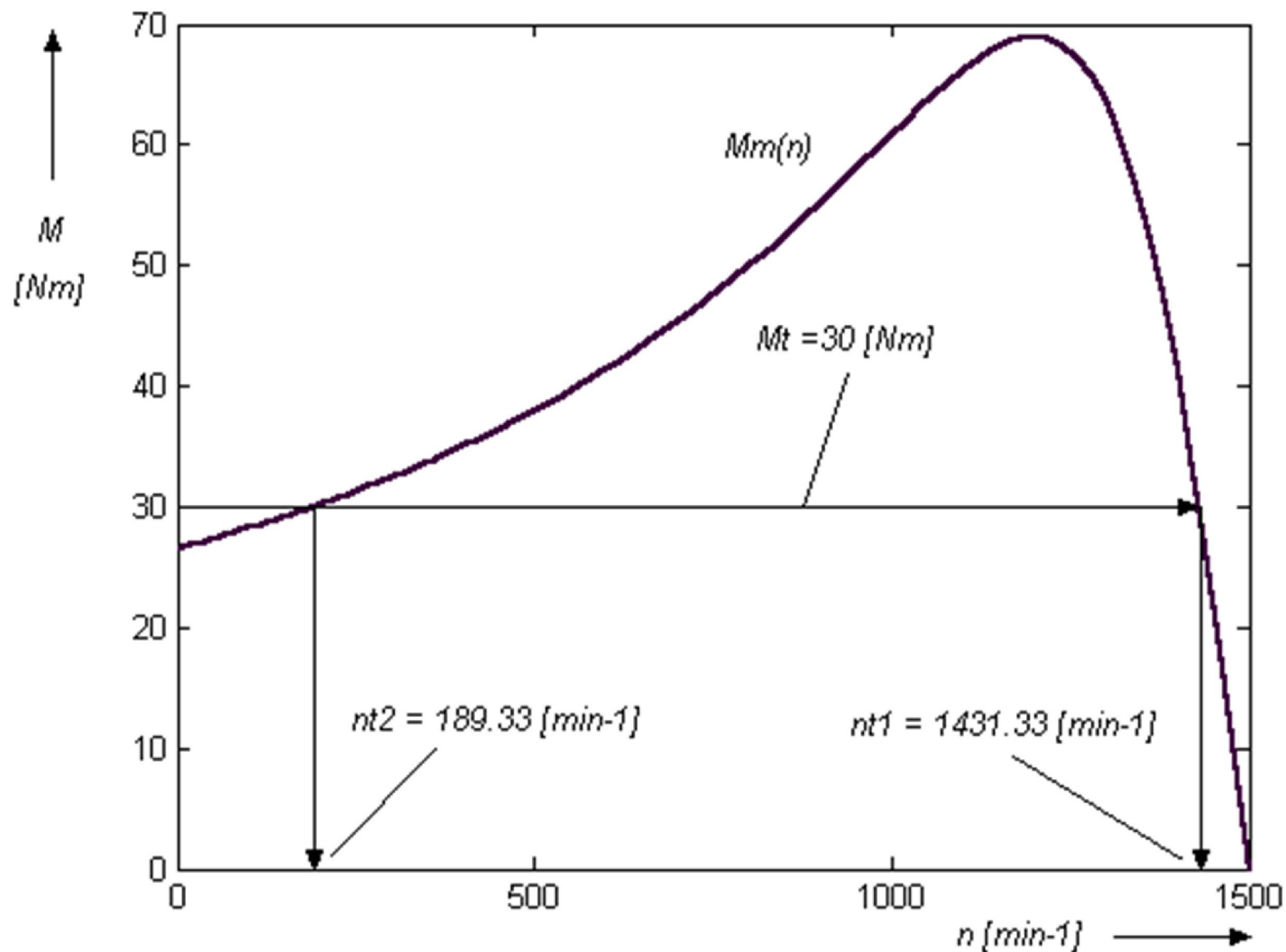
$$s_t^2 - \frac{2 \cdot M_{kr}}{M_t} \cdot s_{kr} \cdot s_t + s_{kr}^2 = 0$$

$$s_t = s_{kr} \cdot \left(\frac{M_{kr}}{M_t} \pm \sqrt{\left(\frac{M_{kr}}{M_t} \right)^2 - 1} \right) =$$
$$= 0,2 \cdot \left(\frac{68,968}{30} \pm \sqrt{2,2989^2 - 1} \right) = \begin{cases} 0,04578 \\ 0,8738 \end{cases}$$

$$n_{t1} = n_s \cdot (1 - s_{t1}) = 1500 \cdot (1 - 0,04578) = 1431,33 [\text{min}^{-1}]$$

$$n_{t2} = n_s \cdot (1 - s_{t2}) = 1500 \cdot (1 - 0,8738) = 189,33 [\text{min}^{-1}]$$

STATIČKA STABILNOST POGONA



STATIČKA STABILNOST POGONA

Uslov stabilnosti je:

$$\frac{dM_t}{dn} > \frac{dM_m}{dn}$$

$$M_t = const \Rightarrow \frac{dM_t}{dn} = 0$$

$$\frac{dM_m}{dn} = \frac{dM_m}{ds} \cdot \frac{ds}{dn}$$

$$M_m = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s}} \Rightarrow \frac{dM_m}{ds} = - \frac{2 \cdot M_{kr}}{\left(\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s} \right)^2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s^2} \right)$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \Rightarrow \frac{ds}{dn} = - \frac{1}{n_s}$$

$$\frac{dM_m}{dn} = \frac{dM_m}{ds} \cdot \frac{ds}{dn} = \frac{1}{n_s} \cdot \frac{2 \cdot M_{kr}}{\left(\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s} \right)^2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s^2} \right)$$

STATIČKA STABILNOST POGONA

Za radnu tačku $n_{t1} = 1431,33 [\text{min}^{-1}]$ **važi:**

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM_m}{dn} \right|_{s=s_{t1}} &= \frac{1}{n_s} \cdot \frac{2 \cdot M_{kr}}{\left(\frac{s_{t1}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{t1}} \right)^2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s_{t1}^2} \right) = \\ &= \frac{1}{n_s} \cdot \frac{2 \cdot M_{kr}}{\left(\frac{2 \cdot M_{kr}}{M_t} \right)^2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s_{t1}^2} \right) = \frac{1}{n_s} \cdot \frac{M_t^2}{2 \cdot M_{kr}} \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s_{t1}^2} \right) = \\ &= \frac{30^2}{1500 \cdot 2 \cdot 68,968} \left(\frac{1}{0,2} - \frac{0,2}{0,04578^2} \right) \approx \boxed{-0,3934 < 0} \end{aligned}$$

odnosno ona je stabilna.

STATIČKA STABILNOST POGONA

Za radnu tačku $n_{t2} = 189,33 [\text{min}^{-1}]$ **važi:**

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM_m}{dn} \right|_{s=s_{t2}} &= \frac{1}{n_s} \cdot \frac{M_t^2}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s_{t2}^2} \right) = \\ &= \frac{30^2}{1500 \cdot 2 \cdot 68,968} \cdot \left(\frac{1}{0,2} - \frac{0,2}{0,8738^2} \right) \approx 0,0206 > 0 \end{aligned}$$

odnosno ona je nestabilna.

STATIČKA STABILNOST POGONA

Zadatak:

Trofazni asihroni motor sa rotorom u kratkom spoju pokreće radnu mašinu čiji se otporni moment može predstaviti sledećim analitičkim izrazom $M_t = 0,0795 n + 1,667 \cdot 10^{-5} n^2$ (n u $[min^{-1}]$, M_t u $[N/m]$).

Podaci asinhronog motora su: $P_{nom} = 4 [kW]$, $U_{nom} = 380 [V]$, $I_{nom} = 9 [A]$, $f_{nom} = 50 [Hz]$, $n_{nom} = 1440 [min^{-1}]$, $M_{kr} / M_{nom} = 3 []$.

U režimu u kojem je motor priključen na nominalni napon pri nominalnoj učestanosti izmerena je brzina obrtanja $n_1 = 600 [min^{-1}]$.

- a) Dali je posmatrani režim stacioniran?*
- b) Šta je karakteristično za rad motora u ovom režimu?*
- c) Analizirati opisani režim sa stanovišta stabilnosti, uz pomoć brojnih vrednosti.*

Zanemariti otpornost statorskog namotaja, induktivnost i gubitke magnećenja.

STATIČKA STABILNOST POGONA

Rešenje:

Nominalni moment i klizanje motora iznose:

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{4000}{1440} = 26,526 [Nm]$$

$$s_{nom} = \frac{n_s - n_{nom}}{n_s} = \frac{1500 - 1440}{1500} = \frac{60}{1500} = 0,04 []$$

Kritično klizanje nalazi se primenom Klosovog obrasca:

$$M_{nom} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}}} \Rightarrow \frac{s_{kr}}{s_{nom}} + \frac{s_{nom}}{s_{kr}} - 2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} = 0 \Leftarrow \cdot s_{kr} \cdot s_{nom} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_{kr}^2 - 2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} \cdot s_{kr} \cdot s_{nom} + s_{nom}^2 = 0 \Rightarrow$$

STATIČKA STABILNOST POGONA

$$s_{kr} = s_{nom} \cdot \left(\frac{M_{kr}}{M_{nom}} \pm \sqrt{\left(\frac{M_{kr}}{M_{nom}} \right)^2 - 1} \right) = 0,04 \cdot \left(3 \pm \sqrt{3^2 - 1} \right) = \begin{cases} 0,2331[] \\ 0,00686[] \end{cases}$$

Drugo rešenje je besmisleno, te kritična vrednost brzine iznosi:

$$n_{kr} = (1 - s_{kr}) \cdot n_s = (1 - 0,2331) \cdot 1500 = 1150,29 [\text{min}^{-1}]$$

a) Klizanje u radnoj tački $n_1 = 600 [\text{min}^{-1}]$ iznosi:

$$s_1 = \frac{n_s - n_1}{n_s} = \frac{1500 - 600}{1500} = 0,6[]$$

Motor u toj radnoj tački izdaje moment:

$$M_{m1} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_1}} = \frac{2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} \cdot M_{nom}}{\frac{s_1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_1}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 26,527}{\frac{0,6}{0,2331} + \frac{0,2331}{0,6}} = 53,71 [\text{Nm}]$$

STATIČKA STABILNOST POGONA

Teret se suprotstavlja sa momentom:

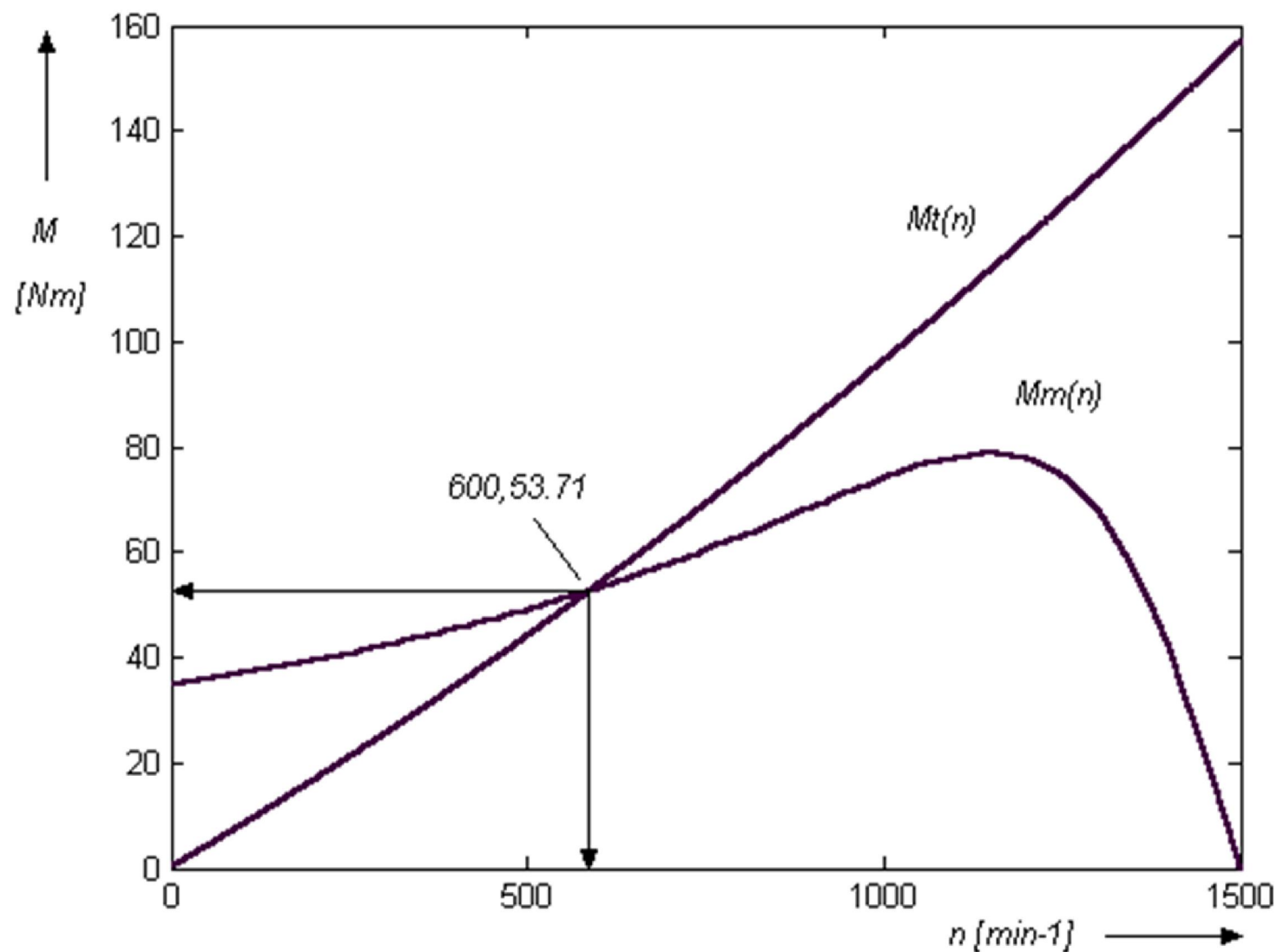
$$\begin{aligned} M_{t1} &= 0,0795 \cdot n + 1,667 \cdot 10^{-5} \cdot n^2 = \\ &= 0,0795 \cdot 600 + 1,667 \cdot 10^{-5} \cdot 600^2 = 53,71 [Nm] \end{aligned}$$

*Pošto su oba momenta jednaka po vrednosti $M_{m1} = M_{t1} = 53,71 [Nm]$ režim je **stacioniran**.*

b) Kako je u datom režimu klizanje motora veće od prevalnog klizanja, motor radi sa:

- ☑ *lošim stepenom iskorisćenja i*
- ☑ *moguća je pojava nestabilnog rada*

STATIČKA STABILNOST POGONA



STATIČKA STABILNOST POGONA

c) Uslov stabilnosti je:

$$\frac{dM_t}{dn} > \frac{dM_m}{dn}$$

Brojna vrednost izvoda momenta tereta u radnoj tački iznosi:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM_t}{dn} \right|_{n=n_1} &= \left. \frac{d}{dn} (1,667 \cdot 10^{-5} \cdot n^2 + 0,0795n) \right|_{n=n_1} = \\ &= 2 \cdot 1,667 \cdot 10^{-5} \cdot n + 0,0795 \Big|_{n=n_1} = 2 \cdot 1,667 \cdot 10^{-5} \cdot n_1 + 0,0795 = \\ &= 2 \cdot 1,667 \cdot 10^{-5} \cdot 600 + 0,0795 = 0,099504 \left[\frac{Nm}{\min^{-1}} \right] \end{aligned}$$

STATIČKA STABILNOST POGONA

Brojna vrednost izvoda momenta po brzini u radnoj tački nalazi se na isti način kao u prethodnom zadatku:

$$M_m = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s}} \Rightarrow \frac{dM_m}{ds} = - \frac{2 \cdot M_{kr}}{\left(\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s} \right)^2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s^2} \right)$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \Rightarrow \frac{ds}{dn} = - \frac{1}{n_s}$$

$$\frac{dM_m}{dn} = \frac{dM_m}{ds} \cdot \frac{ds}{dn} = \frac{1}{n_s} \cdot \frac{2 \cdot M_{kr}}{\left(\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s} \right)^2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s^2} \right)$$

STATIČKA STABILNOST POGONA

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{dM_m}{dn} \right|_{n=n_1} &= \left. \frac{dM_m}{dn} \right|_{s=s_1} = \frac{1}{n_s} \cdot \frac{2 \cdot M_{kr}}{\left(\frac{s_1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_1} \right)^2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s_1^2} \right) = \\
 &= \frac{1}{n_s} \cdot \frac{2 \cdot M_{kr}}{\left(\frac{2 \cdot M_{kr}}{M_{m1}} \right)^2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s_1^2} \right) = \\
 &= \frac{1}{n_s} \cdot \frac{M_{m1}^2}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s_1^2} \right) = \frac{1}{n_s} \cdot \frac{M_{m1}^2}{2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} \cdot M_{nom}} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} - \frac{s_{kr}}{s_1^2} \right) = \\
 &= \frac{53,71^2}{1500 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 26,527} \cdot \left(\frac{1}{0,2331} - \frac{0,2331}{0,6^2} \right) \approx 0,044483 \left[\frac{Nm}{\min^{-1}} \right]
 \end{aligned}$$

STATIČKA STABILNOST POGONA

Prema tome važi:

$$\frac{dM_t}{dn} = 0,099504 \left[\frac{Nm}{\text{min}^{-1}} \right] > \frac{dM_m}{dn} = 0,044483 \left[\frac{Nm}{\text{min}^{-1}} \right]$$

što znači da je pogonski režim *stabilan*.

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 5:

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA.

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

✓ **Dinamička jednačina kružnog kretanja:**

$$M_d = M_M - M_T = J_\Sigma \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_\Sigma \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt}$$

✓ **Vreme zaleta od nulte brzine do brzine zaleta n_{zal} :**

$$t_{zal} = \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30} \cdot \int_0^{n_{zal}} \frac{dn}{M_d}$$

✓ **Vreme zaleta za konstantan dinamički moment:**

$$t_{zal} = \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot M_d} \cdot n_{zal}$$

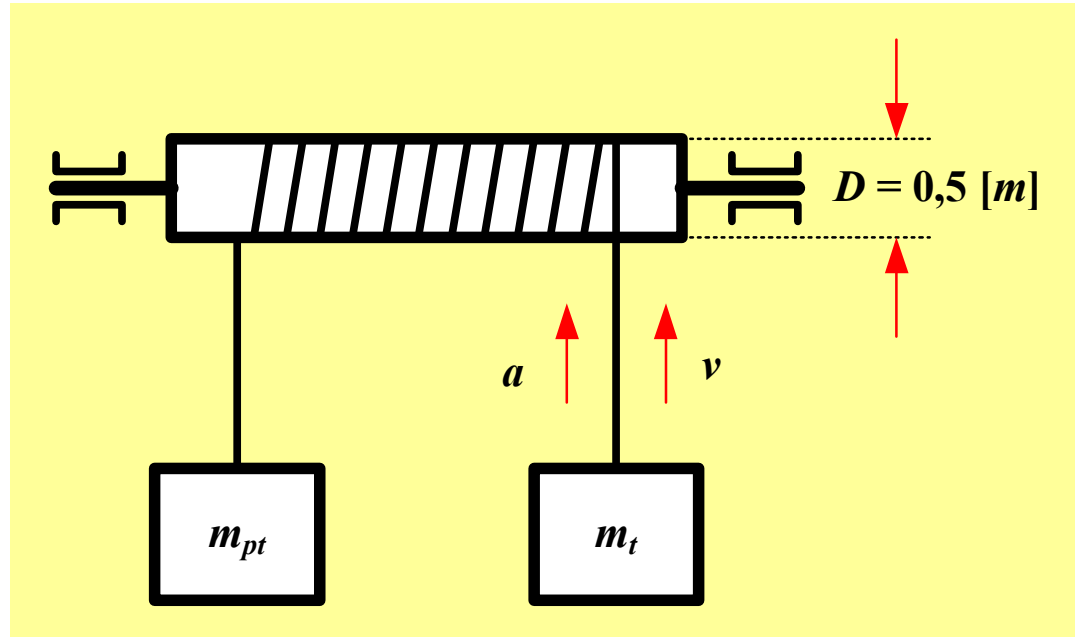
✓ **Broj obrtaja za vreme zaleta od nulte brzine do brzine zaleta n_{zal} :**

$$N_{zal} = \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \int_0^{n_{zal}} \frac{n}{M_d} \cdot dn$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Zadatak:

Koliki moment treba dovesti na vratilo bubnja, prečnika $D = 0,5$ [m], dizalice sa protiv tegom na slici, da bi se ostvarilo dizanje tereta sa početnim ubrzanjem $a = 2$ [m/s^2], a zatim sa stalnom brzinom $v = 2$ [m/s]:



- a) Kada je masa tereta jednaka masi protiv tega $m_t = m_{pt} = 500$ [kg].*
- b) Kada je masa tereta $m_t = 750$ [kg].*
- c) Kada je masa tereta $m_t = 250$ [kg].*
- d) Šta će se dogoditi u gornjim slučajevima ako se na vratilo ne deluje nikakvim momentom?*

Zanemariti masu užeta, sva trenja i momenat inercije bubnja.

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Rešenje:

Za kretanje stalnom brzinom potreban je moment:

$$M_s = \frac{D}{2} \cdot (m_t - m_{pt}) \cdot g$$

Za kretanje sa stalnim ubrzanjem potrebna je još jedna dodatna komponenta momenta:

$$M_d = \frac{D}{2} \cdot (m_t + m_{pt}) \cdot a$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

a) *Za slučaj kada je masa tereta jednaka masi protiv tega*
 $m_t = m_{pt} = 500 \text{ [kg]}$ *važi:*

$$m_t = m_{pt} = 500 \text{ [kg]}$$

$$M_s = \frac{D}{2} \cdot (m_t - m_{pt}) \cdot g = \frac{0,5}{2} \cdot (500 - 500) \cdot 9,81 = 0$$

$$M_d = \frac{D}{2} \cdot (m_t + m_{pt}) \cdot a = \frac{0,5}{2} \cdot (500 + 500) \cdot 2 = 500 \text{ [Nm]}$$

$$M_s + M_d = 0 + 500 = 500 \text{ [Nm]}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

b) Za slučaj kada je masa tereta $m_t = 750$ [kg] važi:

$$m_t = 750[\text{kg}]$$

$$m_{pt} = 500[\text{kg}]$$

$$M_s = \frac{D}{2} \cdot (m_t - m_{pt}) \cdot g = \frac{0,5}{2} \cdot (750 - 500) \cdot 9,81 = 613,125[\text{Nm}]$$

$$M_d = \frac{D}{2} \cdot (m_t + m_{pt}) \cdot a = \frac{0,5}{2} \cdot (750 + 500) \cdot 2 = 625[\text{Nm}]$$

$$M_s + M_d = 613,125 + 625 = 1238,125[\text{Nm}]$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

c) Za slučaj kada je masa tereta $m_t = 250$ [kg] važi:

$$m_t = 250[\text{kg}]$$

$$m_{pt} = 500[\text{kg}]$$

$$M_s = \frac{D}{2} \cdot (m_t - m_{pt}) \cdot g = \frac{0,5}{2} \cdot (250 - 500) \cdot 9,81 = -613,125[\text{Nm}]$$

$$M_d = \frac{D}{2} \cdot (m_t + m_{pt}) \cdot a = \frac{0,5}{2} \cdot (250 + 500) \cdot 2 = 375[\text{Nm}]$$

$$M_s + M_d = -613,125 + 375 = -238,125[\text{Nm}]$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

d) Iz Newton-ve jednačine:

$$M_m - M_t = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

za naš slučaj, gde je $M_m = 0$, dobija se:

$$-M_t = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

$$-(m_t - m_{pt}) \cdot g \cdot \frac{D}{2} = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{dv}{R \cdot dt} = \frac{2}{D} \cdot \frac{dv}{dt}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Iz zakona o održanju energije, sledi:

$$\frac{J \cdot \omega^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow J = m \cdot R^2$$

Dobija se izraz za moment inercije:

$$J = \frac{m_t + m_{pt}}{4} \cdot D^2$$

Kombinacijom prethodnih izraza dobija se:

$$-(m_t - m_{pt}) \cdot g \cdot \frac{D}{2} = \frac{(m_t + m_{pt}) \cdot D^2}{4} \cdot \frac{2}{D} \cdot \frac{dv}{dt}$$

izraz za ubrzanje za slučaj kad ne deluje motorni moment:

$$a = \frac{dv}{dt} = -g \cdot \frac{m_t - m_{pt}}{m_t + m_{pt}} = konst.$$

*U tom slučaju dobija se
jednako ubrzano kretanje pod
uticajem gravitacione sile.*

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Za zadate slučajeve posebno važi:

a) $m_t = m_{pt} = 500[kg]$

$$a = -g \cdot \frac{m_t - m_{pt}}{m_t + m_{pt}} = -9,81 \cdot \frac{500 - 500}{500 + 500} = 0$$

Znači da teret miruje.

b) $m_t = 750[kg]$

$$m_{pt} = 500[kg]$$

$$a = -g \cdot \frac{m_t - m_{pt}}{m_t + m_{pt}} = -9,81 \cdot \frac{750 - 500}{750 + 500} = -1,962[m / s^2]$$

Teret se ubrzava na dole.

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

c) $m_t = 250[kg]$

$$m_{pt} = 500[kg]$$

$$a = -g \cdot \frac{m_t - m_{pt}}{m_t + m_{pt}} = -9,81 \cdot \frac{250 - 500}{250 + 500} = 3,27[m / s^2]$$

Teret se **ubrzava na gore**, pošto preteže protivteg.

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Zadatak:

Jednosmerni motor sa nezavisnom pobudom od $P_{nom} = 50$ [kW], priključnog napona $U_{nom} = 220$ [V], nominalne rotorske struje $I_{anom} = 250$ [A], nominalne brzine obrtanja $n_{nom} = 580$ [min⁻¹], ima kompenzacioni namotaj.

Otpor armature je $R_a + R_{pp} = 0,05$ [Ω], a moment inercije motora je $J_m = 3$ [kgm²].

Radna mašina ima moment inercije $J_t = 17,75$ [kgm²] a suprotstavlja se sa otpornim momentom od $M_t = 330$ [Nm].

Zaletom upravlja regulacioni uređaj koji drži konstantnu struju na vrednosti od $I_{amax} = 320$ [A].

Traži se:

- Koliko traje zalet motora od $n = 0$ do $n = 500$ [min⁻¹].*
- Kolika je stacionarna brzina obrtanja.*

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Rešenje:

a) Nominalni moment motora iznosi:

$$M_{nom} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{50000}{580} = 823,275[Nm]$$

Polazni moment motora nalazi se iz odnosa polazne i nominalne struje:

$$M_{pol} = M_{max} = M_{nom} \cdot \frac{I_{a\max}}{I_{anom}} = 823,275 \cdot \frac{320}{250} = 1053,79[Nm]$$

Zbog strujnog ograničenja važi:

$$M_d = konst. = M_{pol} - M_t = 1053,79 - 330 = 723,79[Nm]$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Vreme zaleta nalazi se jednostavno, pošto je dinamički moment nezavisan od brzine obrtanja:

$$M_d = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow dt = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30 \cdot M_d} \cdot dn \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \int_0^{t_{zal}} dt = t_{zal} &= \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30 \cdot M_d} \cdot \int_0^n dn = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30 \cdot M_d} \cdot n = \\ &= \frac{\pi \cdot (3 + 17.75)}{30 \cdot 723,79} \cdot 500 = 1,505[s] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

b) Struja motora u stacionarnom stanju nalazi se iz uslova da su tada motorni moment i moment tereta isti:

$$I_a = \frac{M_t}{M_{nom}} \cdot I_{anom} = \frac{330 \cdot 250}{823,275} = 100,21[A]$$

Tražena brzina obrtanja je prema tome:

$$n = \frac{U_{nom} - (R_a + R_{pp}) \cdot I_a}{k_e \cdot \phi} \Rightarrow$$

$$k_e \cdot \phi = \frac{U_{nom} - (R_a + R_{pp}) \cdot I_{anom}}{n_{nom}} = \frac{220 - 0,05 \cdot 250}{580} = 0,3577586[V \text{ min}]$$

$$n = \frac{U_n - (R_a + R_{pp}) \cdot I_a}{k_e \cdot \phi} = \frac{220 - 0,05 \cdot 100,21}{0,3577586} = 600,935[\text{min}^{-1}]$$

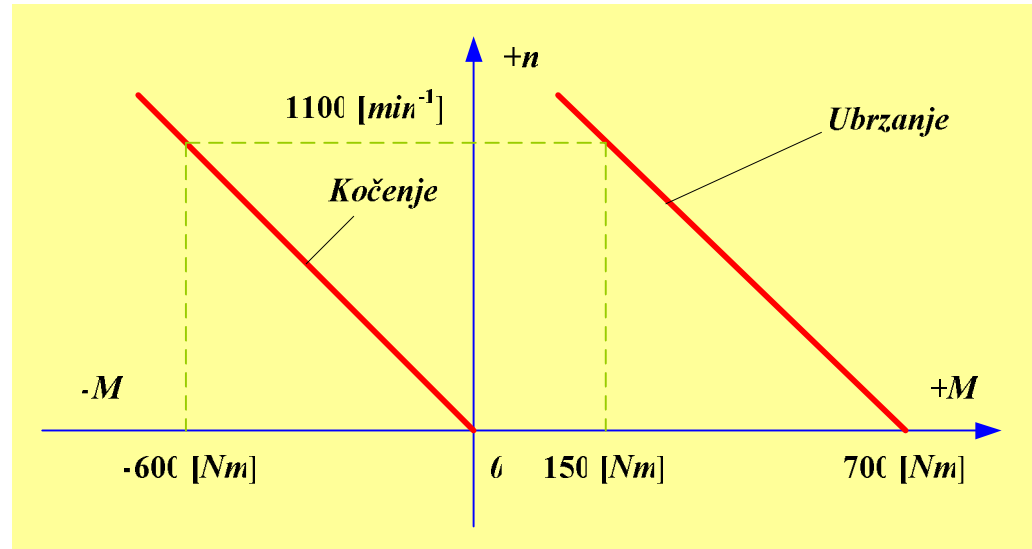
DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Zadatak:

Radni ciklus elektromotornog pogona sastoji se od zaleta na $n_z = 1100 \text{ [min}^{-1}\text{]}$, a zatim se posle toga zalet prekida i nastupa kočenje do stanja mirovanja. Ubrzanje izvodi sam motor, a u kočenju mu pomaže mehanička kočnica.

Radni mehanizam (opterećenje) pruža konstantni otpor kretanju u iznosu od $M_t = \text{konst} = 120 \text{ [Nm]}$ a mehanička kočnica od $M_k = \text{konst} = 330 \text{ [Nm]}$. Momentna karakteristika motora $n = f(M_m)$ data je na slici. Ukupni moment inercije pogona sveden na osovину motora iznosi $J_\Sigma = 6,25 \text{ [kgm}^2\text{]}$.

- Odrediti trajanje i broj obrtaja u intervalu zaleta.**
- Odrediti trajanje i broj obrtaja u intervalu kočenja.**



DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Rešenje:

a) U intervalu ubrzanja momentna karakteristika motora dobija se iz dijagrama u I kvadrantu:

$$M_m = a_1 \cdot n + k_1$$

Za nultu brzinu važi:

$$M_m(0) = 700[Nm] = k_1$$

Za brzinu $n_z = 1100 [min^{-1}]$ važi:

$$M_m(1100) = 150[Nm] = a_1 \cdot 1100 + k_1 = a_1 \cdot 1100 + 700 \Rightarrow$$

$$a_1 = \frac{150 - 700}{1100} = -0,5 \left[\frac{Nm}{min^{-1}} \right]$$

Moment motora se može predstaviti sledećom relacijom:

$$M_m = 700 - 0,5 \cdot n[Nm]$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Pošto je moment opterećenja $M_t = konst = 120 \text{ [Nm]}$ važi:

$$\begin{aligned} M_d &= M_m - M_t = 700 - 0,5 \cdot n - 120 = 580 - 0,5 \cdot n = \\ &= J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30} \cdot \frac{dn}{dt} \end{aligned}$$

Vreme zaleta od nulte brzine do $n_z = 1100 \text{ [min}^{-1}\text{]}$ nalazi se integraljenjem prethodnog izraza po dt :

$$t_z = \int_0^{t_z} dt = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30} \cdot \int_0^{n_z} \frac{dn}{M_d} = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30} \cdot \int_0^{n_z} \frac{dn}{580 - 0,5 \cdot n}$$

Integral se rešava smenom:

$$580 - 0,5 \cdot n = t \Rightarrow n = 2 \cdot 580 - 2 \cdot t \Rightarrow dn = -2 \cdot dt$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

$$\begin{aligned} t_z &= \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30} \int_{580}^{580-0.5n_z} -\frac{2 \cdot dt}{t} = -\frac{2 \cdot \pi \cdot J_\Sigma}{30} \ln t \Big|_{580}^{580-0.5 \cdot n_z} = \\ &= -\frac{2 \cdot \pi \cdot J_\Sigma}{30} \cdot [\ln(580 - 0.5 \cdot n_z) - \ln(580)] = \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot J_\Sigma}{30} \cdot \ln\left(\frac{580}{580 - 0.5 \cdot n_z}\right) = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6,25}{30} \cdot \ln\left(\frac{580}{580 - 0.5 \cdot 1100}\right) = \\ &= 1,30899 \cdot \ln\left(\frac{580}{30}\right) = \boxed{3,8770[s]} \end{aligned}$$

Broj obrta za vreme zaleta nalazi se iz sledećih relacija:

$$\frac{n}{60} = \frac{dN}{dt} \Rightarrow dN = \frac{n}{60} \cdot dt = \frac{n}{60} \cdot \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot M_d} \cdot dn \Rightarrow$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

$$N_z = \int_0^{N_z} dN = \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \int_0^{n_z} \frac{n}{M_d} \cdot dn$$

U slučaju zaleta važi:

$$M_d = 580 - 0,5 \cdot n$$

pa se broj obrta pri zaletu od nulte brzine do brzine $n_z = 1100 \text{ [min}^{-1}\text{]}$ nalazi iz izraza:

$$N_z = \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \int_0^{n_z} \frac{n}{580 - 0,5 \cdot n} \cdot dn$$

Integral se rešava smenom:

$$580 - 0,5 \cdot n = t \Rightarrow n = 2 \cdot 580 - 2 \cdot t \Rightarrow dn = -2 \cdot dt$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

$$\begin{aligned} N_z &= \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \int_{580}^{580-0.5n_z} \frac{2 \cdot 580 - 2 \cdot t}{t} \cdot (-2 \cdot dt) = -\frac{4 \cdot \pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \\ &\cdot \int_{580}^{580-0.5n_z} \left(\frac{580}{t} - 1 \right) \cdot dt = -\frac{4 \cdot \pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot (580 \ln t - t) \Big|_{580}^{580-0.5n_z} = \\ &= -\frac{4 \cdot \pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot [580 \cdot \ln(580 - 0.5 \cdot n_z) - 580 \cdot \ln 580 - \\ &- (580 - 0.5 \cdot n_z - 580)] = \frac{4 \cdot \pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \left[580 \ln \frac{580}{580 - 0.5n_z} - 0.5n_z \right] = \\ &= \frac{4 \cdot \pi \cdot 6,25}{30 \cdot 60} \cdot \left[580 \cdot \ln \left(\frac{580}{580 - 0.5 \cdot 1100} \right) - 0.5 \cdot 1100 \right] = \\ &= 50,9575 [\text{obrta}] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

b) U intervalu kočenja momentna karakteristika motora dobija se iz dijagrama u II kvadrantu:

$$M_{mk} = a_2 \cdot n + k_2$$

Za nultu brzinu važi:

$$M_{mk}(0) = 0[Nm] = k_2$$

Za brzinu $n_z = 1100 [min^{-1}]$ važi:

$$M_{mk}(1100) = -600[Nm] = a_2 \cdot 1100 + k_2 = a_2 \cdot 1100 + 0 \Rightarrow$$
$$a_2 = \frac{-600}{1100} = -0,5454 \left[\frac{Nm}{min^{-1}} \right]$$

Moment motora u režimu kočenja se može predstaviti relacijom:

$$M_{mk} = -\frac{600}{1100} \cdot n = -0,5454 \cdot n[Nm]$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Pošto je moment opterećenja $M_t = konst = 120$ [Nm] i moment kočnice $M_k = konst = 330$ [Nm] važi:

$$\begin{aligned} M_{dk} &= M_{mk} - M_t - M_k = -\frac{600}{1100} \cdot n - 120 - 330 = \\ &= -450 - \frac{600}{1100} \cdot n = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30} \cdot \frac{dn}{dt} \end{aligned}$$

Vreme kočenja od brzine $n_z = 1100$ [min⁻¹] do nulte brzine nalazi se integraljenjem po dt :

$$t_k = \int_0^{t_k} dt = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30} \cdot \int_{n_z}^0 \frac{dn}{M_{dk}} = -\frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30} \cdot \int_{n_z}^0 \frac{dn}{450 + \frac{600}{1100} \cdot n}$$

Integral se rešava smenom:

$$450 + \frac{600}{1100} \cdot n = t \Rightarrow n = (t - 450) \cdot \frac{1100}{600} \Rightarrow dn = \frac{1100}{600} \cdot dt$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

$$\begin{aligned} t_k &= -\frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30} \cdot \int_{450 + \frac{600}{1100} n_z}^{450} \frac{1100}{600} \cdot \frac{dt}{t} = -\frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30} \cdot \frac{1100}{600} \ln t \bigg|_{450 + \frac{600}{1100} n_z}^{450} = \\ &= -\frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30} \cdot \frac{1100}{600} \left[\ln 450 - \ln \left(450 + \frac{600}{1100} \cdot n_z \right) \right] = \\ &= \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30} \cdot \frac{1100}{600} \cdot \ln \frac{450 + \frac{600}{1100} \cdot n_z}{450} = \\ &= \frac{\pi \cdot 6,25}{30} \cdot \frac{1100}{600} \cdot \ln \frac{450 + \frac{600}{1100} \cdot 1100}{450} = \\ &= 1,19999 \cdot \ln \left(\frac{1050}{450} \right) = 1,01668[s] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Broj obrta za vreme kočenja nalazi se iz:

$$\frac{n}{60} = \frac{dN}{dt} \Rightarrow dN = \frac{n}{60} \cdot dt = \frac{n}{60} \cdot \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30 \cdot M_{dk}} \cdot dn \Rightarrow$$
$$N_k = \int_0^{N_k} dN = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30 \cdot 60} \cdot \int_{n_z}^0 \frac{n}{M_{dk}} \cdot dn$$

Za režim kočenja važi:

$$M_{dk} = -450 - \frac{600}{1100} \cdot n$$

Broj obrta pri kočenju od brzine $n_z = 1100 [min^{-1}]$ do nulte brzine nalazi iz izraza:

$$N_k = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30 \cdot 60} \cdot \int_{n_z}^0 \frac{n}{-450 - \frac{600}{1100} \cdot n} \cdot dn$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Integral se rešava smenom:

$$450 + \frac{600}{1100} \cdot n = t \Rightarrow n = \frac{t - 450}{\frac{600}{1100}} \Rightarrow dn = \frac{1100}{600} \cdot dt$$

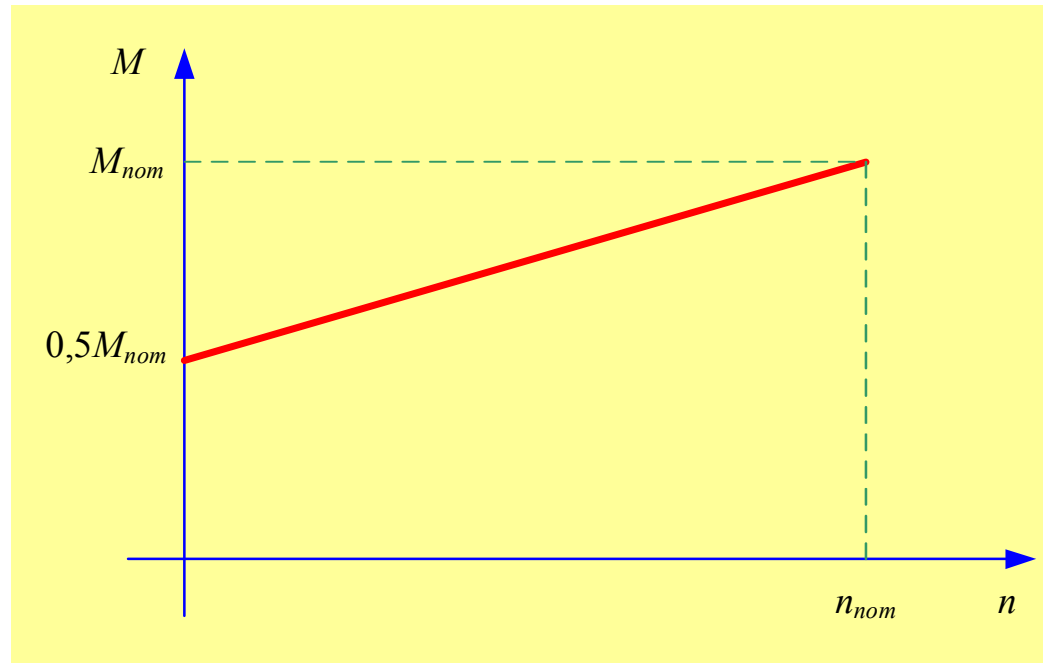
$$\begin{aligned} N_k &= -\frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \int_{450 + \frac{600}{1100} \cdot n_z}^{450} \frac{t - 450}{\frac{600}{1100} \cdot t} \cdot \frac{1100}{600} \cdot dt = \\ &= -\frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \left(\frac{1100}{600} \right)^2 \cdot \int_{450 + \frac{600}{1100} \cdot n_z}^{450} \left(1 - \frac{450}{t} \right) \cdot dt = \\ &= -\frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \left(\frac{1100}{600} \right)^2 \cdot \left(t - 450 \ln t \right) \Bigg|_{450 + \frac{600}{1100} \cdot n_z}^{450} = \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

$$\begin{aligned} N_k &= -\frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \left(\frac{1100}{600}\right)^2 \cdot \left\{ \left(450 - 450 - \frac{600}{1100} n_z \right) - \right. \\ &\quad \left. - 450 \cdot \left[\ln 450 - \ln \left(450 + \frac{600}{1100} n_z \right) \right] \right\} = \\ &= \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot 60} \cdot \left(\frac{1100}{600}\right)^2 \cdot \left(\frac{600}{1100} \cdot n_z + 450 \cdot \ln \frac{450}{450 + \frac{600}{1100} \cdot n_z} \right) = \\ &= \frac{\pi \cdot 6,25}{30 \cdot 60} \cdot \left(\frac{1100}{600}\right)^2 \cdot \left(\frac{600}{1100} \cdot 1100 + 450 \ln \frac{450}{450 + \frac{600}{1100} \cdot 1100} \right) = \\ &= 8,0190[\text{obrta}] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Zadatak:



Četiri radna mehanizma imaju isti moment inercije $J_t = 6,25 \text{ [kgm}^2\text{]}$, i svima je potrebna jednaka snaga $P_t = 11 \text{ [kW]}$; pri nominalnom broju obrtaja $n_{nom} = 715 \text{ [min}^{-1}\text{]}$. Različite su im statičke karakteristike:

- A) Radni mehanizam A ima $M_t = \text{konst.}$
- B) Radni mehanizam B ima $M_t = kn$.
- C) Radni mehanizam C ima $M_t = kn^2$.
- D) Radni mehanizam D ima karakteristiku prema slici.

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Sva četiri mehanizma pogone se istim asinhronim klizno-kolutnim motorom.

Podaci motora su: nominalna snaga $P_{nom} = 11$ [kW]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 715$ [min⁻¹]; moment inercije $J_m = 0,45$ [kgm²]. Sva četiri mehanizma, zaleću se uz konstantni moment motora koji je 125% od nominalnog. Automatsko upravljanje obezbeđuje konstantan moment tokom zaleta.

Za sva četiri pogona odrediti:

- a) vreme trajanja zaleta,*
- b) ubrzanje na početku zaleta.*

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Rešenje:

a) Nominalni moment pogonskog motora iznosi:

$$M_{nom} = \frac{30}{\pi} \cdot P_{nom} = 9550 \cdot \frac{11}{715} = 146,92[Nm]$$

Polazni moment po uslovu zadatka ima 125% veću vrednost od nominalnog:

$$M_{pol} = 1,25 \cdot M_{nom} = 1,25 \cdot 146,92 = 183,65[Nm]$$

Vreme trajanja zaleta nalazi se iz zavisnosti dinamičkog viška momenta u funkciji brzine obrtanja.

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Radni mehanizam A:

$$M_t = M_{nom} \Rightarrow$$

$$M_d = M_{pol} - M_t = 1,25 \cdot M_{nom} - M_{nom} = 0,25 \cdot M_{nom} = 36,73 [Nm]$$

$$J_{\Sigma} = J_m + J_t = 0,45 + 6,25 = 6,7 [kgm^2]$$

$$M_d = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_{\Sigma} \cdot \frac{2\pi n}{60} \cdot \frac{dn}{dt}$$



$$dt = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30 \cdot M_d} \cdot dn$$

$$\begin{aligned} t_{za} &= \frac{\pi}{30} \cdot \int_0^{n_{nom}} \frac{J_{\Sigma} \cdot dn}{M_d} = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_d} \cdot \int_0^{n_{nom}} dn = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_d} \cdot n \Big|_0^{n_{nom}} = \\ &= \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_d} \cdot n_{nom} = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{6,7}{36,73} \cdot 715 = 13,658 [s] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Radni mehanizam B:

$$M_t = k \cdot n \Rightarrow k = \frac{M_{nom}}{n_{nom}} = \frac{146,92}{715} = 0,2055[] \Rightarrow$$

$$M_d = M_{pol} - M_t = M_{pol} - k \cdot n$$

$$t_{zb} = \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \int_0^{n_{nom}} \frac{dn}{M_d} = \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \int_0^{n_{nom}} \frac{dn}{M_{pol} - k \cdot n}$$

Integral se rešava smenom:

$$x = M_{pol} - k \cdot n \Rightarrow n = \frac{M_{pol} - x}{k} \Rightarrow dn = -\frac{dx}{k}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

$$\begin{aligned} t_{zb} &= \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \int_{M_{pol}}^{M_{pol} - k n_{nom}} -\frac{dx}{kx} = -\frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{k} \cdot \ln x \bigg|_{M_{pol}}^{M_{pol} - k \cdot n_{nom}} = \\ &= \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{k} \cdot \ln \frac{M_{pol}}{M_{pol} - k \cdot n_{nom}} = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{k} \cdot \ln \frac{1,25 \cdot M_{nom}}{1,25 \cdot M_{nom} - M_{nom}} = \\ &= \frac{\pi \cdot 6,7}{30 \cdot 0,2055} \cdot \ln \frac{1,25 \cdot M_{nom}}{0,25 \cdot M_{nom}} = 3,4143 \cdot \ln 5 = 5,495[s] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Radni mehanizam C:

$$M_T = k \cdot n^2 \Rightarrow k = \frac{M_{nom}}{n_{nom}^2} = \frac{146,92}{715^2} = 2,874 \cdot 10^{-4} [] \Rightarrow$$

$$M_d = M_{pol} - M_t = M_{pol} - k \cdot n^2$$

$$\begin{aligned} t_{zc} &= \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \int_0^{n_{nom}} \frac{dn}{M_{pol} - k \cdot n^2} = \\ &= \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \frac{1}{2\sqrt{M_{pol}}} \cdot \left(\int_0^{n_{nom}} \frac{dn}{\sqrt{M_{pol}} + \sqrt{k} \cdot n} + \int_0^{n_{nom}} \frac{dn}{\sqrt{M_{pol}} - \sqrt{k} \cdot n} \right) \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Prvi integral se rešava smenom:

$$x = \sqrt{M_{pol}} + \sqrt{k} \cdot n \Rightarrow n = \frac{x - \sqrt{M_{pol}}}{\sqrt{k}} \Rightarrow dn = \frac{dx}{\sqrt{k}}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{n_{nom}} \frac{dn}{\sqrt{M_{pol}} + \sqrt{k} \cdot n} &= \int_{\sqrt{M_{pol}}}^{\sqrt{M_{pol}} + \sqrt{k} \cdot n_{nom}} \frac{dx}{\sqrt{k} \cdot x} = \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \ln x \bigg|_{\sqrt{M_{pol}}}^{\sqrt{M_{pol}} + \sqrt{k} \cdot n_{nom}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \ln \frac{\sqrt{M_{pol}} + \sqrt{k} \cdot n_{nom}}{\sqrt{M_{pol}}} \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Drugi integral se rešava smenom:

$$x = \sqrt{M_{pol}} - \sqrt{k} \cdot n \Rightarrow n = \frac{\sqrt{M_{pol}} - x}{\sqrt{k}} \Rightarrow dn = -\frac{dx}{\sqrt{k}}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{n_{nom}} \frac{dn}{\sqrt{M_{pol}} - \sqrt{k} \cdot n} &= \\ &= \int_{\sqrt{M_{pol}}}^{\sqrt{M_{pol}} - \sqrt{k} \cdot n_{nom}} -\frac{dx}{\sqrt{k} \cdot x} = -\frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \ln x \bigg|_{\sqrt{M_{pol}}}^{\sqrt{M_{pol}} - \sqrt{k} \cdot n_{nom}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \ln \frac{\sqrt{M_{pol}}}{\sqrt{M_{pol}} - \sqrt{k} \cdot n_{nom}} \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Na osnovu vrednosti integrala vreme zaleta je:

$$\begin{aligned} t_{zc} &= \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{2 \cdot \sqrt{M_{pol}}} \cdot \\ &\cdot \left(\frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \ln \frac{\sqrt{M_{pol}} + \sqrt{k} \cdot n_{nom}}{\sqrt{M_{pol}}} + \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \ln \frac{\sqrt{M_{pol}}}{\sqrt{M_{pol}} - \sqrt{k} \cdot n_{nom}} \right) = \\ &= \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{2 \cdot \sqrt{M_{pol}} \cdot k} \cdot \ln \frac{\sqrt{M_{pol}} + \sqrt{k} n_{nom}}{\sqrt{M_{pol}} - \sqrt{k} n_{nom}} = \\ &= \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{2 \cdot \sqrt{M_{pol}} \cdot k} \cdot \ln \frac{\sqrt{M_{pol} \cdot k} + k \cdot n_{nom}}{\sqrt{M_{pol} \cdot k} - k \cdot n_{nom}} = \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

$$\begin{aligned} t_{zc} &= \frac{6,7 \cdot \pi}{30 \cdot 2 \cdot \sqrt{183,65 \cdot 2,874 \cdot 10^{-4}}} \cdot \\ &\quad \cdot \ln \frac{\sqrt{183,65 \cdot 2,874 \cdot 10^{-4}} + 2,874 \cdot 10^{-4} \cdot 715}{\sqrt{183,65 \cdot 2,874 \cdot 10^{-4}} - 2,874 \cdot 10^{-4} \cdot 715} = \\ &= 0,5 \cdot 3,0539684 \cdot \ln \frac{0,4352322}{0,0242502} = 4,4090972[s] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Radni mehanizam D:

$$M_t = 0,5 \cdot M_{nom} + n \cdot \frac{M_{nom} - 0,5 \cdot M_{nom}}{n_{nom}} = 0,5 \cdot \left(1 + \frac{n}{n_{nom}} \right) \cdot M_{nom}$$

$$\begin{aligned} M_d &= M_{pol} - M_t = 1,25 \cdot M_{nom} - 0,5 \cdot M_{nom} \cdot \left(1 + \frac{n}{n_{nom}} \right) = \\ &= \left(0,75 - 0,5 \cdot \frac{n}{n_{nom}} \right) \cdot M_{nom} \end{aligned}$$

$$t_{zd} = \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \int_0^{n_{nom}} \frac{dn}{M_d} = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_{nom}} \cdot \int_0^{n_{nom}} \frac{dn}{0,75 - 0,5 \cdot \frac{n}{n_{nom}}}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Integral se rešava smenom:

$$x = 0,75 - 0,5 \cdot \frac{n}{n_{nom}} \Rightarrow n = n_{nom} \cdot \frac{0,75 - x}{0,5} \Rightarrow dn = -2 \cdot n_{nom} \cdot dx$$

$$\begin{aligned} t_{zd} &= \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_{nom}} \cdot \int_{0,75}^{0,75 - 0,5 \cdot \frac{n_{nom}}{n_{nom}}} -2 \cdot n_{nom} \cdot \frac{dx}{x} = \\ &= -\frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_{nom}} \cdot 2 \cdot n_{nom} \cdot \ln x \bigg|_{0,75}^{0,75 - 0,5 \cdot \frac{n_{nom}}{n_{nom}}} = \\ &= \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_{nom}} \cdot 2 \cdot n_{nom} \cdot \ln \frac{0,75}{0,25} = \frac{2 \cdot 715 \cdot 6,7 \cdot \pi}{30 \cdot 146,92} \cdot \ln \frac{0,75}{0,25} = \\ &= 6,82902 \cdot \ln 3 = \boxed{7,50244[s]} \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

b) Ubrzanje na početku zaleta nalazi se iz vrednosti dinamičkog viška momenta za nultu odnosno početnu brzinu obrtanja.

Ubrzanje na početku zaleta uz $t = 0$, $n = 0$ je:

$$M_d = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_d(0)}{J_{\Sigma}}$$

Radni mehanizam A:

$$M_d = const \Rightarrow M_d(0) = 0,25 \cdot M_{nom} = 36,73[Nm]$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_d(0)}{J_{\Sigma}} = \frac{36,73}{6,7} = 5,482[s^{-2}]$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Radni mehanizam B:

$$M_d(0) = M_{pol} = 1,25 \cdot M_{nom} = 183,65 [Nm]$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_d(0)}{J_\Sigma} = \frac{183,65}{6,7} = 27,41 [s^{-2}]$$

Radni mehanizam C:

$$M_d(0) = M_m = 1,25 \cdot M_{nom} = 183,65 [Nm]$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_d(0)}{J_\Sigma} = \frac{183,65}{6,7} = 27,41 [s^{-2}]$$

DINAMIKA POGONA, TRAJANJE ZALETA I KOČENJA

Radni mehanizam D:

$$M_d(0) = 1,25 \cdot M_{nom} - 0,5 \cdot M_{nom} = 0,75 \cdot M_{nom} = 110,19[Nm]$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_d(0)}{J_\Sigma} = \frac{110,19}{6,7} = 16,446[s^{-2}]$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 6:

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE.

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

☑ **Vreme zaleta za neopterećen motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom sa konstantnim momentom:**

$$M_m = M_{nom}$$

$$t_{zal} = \frac{\pi J_{\Sigma}}{30 M_{nom}} n_{zal}$$

☑ **Vreme zaleta za neopterećen motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom pri direktnom upuštanju sa momentom zavisnim od brzine:**

$$M_m = M_{max} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0} \right)$$

$$t_{zal} = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma} \cdot n_0}{30 \cdot M_{max}} \ln \left(\frac{n_0}{n_0 - n_{zal}} \right)$$

☑ **Elektromehanička vremenska konstanta motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom u okolini nominalne brzine obrtanja:**

$$T_m = \frac{J_{\Sigma} \cdot n_{nom}}{M_{nom}} \cdot \frac{\pi}{30}$$

Zadatak:

Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, napajan sa tiristorskim ispravljačem, ima sledeće podatke: nominalni rotorski napon $U_{nom} = 220$ [V]; nominalna rotorska struja $I_{anom} = 34,2$ [A]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 2250$ [min^{-1}]; otpor namotaja rotora i pomoćnih polova $R_a + R_{pp} = 0,38$ [Ω]; masa motora $m_m = 25$ [kg]; klasa izolacije F. Motor pokreće čisti zamajni teret sa momentom inercije $J_{\Sigma} = 20$ [kgm^2].

Motor se napaja tiristorskim regulatorom koji tokom polaska obezbeđuje napajanje motora sa dvostrukom nominalnom strujom u toku $t_{pol} = 50$ [s], a zatim radi zaštite regulatora i motora smanjuje strujnu granicu na vrednost nominalne struje motora.

Odrediti vreme zaleta motora do nominalne brzine.

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

Vrednost nominalnog momenta motora nalazi se iz relacije:

$$\begin{aligned} M_{nom} &= \frac{P_{nom}}{\omega_{nom}} = E_{nom} \cdot I_{nom} \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi \cdot n_{nom}} = \\ &= \left[U - (R_a + R_{pp}) \cdot I_{nom} \right] \cdot I_{nom} \cdot \frac{30}{\pi \cdot n_{nom}} = \\ &= (220 - 0,38 \cdot 34,2) \cdot 34,2 \cdot \frac{30}{\pi \cdot 2250} = 30,046 [Nm] \end{aligned}$$

Pošto je moment motora proporcionalan sa strujom motora, maksimalni moment tokom zaleta je:

$$M_{max} = M_{nom} \cdot \frac{I_{max}}{I_{nom}} = 30,046 \cdot 2 = 60,092 [Nm]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

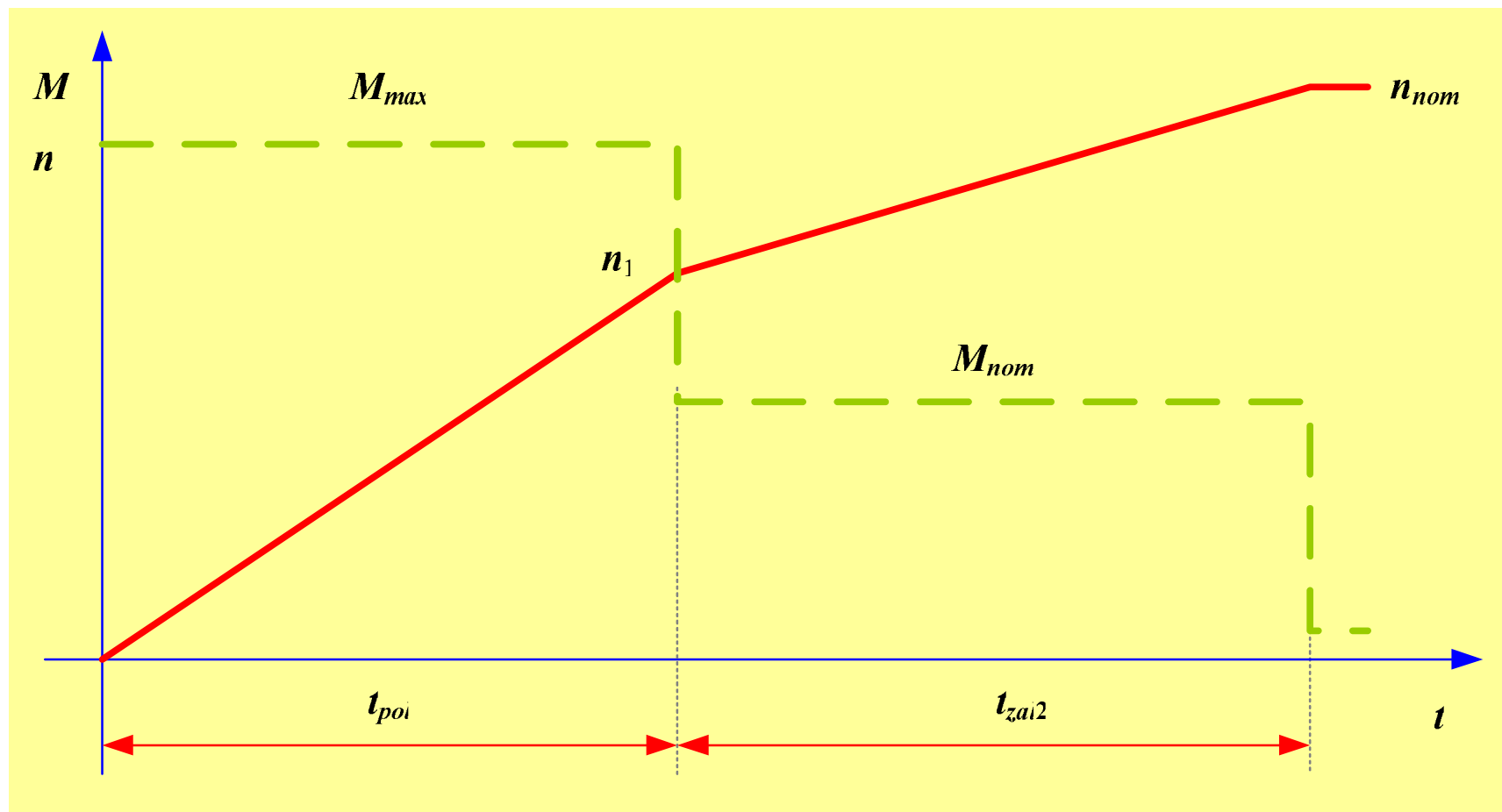
Za vreme dok elektronika dozvoljava rad sa dvostrukom nominalnom strujom motora, motor se ubrzava do brzine:

$$n_1 = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{M_{\max} \cdot t_{pol}}{J_{\Sigma}} = \frac{60 \cdot 60,092 \cdot 50}{2 \cdot \pi \cdot 20} = 1434,591 [\text{min}^{-1}]$$

Dalje zalet sa jednostrukom nominalnom strujom motora do nominalne brzine obrtanja obavlja se za vreme:

$$t_{zal2} = J_{\Sigma} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot \frac{n_{nom} - n_1}{M_{nom}} = \frac{20 \cdot 2 \cdot \pi \cdot (2250 - 1434,591)}{60 \cdot 30,046} = 56,839 [s]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE



DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Traženo vreme zaleta jednako je zbiru pojedinačnih vremena zaleta, odnosno:

$$t_{zal} = t_{pol} + t_{zal2} = 50 + 56,839 = 106,839[s]$$

Zadatak:

Jednosmerni motor sa nezavisnom pobudom nominalne snage od $P_{nom} = 1,3$ [kW], priključnog napona $U_{nom} = 220$ [V], nominalne brzine obrtanja $n_{nom} = 1000$ [min⁻¹] sa ukupnim momentom inercije svedenim na osovini motora $J_{\Sigma} = 2$ [kgm²] upušta se priključenjem direktno na mrežu. Otpor rotorskog namotaja i namotaja pomoćnih polova, uključujući ekvivalentni pad napona na četkicama, iznosi $R_a + R_{pp} = 5,2$ [Ω].

Koeficient korisnog dejstva motora je $\eta = 0,78$ [].

Za koje vreme će motor postići 98% od nominalne brzine obrtanja, bez otpornog momenta opterećenja?

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

Nominalni moment motora iznosi:

$$M_{nom} = 9550 \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = 9550 \cdot \frac{1,3}{1000} \cong 12,415 [Nm]$$

Nominalna vrednost struje iznosi:

$$I_{nom} = \frac{P}{\eta \cdot U} = \frac{1300}{0,78 \cdot 220} \cong 7,576 [A]$$

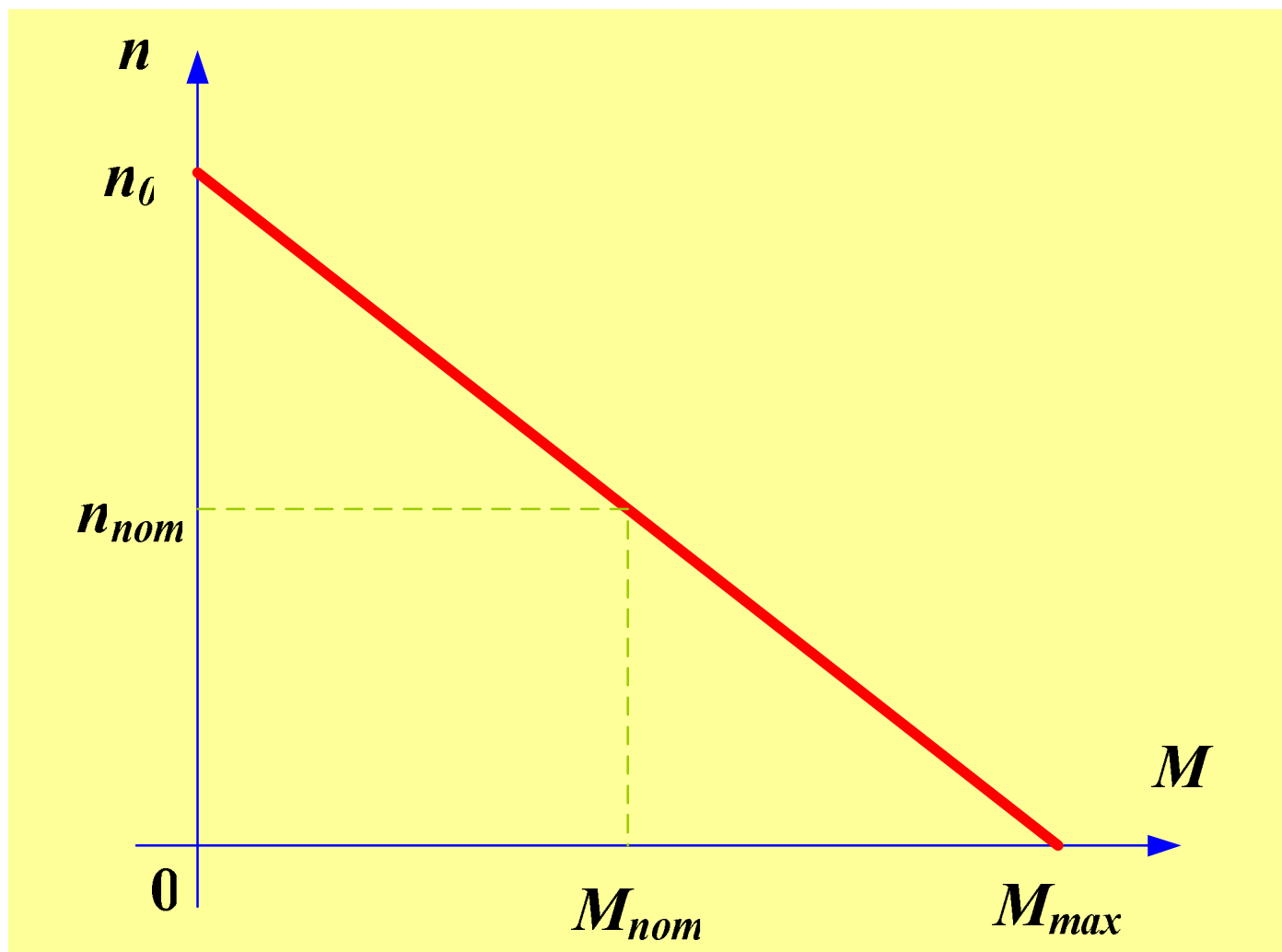
Maksimalna struja motora ograničena je unutrašnjim otporima na:

$$I_{max} = \frac{U}{R_a + R_{pp}} = \frac{220}{5,2} \cong 42,308 [A]$$

Moment je proporcionalan struji ($\Phi = konst$), odnosno važi:

$$M_{max} = M_{nom} \cdot \frac{I_{max}}{I_{nom}} = 12,415 \cdot \frac{42,308}{7,576} = 69,332 [Nm]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE



☑ ***Važi linearna zavisnost momenta i brzine obrtanja.***

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Pri tome važi:

$$n = \frac{U - (R_a + R_{pp}) \cdot I_a}{k_E \Phi} \Rightarrow$$
$$n_0 = \frac{U}{k_E \cdot \Phi} = \frac{U \cdot n_{nom}}{U - (R_a + R_{pp}) \cdot I_{nom}} = \frac{220 \cdot 1000}{220 - 5,2 \cdot 7,576} =$$
$$= 1218,129 [\text{min}^{-1}]$$

Moment motora se može predstaviti relacijom:

$$M_m = M_{\max} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0} \right)$$

Pošto je moment opterećenja nula, dinamički moment je:

$$M_d = M_m = M_{\max} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0} \right) = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30} \cdot \frac{dn}{dt}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Vreme zaleta nalazi se jednostavno integraljenjem:

$$t_{zal} = \int_0^{t_{zal}} dt = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30 \cdot M_{\max}} \cdot \int_0^{n_{zal}} \frac{dn}{\left(1 - \frac{n}{n_0}\right)} = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma} \cdot n_0}{30 \cdot M_{\max}} \cdot \int_0^{n_{zal}} \frac{dn}{n_0 - n}$$

Integral se rešava smenom:

$$n_0 - n = t \Rightarrow n = n_0 - t \Rightarrow dn = -dt$$

$$t_{zal} = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma} \cdot n_0}{30 \cdot M_{\max}} \int_{n_0}^{n_0 - n_{zal}} -\frac{dt}{t} = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma} \cdot n_0}{30 \cdot M_{\max}} \cdot \ln\left(\frac{n_0}{n_0 - n_{zal}}\right)$$

$$n_{zal} = 0,98 \cdot n_{nom} = 0,98 \cdot 1000 = 980 [\text{min}^{-1}]$$

$$t_{zal} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 1218,129}{30 \cdot 69,332} \ln\left(\frac{1218,129}{1218,129 - 980}\right) = 6,0063[s]$$

Zadatak:

Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, sa podacima: nominalna snaga $P_{nom} = 40$ [kW]; nominalni rotorski napon $U_{nom} = 440$ [V]; nominalna rotorska struja $I_{anom} = 100$ [A]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 1500$ [min⁻¹]; otpor namotaja rotora i pomoćnih polova $R_a + R_{pp} = 0,44$ [Ω]; pokreće radnu mašinu sa ukupnim momentom inercije svedenim na osovину motora $J_{\Sigma} = 20$ [kgm²], čiji je mehanički otporni moment linearno zavisao od brzine obrtanja i pri nominalnoj brzini obrtanja jednak nominalnom momentu motora.

Motor se napaja iz regulisanog tiristorskog ispravljača koji pri polasku obezbeđuje konstantnu strujnu granicu jednaku nazivnoj vrednosti rotorske struje.

Izvesti i nacrtati zavisnosti brzine obrtanja, momenta motora i momenta opterećenja u prelaznom režimu, koji nastaje posle pokretanja pogona iz stanja mirovanja.

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

Nominalni moment motora iznosi:

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30 \cdot 40 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1500} = \frac{800}{\pi} = 254,65 [Nm]$$

Prema uslovu zadatka moment opterećenja raste linearno sa brzinom obrtanja i jednak je nominalnom momentu motora pri nominalnoj brzini obrtanja, pa se može izraziti relacijom:

$$M_t(n) = M_{nom} \cdot \frac{n}{n_{nom}}$$

Zbog postojanja strujne granice tiristorskog ispravljača struja polaska motora je konstantna, pa pošto je kod motora sa nezavisnom pobudom fluks konstantan, a važi linearni odnosi između momenta i struje, motor tokom polaska razvija konstantan moment.

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\frac{M_{pol}}{I_{pol}} = \frac{M_{nom}}{I_{nom}} \Rightarrow$$

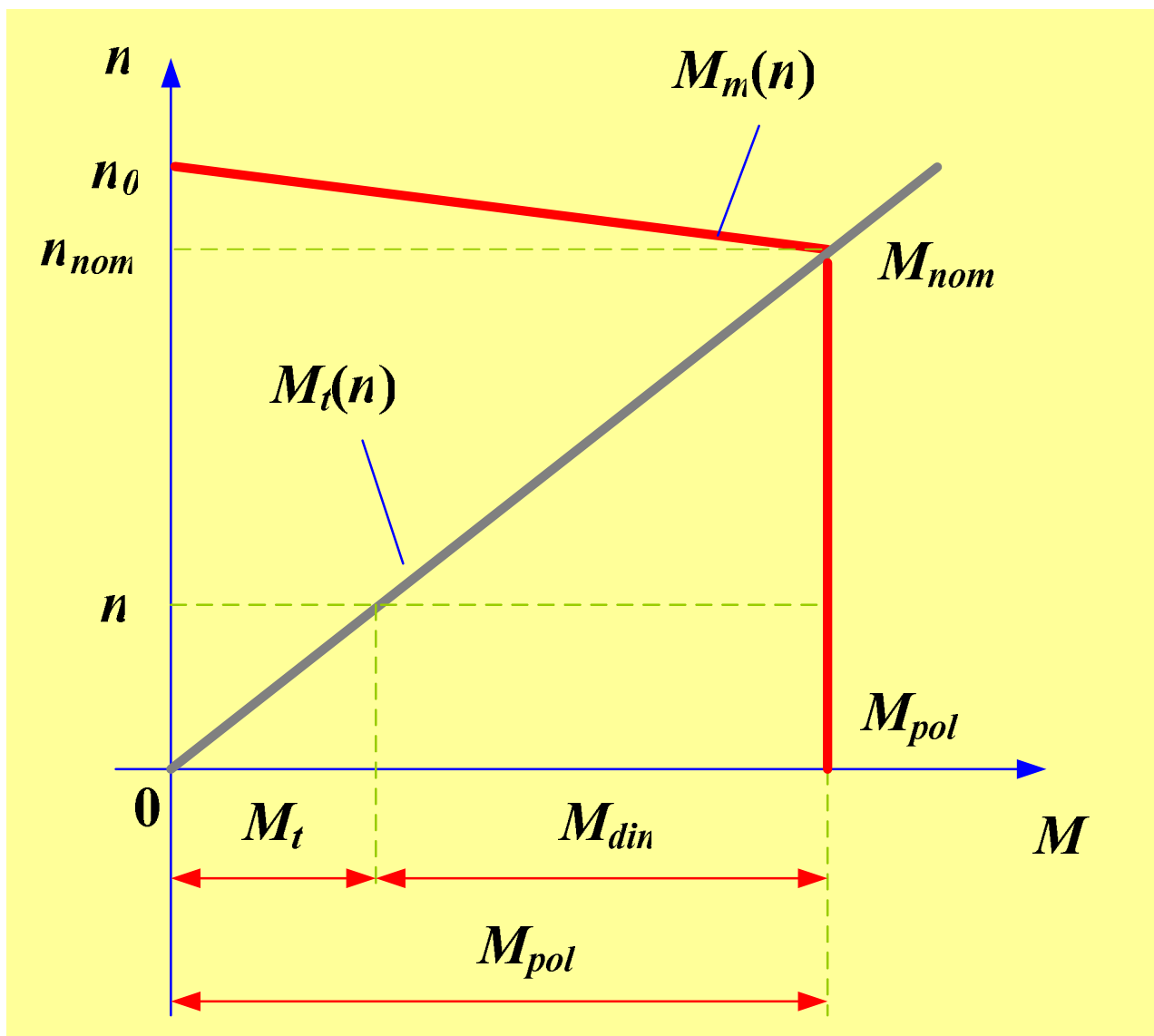
$$M_{pol} = M_{nom} \cdot \frac{I_{pol}}{I_{nom}} = M_{nom} \cdot \frac{I_{nom}}{I_{nom}} = M_{nom} = 254,65[Nm]$$

Ubrzanje se izvodi sa konstantnim momentom motora do stacionarne radne tačke.

Dinamička vrednost momenta je jednaka razlici momenta motora i momenta opterećenja:

$$M_{din}(n) = M_m(n) - M_t(n) = M_{pol} - M_{nom} \cdot \frac{n}{n_{nom}} = M_{nom} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_{nom}}\right)$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE



DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Iz Njutnove jednačine, korišćenjem veze između ugaone brzine i brzine obrtanja, dobija se diferencijalna jednačina:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} \Rightarrow$$

$$J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_{\Sigma} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} = M_{din} = M_{nom} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_{nom}}\right)$$

Uvođenjem smene za elektromehaničku vremensku konstantu:

$$T_m = \frac{J_{\Sigma} \cdot n_{nom}}{M_{nom}} \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{20 \cdot 1500 \cdot \pi}{254,65 \cdot 30} = 12,34[s]$$

dobija se konačna diferencijalna jednačina:

$$\frac{dn}{dt} + \frac{1}{T_m} \cdot n = \frac{1}{T_m} \cdot n_{nom}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje se nalazi uvođenjem dve komponente brzine obrtanja: za ustaljeni režim (n_F) i za prelazni režim (n_N)

$$n = n_F + n_N$$

$$\frac{dn_N}{dt} + \frac{1}{T_m} n_N + \frac{1}{T_m} \cdot n_F = \frac{1}{T_m} \cdot n_{nom} \Rightarrow n_F = n_{nom}$$

Rešavanjem homogenog dela jednačine dobija se brzina prelaznog režima oblika:

$$\frac{dn_N}{dt} + \frac{1}{T_m} \cdot n_N = 0 \Rightarrow n_N = A \cdot e^{-\frac{1}{T_m} t}$$

$$n = n_F + n_N = n_{nom} + A \cdot e^{-\frac{1}{T_m} t}$$

Za $t = 0$ i $n = 0$, pa se dobija:

$$A = -n_{nom}$$

$$n = n_{nom} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} t} \right) = 1500 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{12,34}} \right) \left[\text{min}^{-1} \right]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

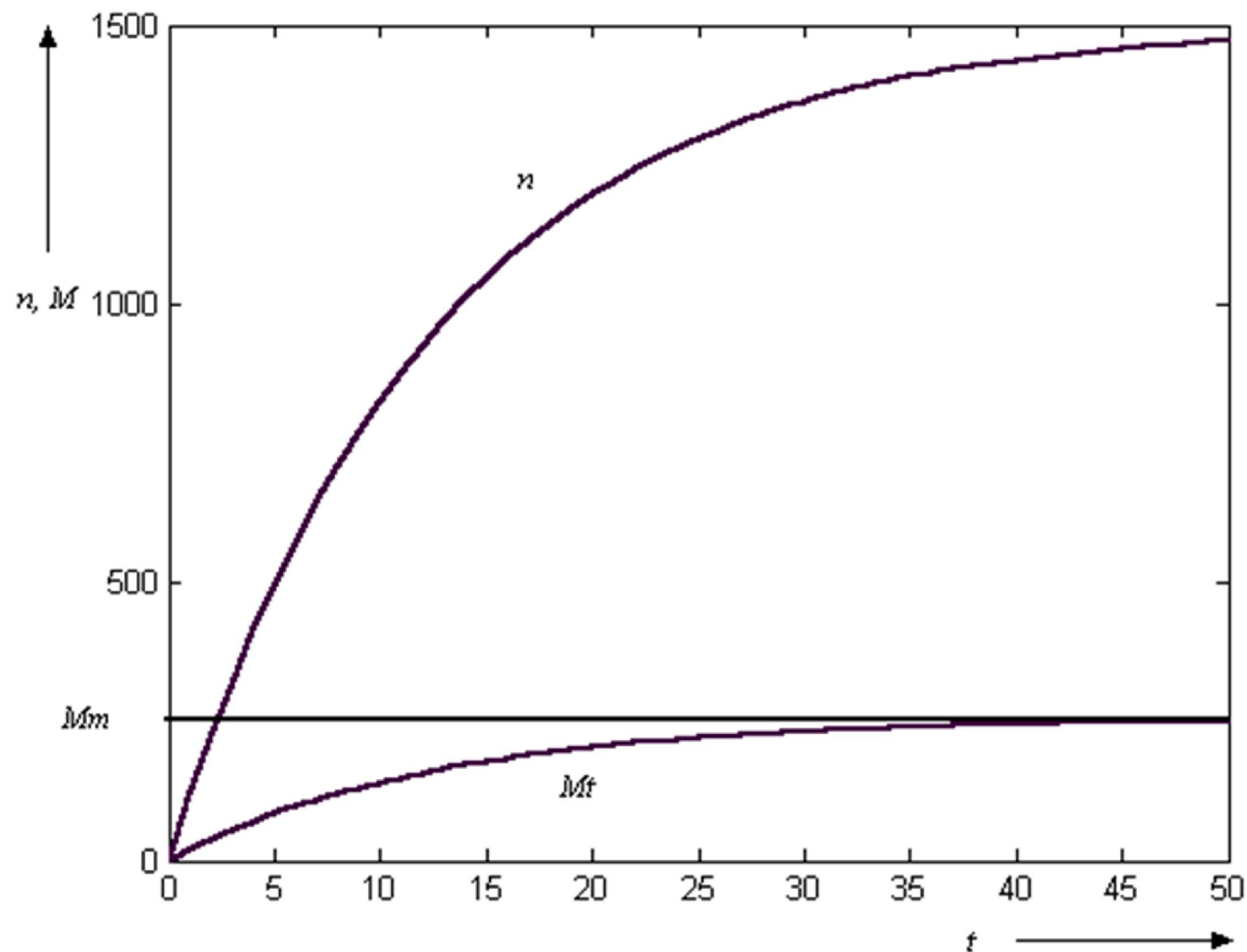
Moment opterećenja se prema tome menja sa vremenom po funkciji:

$$M_t(n) = M_{nom} \cdot \frac{n}{n_{nom}} = M_{nom} \cdot \frac{n_{nom}}{n_{nom}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}\right) = M_{nom} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}\right) =$$
$$= 254,65 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{12,34}}\right) [Nm]$$

A moment motora ne menja se sa vremenom odnosno konstantan je i jednak nominalnom:

$$M_m = M_{nom} = 254,65 [Nm]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE



Zadatak:

Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, sa podacima: nominalna snaga $P_{nom} = 40$ [kW]; nominalni rotorski napon $U_{nom} = 440$ [V]; nominalna rotorska struja $I_{anom} = 100$ [A]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 1500$ [min⁻¹]; otpor namotaja rotora i pomoćnih polova $R_a + R_{pp} = 0,44$ [Ω]; pokreće radnu mašinu sa ukupnim momentom inercije svedenim na osovину motora $J_{\Sigma} = 20$ [kgm²], čiji je mehanički otporni moment linearno zavisan od brzine obrtanja i pri nominalnoj brzini obrtanja jednak nominalnom momentu motora.

Motor se direktno priključuje na mrežu.

- a) Odrediti vrednosti brzine obrtanja, momenta motora i momenta opterećenja u stacionarnom stanju.*
- b) Izvesti i nacrtati zavisnosti brzine obrtanja, momenta motora i momenta opterećenja u prelaznom režimu koji nastaje posle pokretanja pogona iz stanja mirovanja.*

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

Nominalni moment motora iznosi:

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30 \cdot 40 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1500} = \frac{800}{\pi} = 254,65 [Nm]$$

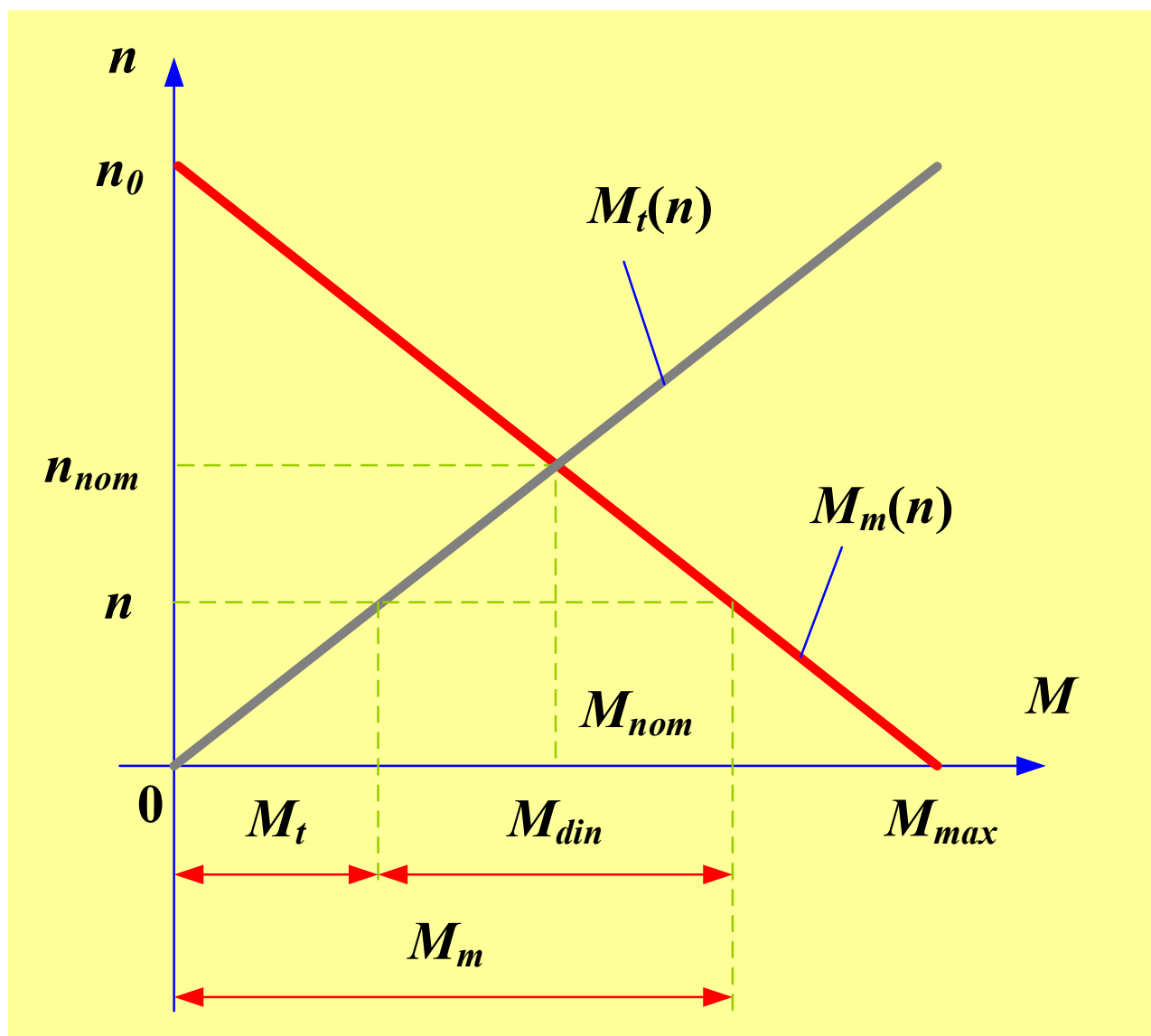
Prema uslovu zadatka moment opterećenja raste linearno sa brzinom obrtanja i jednak je nominalnom momentu motora pri nominalnoj brzini obrtanja, pa se može izraziti relacijom:

$$M_t(n) = M_{nom} \cdot \frac{n}{n_{nom}}$$

Moment motora linearno zavisi od brzine obrtanja, prema relaciji:

$$\frac{M_{max}}{n_0} = \frac{M_m(n)}{n_0 - n} \Rightarrow M_m(n) = M_{max} \cdot \frac{n_0 - n}{n_0} = M_{max} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0}\right)$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE



DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Maksimalna vrednost rotorske struje iznosi:

$$I_{\max} = \frac{U_{\text{nom}}}{R_a + R_{pp}} = \frac{440}{0,44} = 1000[A]$$

Kod motora sa nezavisnom pobudom važe linearni odnosi između momenta i struje, te sledi:

$$\frac{M_{\max}}{I_{\max}} = \frac{M_{\text{nom}}}{I_{\text{nom}}} \Rightarrow M_{\max} = M_{\text{nom}} \cdot \frac{I_{\max}}{I_{\text{nom}}} = 254,65 \cdot \frac{1000}{100} = 2546,5[Nm]$$

Brzina praznog hoda iznosi:

$$\begin{aligned} n_0 &= \frac{U_{\text{nom}}}{k_E \cdot \Phi_{\text{nom}}} = \frac{U_{\text{nom}}}{\frac{U_{\text{nom}} - R_a \cdot I_{\text{nom}}}{n_{\text{nom}}}} = n_{\text{nom}} \cdot \frac{U_{\text{nom}}}{U_{\text{nom}} - R_a \cdot I_{\text{nom}}} = \\ &= 1500 \cdot \frac{440}{440 - 0,44 \cdot 100} = 1666,67[\text{min}^{-1}] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Stacionarna radna tačka upravo je nominalna radna tačka motora, pošto je ispunjeno:

$$n_{stac} = n_{nom} = 1500 [\text{min}^{-1}] \quad M_{tstac} = M_{mstac} = M_{nom} = 254,65 [\text{Nm}]$$

b) Dinamička vrednost momenta je:

$$M_{din}(n) = M_m(n) - M_t(n) = M_{\max} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0}\right) - M_{nom} \cdot \frac{n}{n_{nom}}$$

Iz Njutnove jednačine, korišćenjem veze između ugaone brzine i brzine obrtanja, dobija se diferencijalna jednačina:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} \Rightarrow$$

$$J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_{\Sigma} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} = M_{din} = M_{\max} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0}\right) - M_{nom} \cdot \frac{n}{n_{nom}} \Rightarrow$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\frac{J_{\Sigma}}{M_{\max}} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} = \left(1 - \frac{n}{n_0}\right) - \frac{M_{\text{nom}}}{M_{\max}} \cdot \frac{n}{n_{\text{nom}}}$$

Iz proporcije sa skice na kojoj je prikazan motorni moment sledi:

$$\frac{M_{\text{nom}}}{n_0 - n_{\text{nom}}} = \frac{M_{\max}}{n_0} \Rightarrow \frac{M_{\text{nom}}}{M_{\max}} = \frac{n_0 - n_{\text{nom}}}{n_0} = 1 - \frac{n_{\text{nom}}}{n_0} \Rightarrow$$

$$\frac{J_{\Sigma}}{M_{\max}} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} = \left(1 - \frac{n}{n_0}\right) - \left(1 - \frac{n_{\text{nom}}}{n_0}\right) \cdot \frac{n}{n_{\text{nom}}} = 1 - \frac{n}{n_{\text{nom}}}$$


$$T_m = \frac{J_{\Sigma} \cdot n_{\text{nom}}}{M_{\max}} \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{20 \cdot 1500 \cdot \pi}{2546,5 \cdot 30} = 1,234 [s]$$

***Elektromehanička
vremenska konstanta.***

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Zamenom vremenske konstante dobija se diferencijalna jednačina:

$$\frac{dn}{dt} + \frac{1}{T_m} \cdot n = \frac{1}{T_m} \cdot n_{nom}$$

**Rešenje se nalazi uvođenjem dve komponente brzine obrtanja:
za ustaljeni režim (n_F) i za prelazni režim (n_N)**

$$n = n_F + n_N$$

$$\frac{dn_N}{dt} + \frac{1}{T_m} n_N + \frac{1}{T_m} \cdot n_F = \frac{1}{T_m} \cdot n_{nom} \Rightarrow n_F = n_{nom}$$

Rešavanjem homogenog dela jednačine dobija se oblik brzine prelaznog režima:

$$\frac{dn_N}{dt} + \frac{1}{T_m} \cdot n_N = 0 \Rightarrow n_N = A \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$n = n_F + n_N = n_{nom} + A \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}$$

Za $t = 0$ i $n = 0$, pa se dobija:

$$A = -n_{nom}$$

$$n = n_{nom} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) = 1500 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{1,234}} \right) [\text{min}^{-1}]$$

Sledi da se moment opterećenja menja sa vremenom po funkciji:

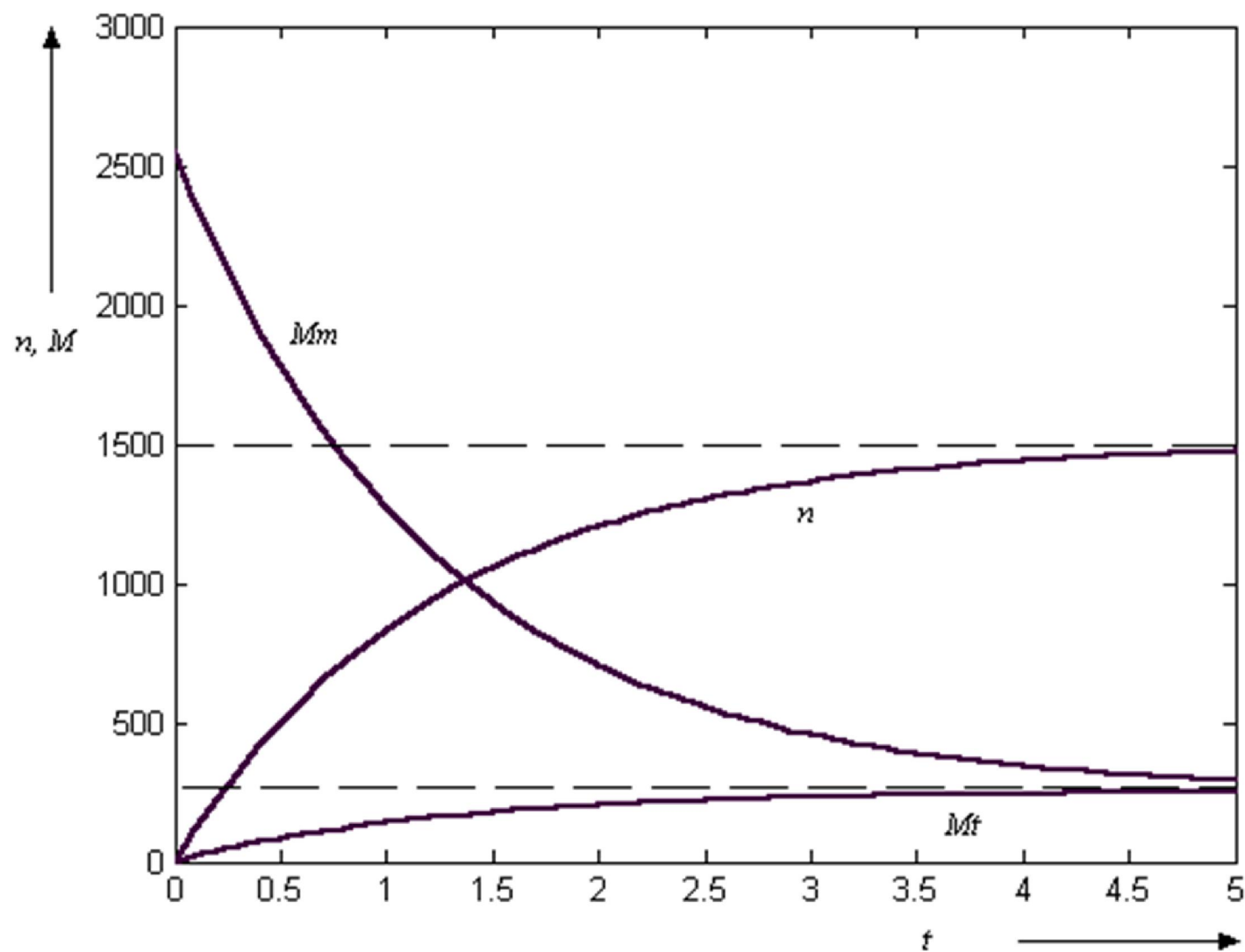
$$\begin{aligned} M_t(n) &= M_{nom} \cdot \frac{n}{n_{nom}} = M_{nom} \cdot \frac{n_{nom}}{n_{nom}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) = \\ &= M_{nom} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) = 254,65 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{1,234}} \right) [Nm] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\begin{aligned}M_m &= M_{\max} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0}\right) = M_{\max} \cdot \left[1 - \frac{n_{\text{nom}}}{n_0} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}\right)\right] = \\&= M_{\max} \cdot \left(1 - \frac{n_{\text{nom}}}{n_0} + \frac{n_{\text{nom}}}{n_0} \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}\right) = \\&= M_{\max} \cdot \left[\frac{M_{\text{nom}}}{M_{\max}} + \left(1 - \frac{M_{\text{nom}}}{M_{\max}}\right) \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}\right] = \\&= M_{\text{nom}} + (M_{\max} - M_{\text{nom}}) \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} = \\&= 254,65 + (2546,5 - 254,65) \cdot e^{-\frac{t}{1,234}} = \\&= 254,65 + 2291,85 \cdot e^{-\frac{t}{1,234}} [Nm]\end{aligned}$$

**Moment motora u
funkciji vremena.**

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

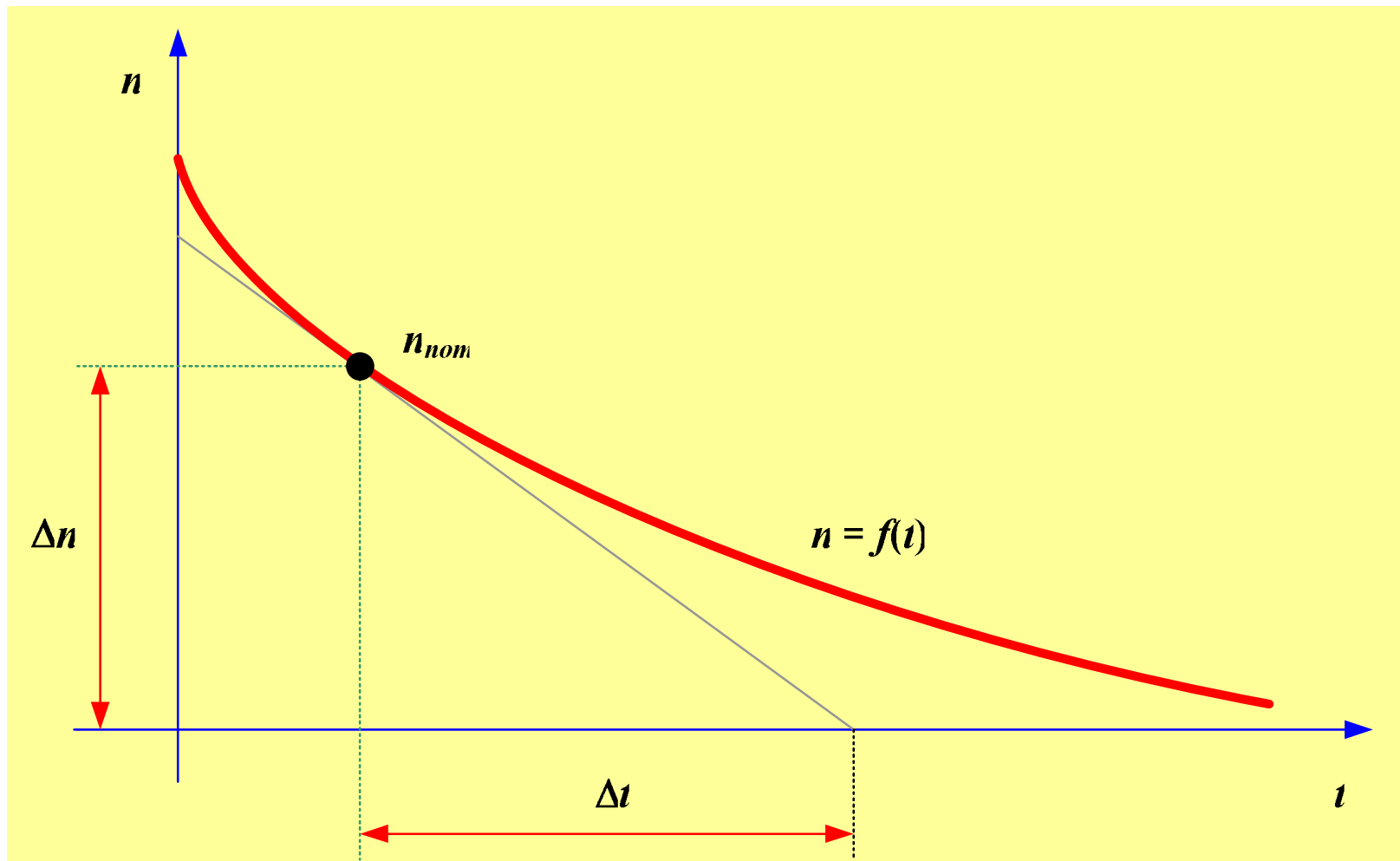


Zadatak:

Koliko iznosi moment inercije elektromotornog pogona sa motorom jednosmerne struje, ako je merenjem pri zaustavljanju očitano vreme zaustavljanja od $t_k = 40$ [s] na tangenti krive, vremenske zavisnosti pada brzine obrtanja, kroz nazivnu tačku $n_{nom} = 1000$ [min⁻¹]. Gubici trenja i ventilacije motora pri nazivnoj brzini obrtanja iznose $P_{trv} = 2$ [kW].

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:



DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

U nazivnoj radnoj tački pri zaustavljanju kočioni moment jednak je momentu trenja i ventilacije:

$$M_k = M_{trv} = -\frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{trv}}{n_{nom}} = -\frac{30}{\pi} \cdot \frac{2000}{1000} = -19,099 [Nm]$$

Iz Njutnove jednačine sledi relacija, za izračunavanje traženog momenta inercije pogona:

$$M_k = M_{trv} = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_{\Sigma} \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{\Delta n}{\Delta t} = -J_{\Sigma} \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{n_{nom}}{t_k} \Rightarrow$$

$$J_{\Sigma} = -M_{trv} \cdot \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{t_k}{n_{nom}} = -(-19,099) \cdot \frac{30}{\pi} \cdot \frac{40}{1000} = 7,295 [kgm^2]$$

Zadatak:

*Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, napajan sa tiristorskim ispravljačem, ima sledeće podatke: nominalni rotorski napon $U_{nom} = 220$ [V]; nominalna rotorska struja $I_{anom} = 34,2$ [A]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 2250$ [min^{-1}]; otpor namotaja rotora i pomoćnih polova $R_a + R_{pp} = 0,38$ [Ω]. Radi određivanja sopstvenog momenta inercije motora izmereno je vreme zaleta neopterećenog motora $t_{zal1} = 0,5$ [s], a zatim je motor opterećen sa čistim zamajnim teretom sa momentom inercije $J_z = 0,2$ [kgm^2] i izmereno mu je ponovo vreme zaleta $t_{zal2} = 1,5$ [s].
Koliko iznosi sopstveni moment inercije motora?*

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

U oba merenja pogon se ubrzava sa konstantnim momentom ubrzanja, pa za prvo merenje važi:

$$M_{d1} = M_{\max} = J_m \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_m \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot \frac{n_{\text{nom}}}{t_{\text{zal1}}}$$

Za drugo merenje važi:

$$M_{d1} = M_{\max} = (J_m + J_z) \cdot \frac{d\omega}{dt} = (J_m + J_z) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot \frac{n_{\text{nom}}}{t_{\text{zal2}}}$$

Jednostavnim deljenjem prethodne dve relacije dolazi se do relacije za nepoznat sopstveni moment inercije motora:

$$1 = \frac{J_m}{J_m + J_z} \cdot \frac{t_{\text{zal2}}}{t_{\text{zal1}}} \Rightarrow$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA JEDNOSMERNE STRUJE

$$J_m = J_z \cdot \frac{t_{zal1}}{t_{zal2} - t_{zal1}} = J_z \cdot \frac{1}{\frac{t_{zal2}}{t_{zal1}} - 1} = 0,2 \cdot \frac{1}{\frac{1,5}{0,5} - 1} = 0,1 [kgm^2]$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 7:

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE.

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

☑ **Vreme zaleta za neopterećen asinhroni motor od nulte brzine do brzine sa klizanjem s :**

$$t_{zal} = \frac{J_{\Sigma}}{2} \cdot \frac{\omega_1}{M_{kr}} \cdot \left[\frac{1-s^2}{2s_{kr}} - s_{kr} \cdot \ln(s) \right]$$

☑ **Elektromehanička vremenska konstanta asinhronog motora u okolini sinhronne brzine obrtanja:**

$$T_m = \frac{J_{\Sigma} \cdot s_{nom} \cdot n_1}{M_{nom}} \cdot \frac{\pi}{30}$$

Zadatak:

Trofazni četvoropolni asinhroni motor, sa sopstvenim momentom inercije $J_m = 3 \text{ [kgm}^2\text{]}$; nominalnim momentom $M_{nom} = 80 \text{ [Nm]}$; preopteretljivošću (do kritičnog momenta) $\lambda = 3 \text{ []}$ i klizanjem pri kritičnom momentu $s_{kr} = 0,24 \text{ []}$, koristi se za ubrzanje i kočenje zamajca sa momentom inercije od $J_z = 7 \text{ [kgm}^2\text{]}$.

*Za koje vreme će zamajac dostići brzinu od $n = 1425 \text{ [min}^{-1}\text{]}$?
(Zanemariti otpornost statora, promenljivost otpora rotora, struju magnećenja, kao i trenje i sve gubitke praznog hoda).*

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Sinhrona ugaona brzina obrtanja motora iznosi:

$$\omega_1 = \frac{\omega_s}{p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50}{2} \approx \frac{314}{2} = 157 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Kritična vrednost momenta motora iznosi:

$$M_{kr} = \lambda \cdot M_{nom} = 3 \cdot 80 = 240 [Nm]$$

Klizanje za brzinu obrtanja od $n = 1425 [min^{-1}]$ je:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1500 - 1425}{1500} = 0,05 []$$

Ukupni moment inercije pogona sveden na osovinu motora iznosi:

$$J_{\Sigma} = J_m + J_z = 3 + 7 = 10 [kgm^2]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Motorni moment asinhronog motora jednostavnije je predstaviti u funkciji klizanja nego u funkciji brzine obrtanja.

Ta veza je određena Klosovim obrascem:

$$M_m = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s}}$$

Vreme zaleta nalazi se primenom Njutnove jednačine, u koju treba uvrstiti Klosov obrazac za funkciju momenta od klizanja.

Rešenje jednačine, uz uslov da je moment opterećenja $M_t = 0$, nalazi se korišćenjem veze između ugaone brzine i klizanja:

$$\omega = (1 - s) \cdot \omega_1 \Rightarrow d\omega = -\omega_1 \cdot ds \Rightarrow$$

$$M_{din} = (M_m - M_t) = M_m = J_\Sigma \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow$$

$$dt = \frac{J_\Sigma}{M_m} \cdot d\omega = -\frac{J_\Sigma}{M_m} \cdot \omega_1 \cdot ds \Rightarrow$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Iz zadnje relacije integraljenjem, dobija se relacija za izračunavanje vremena zaleta od jediničnog klizanja do željenog klizanja:

$$\begin{aligned} t_z &= \int_0^{t_z} dt = \int_1^s -\frac{J_\Sigma}{M_m} \cdot \omega_1 \cdot ds = -J_\Sigma \cdot \omega_1 \cdot \int_1^s \frac{ds}{M_m} = -J_\Sigma \cdot \omega_1 \int_1^s \frac{ds}{\frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s}}} = \\ &= \frac{J_\Sigma \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \int_{s_a}^1 \left(\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s} \right) \cdot ds = \frac{J_\Sigma \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \left(\int_s^1 \frac{s}{s_{kr}} \cdot ds + \int_s^1 \frac{s_{kr}}{s} \cdot ds \right) = \\ &= \frac{J_\Sigma \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \left(\frac{s^2}{2 \cdot s_{kr}} + s_{kr} \cdot \ln(s) \right) \Bigg|_s^1 = \frac{J_\Sigma \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \left[\left(\frac{1-s^2}{2 \cdot s_{kr}} \right) - s_{kr} \cdot \ln(s) \right] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Prema tome vreme zaleta iznosi:

$$\begin{aligned} t_z &= \frac{10 \cdot 157}{2 \cdot 240} \cdot \left(\frac{1 - 0,05^2}{2 \cdot 0,24} - 0,24 \cdot \ln 0,05 \right) = \\ &= 3,270833 \cdot (2,078125 + 0,7189757) = 9,149[s] \end{aligned}$$

Zadatak:

Trofazni kliznokolutni motor pokreće ukupni moment inercije $J_{\Sigma} = 3,7 \text{ [kgm}^2\text{]}$. Kritični moment motora je $M_{kr} = 1,9M_{nom} \text{ [Nm]}$, a postiže se pri brzini $n_{kr} = 662 \text{ [min}^{-1}\text{]}$. Nominalna snaga i brzina obrtanja su $P_{nom} = 5 \text{ [kW]}$; $n_{nom} = 725 \text{ [min}^{-1}\text{]}$.

- a) Koliko je vreme zaleta motora $t_{zal} = ?$ do brzine $n = 700 \text{ [min}^{-1}\text{]}$?*
- b) Pri kom dodatnom otporu u kolu rotora se postiže najkraće vreme zaleta do zadate brzine ako je $R_r' = 2,2 \text{ [}\Omega\text{]}$?*

Rešenje:

a) Prvo se moraju odrediti parametri za izračunavanje vremena zaleta:

$$s = \frac{750 - 700}{750} = 0,0667[\quad]$$

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 750}{30} = 78,540[s^{-1}]$$

$$M_{nom} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{5000}{725} = 68,857[Nm]$$

$$M_{kr} = 1,9 \cdot M_{nom} = 1,9 \cdot 68,857 = 125,129[Nm]$$

$$s_{kr} = \frac{750 - 662}{750} = 0,117[\quad]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Vreme zaleta izračunava se na osnovu relacije izvedene u prethodnom zadatku:

$$\begin{aligned} t_{zal} &= \frac{J_{\Sigma}}{2} \cdot \frac{\omega_1}{M_{kr}} \cdot \left[\frac{1-s^2}{2 \cdot s_{kr}} - s_{kr} \cdot \ln(s) \right] = \\ &= \frac{3,7 \cdot 78,540}{2 \cdot 125,129} \left[\frac{1-0,0667^2}{2 \cdot 0,117} - 0,117 \cdot \ln(0,0667) \right] = 5,308[s] \end{aligned}$$

b) Najkraće vreme zaleta dobija se pri kritičnom klizanju koje odgovara ekstremu prethodne funkcije za $s = 0,0667$:

$$\frac{dt_{zal}}{ds_{kr}} = \frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \left[-\frac{1}{2 \cdot s_{kr}^2} \cdot (1-s^2) - \ln(s) \right] = 0$$

$$s'_{kr} = \sqrt{\frac{s^2 - 1}{2 \cdot \ln(s)}} = \sqrt{\frac{0,0667^2 - 1}{2 \cdot \ln(0,0667)}} = 0,42877[]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Iz odnosa kritičnih klizanja dobija se relacija za određivanje potrebne dodatne otpornosti:

$$\frac{s'_{kr}}{s_{kr}} = \frac{\frac{R'_2 + R'_d}{X'_2}}{\frac{R'_2}{X'_2}} = \frac{R'_2 + R'_d}{R'_2}$$

$$R'_d = R'_2 \cdot \frac{s'_{kr}}{s_{kr}} - R'_2 = R'_2 \cdot \left(\frac{s'_{kr}}{s_{kr}} - 1 \right) = 2,2 \cdot \left(\frac{0,42877}{0,117} - 1 \right) = 5,862[\Omega]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Najkraće vreme zaleta je prema tome:

$$\begin{aligned} t_{zal\ min} &= \frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \left[\frac{1-s^2}{2 \cdot s'_{kr}} - s'_{kr} \cdot \ln(s) \right] = \\ &= \frac{3,7 \cdot 78,540}{2 \cdot 125,129} \cdot \left[\frac{1-0,0667^2}{2 \cdot 0,42877} - 0,42877 \cdot \ln(0,0667) \right] = 2,696[s] \end{aligned}$$

Zadatak:

Trofazni asinhroni motor sa nominalnim podacima: $P_{nom} = 29,7$ [kW]; $U_s = 380$ [V]; $n_{nom} = 740$ [min⁻¹]; $\eta_{\square\square} = 0,89$ [] i $J_m = 10$ [kgm²] pokreće radnu mašinu sa svedenim momentom inercije na osovину motora od $J_t = 115$ [kgm²].

U tablici na sledećem slajdu su date vrednosti momenta motora i opterećenja zavisno od brzine obrtanja.

Primenom parcijalne integracije ili grafo-analitičkom metodom odrediti vreme zaleta motora.

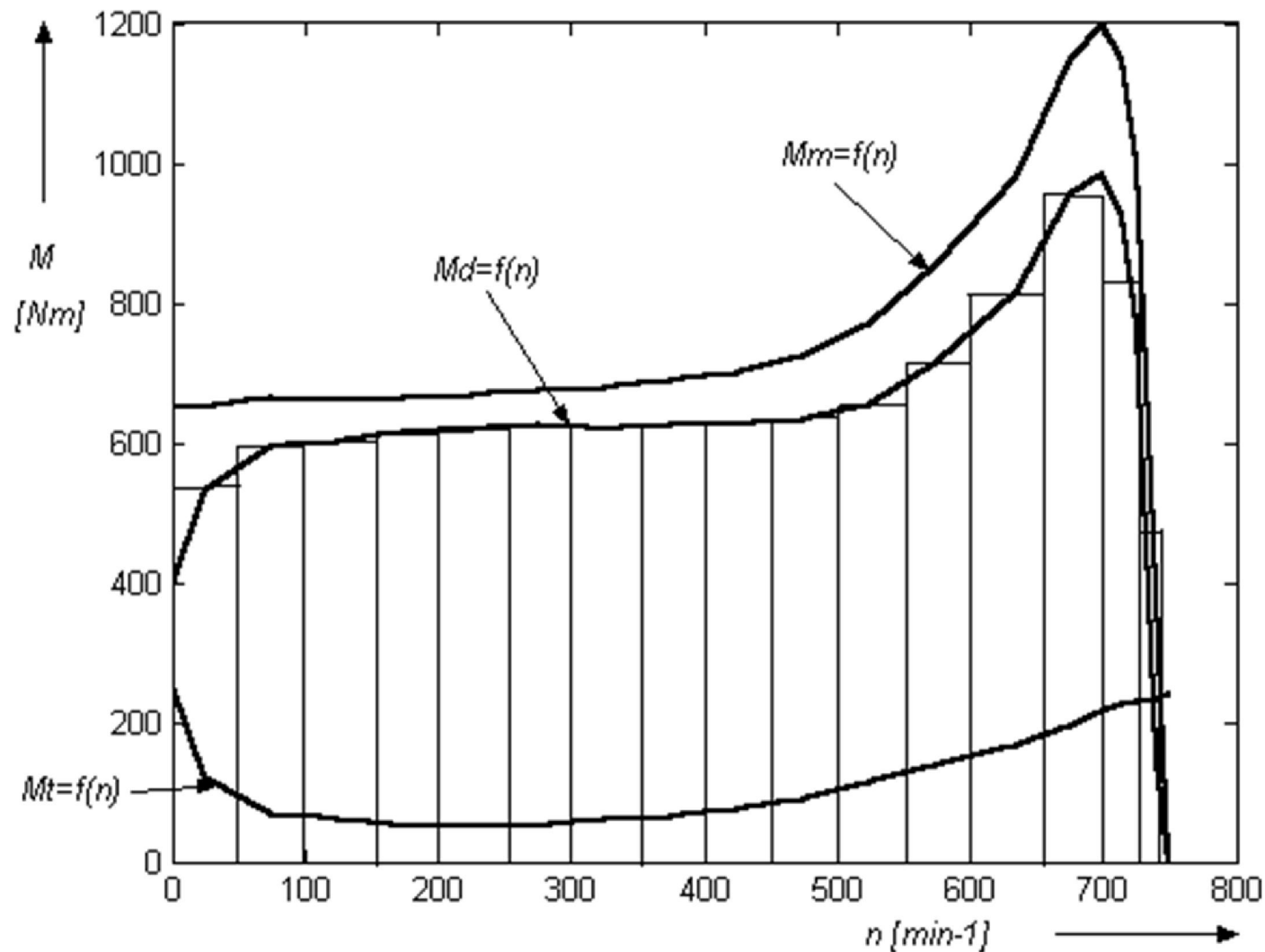
DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

n [min^{-1}]	25	75	125	175	225	275	325	375
M_m [Nm]	650	665	660	665	670	675	680	690
M_t [Nm]	120	70	60	50	50	50	60	65

n [min^{-1}]	425	475	525	575	625	675	725	740
M_m [Nm]	700	725	770	855	980	1150	1000	383
M_t [Nm]	75	90	115	140	165	195	225	234

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:



DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Odredi se prvo funkcija promene dinamičkog momenta M_d u funkciji brzine obrtanja kao razlike motornog momenta M_m i momenta tereta M_t . Zatim se podeli osa brzine na segmente, kako bi se unutar svakog od njih moglo računati sa prosečnom vrednošću dinamičkog momenta M_{di} .

Za i -ti odsečak važi:

$$t_{zali} = J_{\Sigma} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot \frac{\Delta n_i}{M_{di}}$$

Ukupno vreme zaleta jednako je zbiru pojedinačnih vremena zaleta:

$$\begin{aligned} t_{zal} &= \sum_{i=1}^n t_{zali} = \sum_{i=1}^n J_{\Sigma} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot \frac{\Delta n_i}{M_{di}} = (J_m + J_t) \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\Delta n_i}{M_{di}} = \\ &= (10 + 115) \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\Delta n_i}{M_{di}} = 13,09 \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\Delta n_i}{M_{di}} [s] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Postupak za prvi segment, $\Delta n_1 = 50 \text{ [min}^{-1}]$ i $M_{d1} = 650 - 120 = 530 \text{ [Nm]}$, daje:

$$t_{zal1} = 13,09 \cdot \frac{\Delta n_1}{M_{d1}} = 13,09 \cdot \frac{50}{530} = \frac{654,5}{530} = 1,234 \text{ [s]}$$

Slično se računa i za druge segmente.

Radi tačnijeg izračunavanja u zadnjem segmentu stacionarna brzina je izračunata iz poznatog proporcionalnog odnosa momenta i razlike sinhronne brzine obrtanja i stvarne brzine obrtanja u okolini sinhronne brzine:

$$n_{stac} = n_s - \frac{M_t}{M_m} \cdot (n_s - n_m) = 750 - \frac{234}{383} \cdot (750 - 740) = 743,9 \text{ [min}^{-1}]$$

Dobijena vremena zaleta za pojedinačne segmente data su u tabeli na sledećem slajdu.

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Δn_i [min^{-1}]	M_m [Nm]	M_{ti} [Nm]	M_{di} [Nm]	t_{zali} [s]
50	650	120	530	1,234
50	665	70	595	1,1
50	660	60	600	1,09
50	665	50	615	1,064
50	670	50	620	1,056
50	675	50	625	1,047
50	680	60	620	1,056
50	690	65	625	1,047
50	700	75	625	1,047
50	725	90	635	1,031
50	770	115	655	0,999
50	855	140	715	0,915
50	980	165	815	0,803
50	1150	195	955	0,685
25	1038	215	823	0,398
19	692	228	464	0,536

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

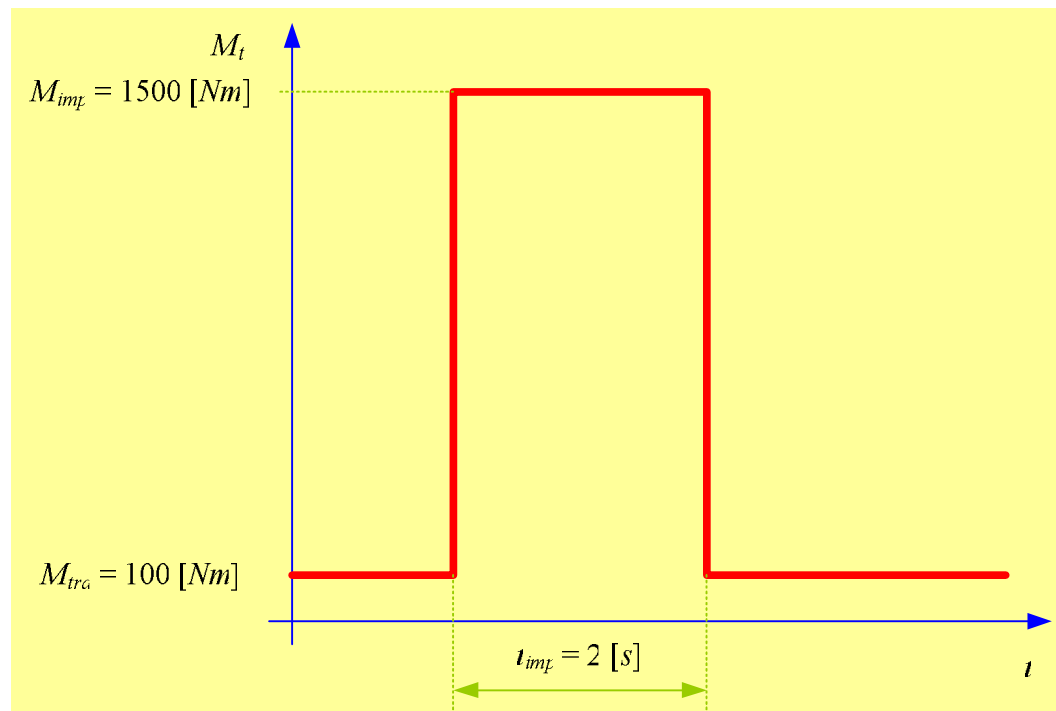
Ukupno vreme zaleta jednako je zbiru pojedinačnih vremena zaleta, odnosno:

$$t_{zal} = \sum_{i=1}^n t_{zali} = 15,108[s]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Asinhroni motor
nominalne snage $P_{nom} = 40$
[kW] **i nominalne brzine**
obrtnja $n_{nom} = 1430$ $[min^{-1}]$
opterećen je udarnim
opterećenjem prema slici.
Ukupni moment inercije
opterećenja sveden na
osovinu motora je $J_{\Sigma} = 150$
[kgm²]. Motor ima visoki
faktor preopterećenja
 $M_{kr}/M_{nom} = 4$.



Odrediti vrednost momenta motora i brzine obrtnja na kraju
udarnog opterećenja. Skicirati zavisnost promene brzine obrtnja i
momenta motora tokom udarnog opterećenja.

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Nominalni moment motora iznosi:

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{P_{nom}}{\frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n_{nom}} = \frac{30 \cdot 40 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1430} = 267,12 [Nm]$$

Nominalno klizanje iznosi:

$$s_{nom} = \frac{n_1 - n_{nom}}{n_1} = \frac{1500 - 1430}{1500} = 0,0467 []$$

Moment motora u ukolini sinhronne brzine može se smatrati da se menja linearno sa brzinom, odnosno da važi:

$$\frac{M_{nom}}{n_1 - n_{nom}} = \frac{M_m}{n_1 - n} \Rightarrow M_m = M_{nom} \cdot \frac{n_1 - n}{n_1 - n_{nom}}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Dinamička vrednost momenta je jednaka razlici momenta motora i momenta opterećenja:

$$M_{din}(n) = M_m(n) - M_{imp} = M_{nom} \cdot \frac{n_1 - n}{n_1 - n_{nom}} - M_{imp}$$

Iz Njutnove jednačine, korišćenjem veze između ugaone brzine i brzine obrtanja, dobija se diferencijalna jednačina:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} &= J_{\Sigma} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} = M_{din} = M_{nom} \cdot \frac{n_1 - n}{n_1 - n_{nom}} - M_{imp} = \\ &= M_{nom} \cdot \frac{n_1}{n_1 - n_{nom}} - M_{nom} \cdot \frac{n}{n_1 - n_{nom}} - M_{imp} \Rightarrow \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$J_{\Sigma} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} = \frac{M_{nom}}{s_{nom}} - \frac{M_{nom}}{s_{nom} \cdot n_1} \cdot n - M_{imp} / \cdot \frac{s_{nom} \cdot n_1}{M_{nom}} \Rightarrow$$

$$\frac{J_{\Sigma} \cdot s_{nom} \cdot n_1}{M_{nom}} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} = n_1 - n - \frac{M_{imp}}{M_{nom}} \cdot s_{nom} \cdot n_1 \Rightarrow$$

$$\frac{J_{\Sigma} \cdot s_{nom} \cdot n_1}{M_{nom}} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} + n = n_1 \cdot \left(1 - \frac{M_{imp}}{M_{nom}} \cdot s_{nom} \right)$$

U stacionarnom stanju važi proporcija:

$$\frac{M_{nom}}{n_1 - n_{nom}} = \frac{M_{imp}}{n_1 - n_{imp}} \Rightarrow \frac{M_{imp}}{M_{nom}} = \frac{n_1 - n_{imp}}{n_1 - n_{nom}}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Diferencijalna jednačina može da se napiše u obliku:

$$\frac{J_{\Sigma} \cdot s_{nom} \cdot n_1}{M_{nom}} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} + n = n_1 \cdot \left(1 - \frac{n_1 - n_{imp}}{n_1 - n_{nom}} \cdot \frac{n_1 - n_{nom}}{n_1} \right) = n_{imp}$$

gde je:

$$\begin{aligned} n_{imp} &= n_1 - \frac{M_{imp}}{M_{nom}} \cdot (n_1 - n_{nom}) = \\ &= 1500 - \frac{1500}{267,12} \cdot (1500 - 1430) = 1107,03 [\text{min}^{-1}] \end{aligned}$$

Uvodi se smena za elektromehaničku vremensku konstantu:

$$T_m = \frac{J_{\Sigma} \cdot s_{nom} \cdot n_1}{M_{nom}} \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{150 \cdot \frac{1500 - 1430}{1500} \cdot 1500 \cdot \pi}{267,12 \cdot 30} = 4,12 [s]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Smenom se dobija krajnja diferencijalna jednačina:

$$\frac{dn}{dt} + \frac{1}{T_m} \cdot n = \frac{1}{T_m} \cdot n_{imp}$$

Rešenje se nalazi uvođenjem dve komponente brzine obrtanja: za ustaljeni režim (n_F) i za prelazni režim (n_N)

$$n = n_F + n_N$$

$$\frac{dn_N}{dt} + \frac{1}{T_m} \cdot n_N + \frac{1}{T_m} \cdot n_F = \frac{1}{T_m} \cdot n_{imp} \Rightarrow n_F = n_{imp}$$

Rešavanjem homogenog dela jednačine dobija se oblik brzine prelaznog režima:

$$\frac{dn_N}{dt} + \frac{1}{T_m} \cdot n_N = 0 \Rightarrow n_N = A \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

$$n = n_F + n_N = n_{imp} + A \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}$$

Za $t = 0$ važi da je brzina obrtanja u stacionarnom stanju za stacionarni moment $n = n_{tra}$:

$$\begin{aligned} n_{tra} &= n_1 - \frac{M_{tra}}{M_{nom}} \cdot (n_1 - n_{nom}) = \\ &= 1500 - \frac{100}{267,12} \cdot (1500 - 1430) = 1473,12 [\text{min}^{-1}] \end{aligned}$$

pa se dobija funkcija promene brzine sa vremenom:

$$A = n_{tra} - n_{imp}$$

$$n = n_{imp} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) + n_{tra} \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Funkcija promene momenta motora dobija se daljim razvojem:

$$\begin{aligned} M_m &= M_{nom} \cdot \frac{n_1 - n}{n_1 - n_{nom}} = \frac{M_{nom}}{n_1 - n_{nom}} \cdot \left[n_1 - n_{imp} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) + n_{tra} \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right] = \\ &= \frac{M_{nom}}{n_1 - n_{nom}} \cdot \left\{ n_1 - \left[n_1 - \frac{M_{imp}}{M_{nom}} \cdot (n_1 - n_{nom}) \right] \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left[n_1 - \frac{M_{tra}}{M_{nom}} \cdot (n_1 - n_{nom}) \right] \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right\} \\ &= M_{imp} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) + M_{tra} \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \end{aligned}$$

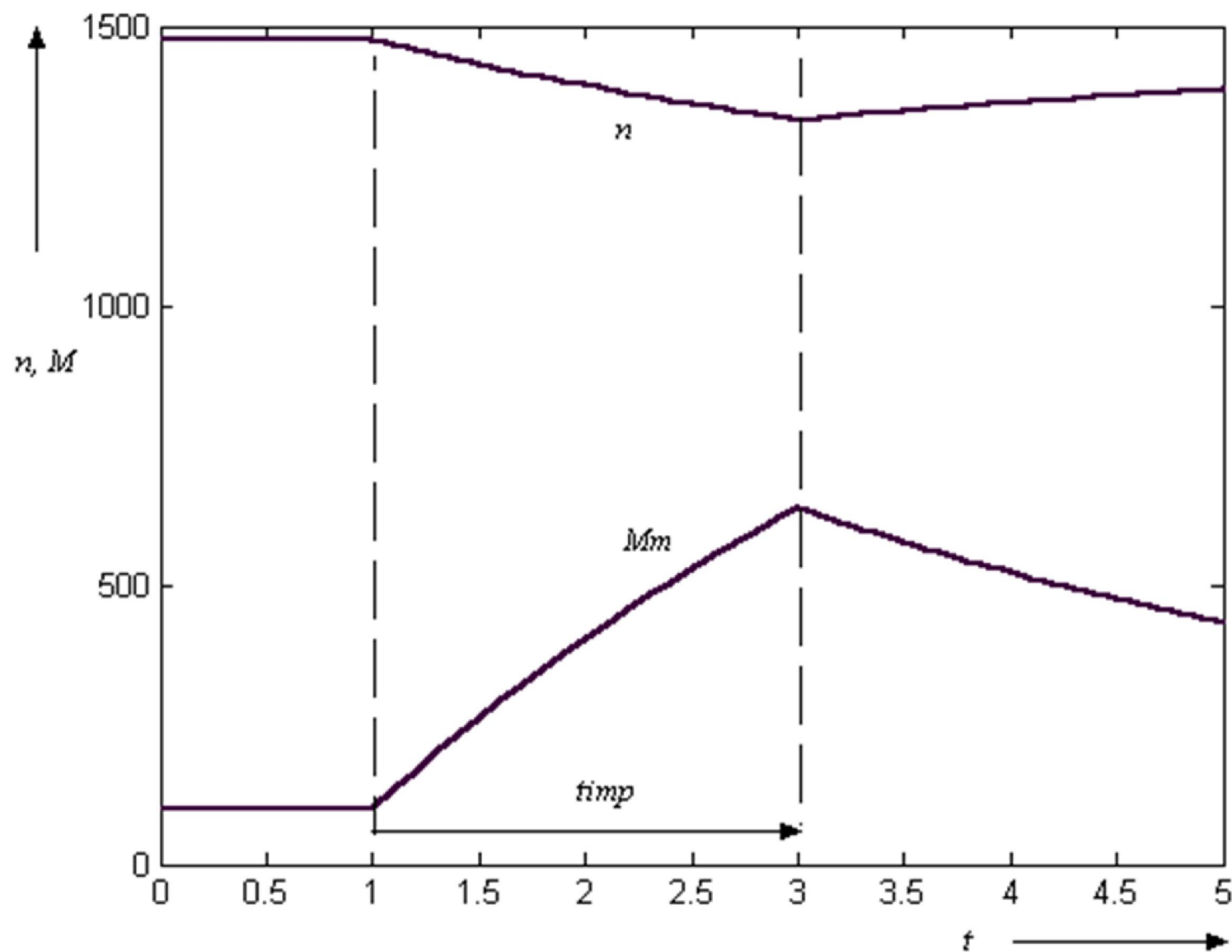
DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Na osnovu prethodnih relacija dobija se tražena brzina obrtanja i moment motora na kraju udarnog opterećenja:

$$n_k = 1107,03 \cdot \left(1 - e^{-\frac{2}{4,12}}\right) + 1473,79 \cdot e^{-\frac{2}{4,12}} = 1332,75 [\text{min}^{-1}]$$

$$M_{mk} = 1500 \cdot \left(1 - e^{-\frac{2}{4,12}}\right) + 100 \cdot e^{-\frac{2}{4,12}} = 638,40 [Nm]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE



DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

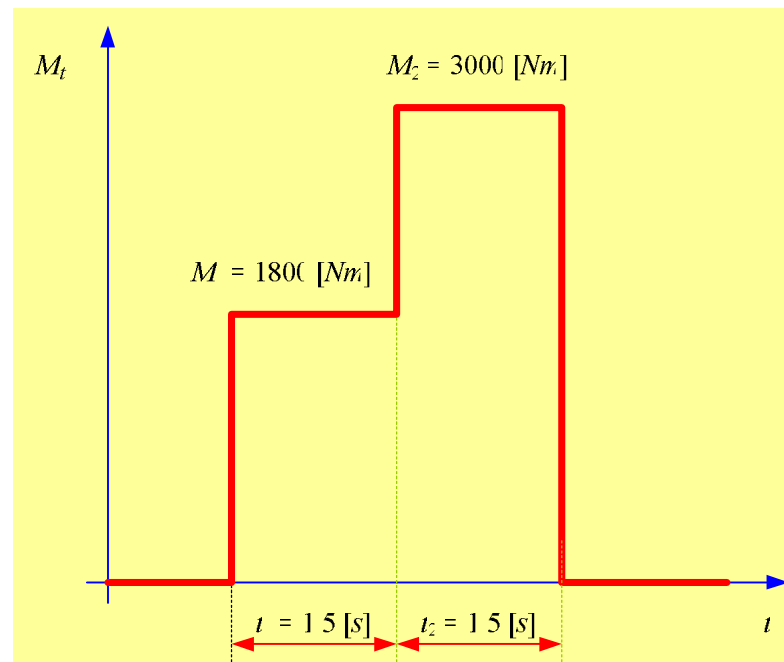
Zadatak:

Valjaonički stan sa zamajcem goni asinhroni motor nominalne snage $P_{nom} = 100$ [kW] i nominalne brzine obrtanja $n_{nom} = 1450$ [min⁻¹] opterećen je udarnim opterećenjem prema slici. Ukupni moment inercije zamajca sveden na osovinu motora je $J_{\Sigma} = 250$ [kgm²].

Radi uprošćenja smatrati da brzina obrtanja motora pre nailaska tereta iznosi $n_0 = 1500$ [min⁻¹] i da je funkcija momenta motora kao funkcija klizanja linearna.

Odrediti vrednost momenta motora i brzine obrtanja na kraju udarnog opterećenja.

Skicirati zavisnost promene brzine obrtanja i momenta motora tokom udarnog opterećenja.



DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Nominalni moment motora iznosi:

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{P_{nom}}{\frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n_{nom}} = \frac{30 \cdot 100 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1450} = 658,572 [Nm]$$

Nominalno klizanje iznosi:

$$s_{nom} = \frac{n_1 - n_{nom}}{n_1} = \frac{1500 - 1450}{1500} = 0,0333 []$$

Elektromehanička vremenska konstanta, za moment motora koji se u ukolini sinhronne brzine menja linearno sa brzinom, iznosi:

$$T_m = \frac{J_{\Sigma} \cdot s_{nom} \cdot n_1}{M_{nom}} \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{250 \cdot \frac{1500 - 1450}{1500} \cdot 1500 \cdot \pi}{658,572 \cdot 30} = 1,988 [s]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Moment motora tokom prvog dela impulsnog opterećenja menja se sa vremenom po funkciji:

$$M_m = M_{t1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right)$$

tako da na kraju za $t = t_1$ ima vrednost:

$$M_{m1} = M_{t1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_1}{T_m}} \right) = 1800 \cdot \left(1 - e^{-\frac{1.5}{1.988}} \right) = 953,581 [Nm]$$

Brzina stacionarnog stanja sa momentom tereta jednakim M_{t1} iznosi:

$$\begin{aligned} n_{t1} &= n_1 - \frac{M_{t1}}{M_{nom}} \cdot (n_1 - n_{nom}) = 1500 - \frac{1800}{658,572} \cdot (1500 - 1450) = \\ &= 1363,341 [\text{min}^{-1}] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Brzina tokom prvog dela impulsnog opterećenja menja se sa vremenom po funkciji:

$$n_m = n_{t1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) + n_1 \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}$$

tako da na kraju za $t = t_1$ ima vrednost:

$$\begin{aligned} n_{m1} &= n_{t1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_1}{T_m}} \right) + n_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T_m}} = \\ &= 1363,341 \cdot \left(1 - e^{-\frac{1,5}{1,988}} \right) + 1500 \cdot e^{-\frac{1,5}{1,988}} = 1427,612 [\text{min}^{-1}] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Moment motora tokom drugog dela impulsnog opterećenja menja se sa vremenom po funkciji:

$$M_m = M_{t2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) + M_{m1} \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}$$

tako da na kraju za $t = t_2$ ima vrednost:

$$\begin{aligned} M_{m2} &= M_{t1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_2}{T_m}} \right) + M_{m1} \cdot e^{-\frac{t_2}{T_m}} = \\ &= 3000 \cdot \left(1 - e^{-\frac{1,5}{1,988}} \right) + 953,581 \cdot e^{-\frac{1,5}{1,988}} = 2037,706 [Nm] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Brzina stacionarnog stanja sa momentom tereta jednakim M_{t2} iznosi:

$$n_{t2} = n_1 - \frac{M_{t2}}{M_{nom}} \cdot (n_1 - n_{nom}) = 1500 - \frac{3000}{658,572} \cdot (1500 - 1450) = 1272,235 [\text{min}^{-1}]$$

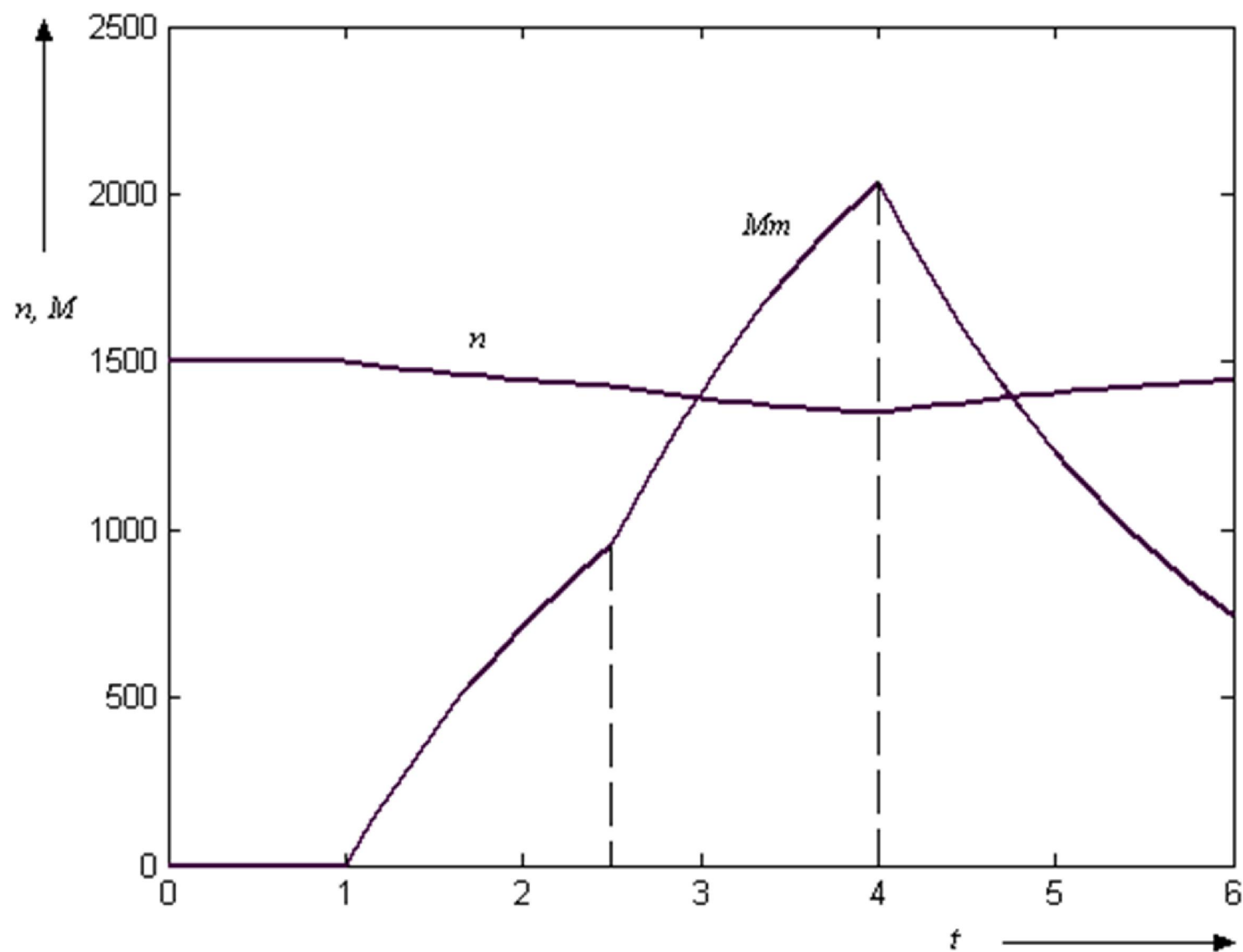
Brzina tokom drugog dela impulsnog opterećenja opisana je sa:

$$n_m = n_{t2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) + n_{m1} \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}$$

tako da na kraju za $t = t_2$ ima vrednost:

$$n_{m2} = n_{t2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_1}{T_m}} \right) + n_{m1} \cdot e^{-\frac{t_1}{T_m}} = 1272,235 \cdot \left(1 - e^{-\frac{1,5}{1,988}} \right) + 1427,612 \cdot e^{-\frac{1,5}{1,988}} = 1345,298 [\text{min}^{-1}]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE



Zadatak:

*Trofazni asinhroni motor nominalne snage $P_{nom} = 40 \text{ [kW]}$ i nominalne brzine obrtanja $n_{nom} = 1430 \text{ [min}^{-1}\text{]}$ opterećen je sa nominalnim opterećenjem. Tokom rada u toku od kratkog vremena $t_{imp} = 2 \text{ [s]}$ ostaje bez opterećenja. Ukupni moment inercije opterećenja sveden na osovину motora je $J_{\Sigma} = 150 \text{ [kgm}^2\text{]}$.
Odrediti brzinu obrtanja do koje će se maksimalno ubrzati motor tokom rasterećenja.
Skicirati zavisnost promene brzine obrtanja i momenta motora tokom rasterećenja.*

Rešenje:

Nominalni moment motora iznosi:

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{P_{nom}}{\frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n_{nom}} = \frac{30 \cdot 40 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1430} = 267,12 [Nm]$$

Nominalno klizanje iznosi:

$$s_{nom} = \frac{n_1 - n_{nom}}{n_1} = \frac{1500 - 1430}{1500} = 0,0467 []$$

Elektromehanička vremenska konstanta iznosi:

$$T_m = \frac{J_{\Sigma} \cdot s_{nom} \cdot n_1}{M_{nom}} \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{150 \cdot 0.0467 \cdot 1500 \cdot \pi}{267,12 \cdot 30} = 4,12 [s]$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Pre rasterećenja brzina obrtanja u stacionarnom stanju jednaka je nominalnoj brzini obrtanja. Kada bi rasterećenje trajalo beskonačno, brzina motora bi u novom stacionarnom stanju dostigla sinhronu brzinu obrtanja n_1 , pa funkcija promene brzine sa vremenom ima oblik:

$$n = n_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) + n_{nom} \cdot e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t}$$

Prema tome tražena brzina obrtanja na kraju rasterećenja iznosi:

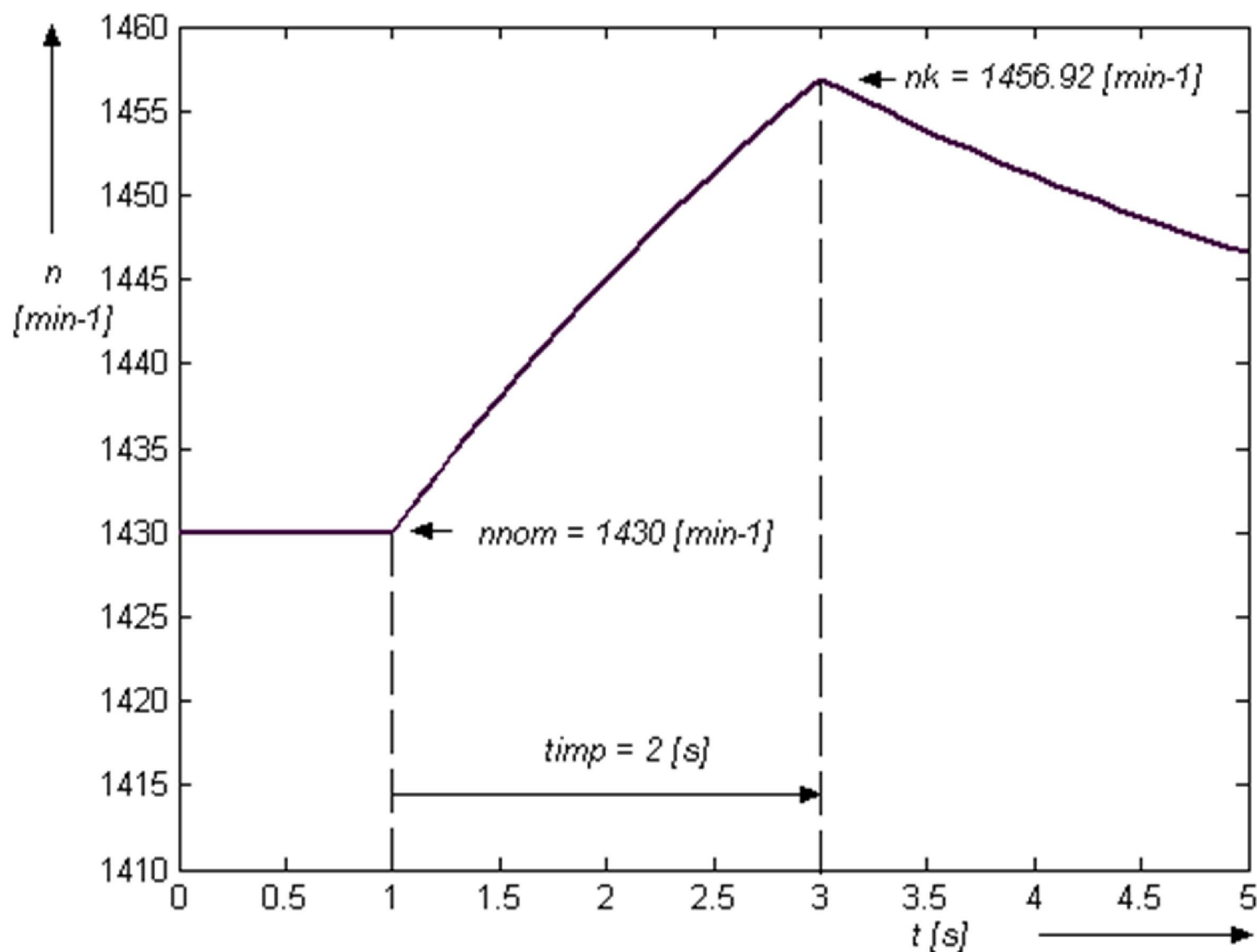
$$\begin{aligned} n_k &= 1500 \cdot \left(1 - e^{-\frac{2}{4,12}} \right) + 1430 \cdot e^{-\frac{2}{4,12}} = \\ &= 1500 - (1500 - 1430) \cdot e^{-\frac{2}{4,12}} = 1456,92 [\text{min}^{-1}] \end{aligned}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE

Po prestanku rasterećenja brzina obrtanja teži da se vrati u početno stacionarno stanje, po funkciji:

$$n = n_{nom} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{T_m} \cdot t} \right) + n_k \cdot e^{-\frac{1}{T_m} t}$$

DINAMIKA POGONA SA MOTORIMA NAIZMENIČNE STRUJE



ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 8:

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA.

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

✓ **Gubici energije u bakru motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom pri promeni ugaone brzine sa ω_1 na ω_2 :**

$$W_{Cu} = J_{\Sigma} \cdot \left[\omega_0 \cdot (\omega_2 - \omega_1) - \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} \right]$$

✓ **Gubici u bakru rotora i energija koju prima rotor asinhronog motora pri promeni brzine obrtanja sa klizanjem s_1 na brzinu obrtanja sa klizanjem s_2 :**

$$W_{Cur} = J_{\Sigma} \cdot \frac{\omega_s^2}{2} \cdot (s_1^2 - s_2^2)$$

$$W_{rot} = J_{\Sigma} \cdot \omega_s^2 \cdot (s_1 - s_2)$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Zadatak:

Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, tera radni mehanizam koji ga opterećuje tek nakon dostizanja pune brzine obrtanja. Motor se pušta direktno priključenjem na mrežu napona od $U_{nom} = 440$ [V]. Pri tom energija izgubljena za zalet iznosi W_z . Na koliko se smanji energija gubitaka u zaletu ako se koristeći se trima naponima priključimo motor prvo na $U_1 = 110$ [V], pa kad motor postigne punu brzinu za taj napon, prekopčamo na $U_2 = 220$ [V], a zatim ga, pri punoj brzini za taj napon, prespojimo na pun napon $U_{nom} = 440$ [V]?

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Rešenje:

Snaga koja se ulaže u jednosmerni motor $P_{ul} = UI_a$, troši se na gubitke u bakru i razvijanje mehaničke snage izražene sa ekvivalentom $P_{meh} = EI_a$:

$$U \cdot I_a = E \cdot I_a + R \cdot I_a^2 \Rightarrow R \cdot I_a^2 = P_{Cu} = U \cdot I_a - E \cdot I_a = P_{ul} - P_{meh}$$

Pošto je $U = c \cdot \Phi \cdot \omega_0$ i $E = c \cdot \Phi \cdot \omega$ važi:

$$R \cdot I_a^2 = c \cdot \Phi \cdot I_a \cdot (\omega_0 - \omega) = M_m \cdot (\omega_0 - \omega)$$

Pošto se ceo razvijeni moment motora troši na ubrzanje važi:

$$J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_{din} = M_m \Rightarrow dt = \frac{J_{\Sigma}}{M_m} \cdot d\omega$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Te sledi da priraštaj gubitaka energije u bakru iznosi:

$$\begin{aligned} dW_{Cu} &= R \cdot I_a^2 \cdot dt = M_m \cdot (\omega_0 - \omega) \cdot dt = M_m \cdot (\omega_0 - \omega) \cdot \frac{J_\Sigma}{M_m} \cdot d\omega = \\ &= J_\Sigma \cdot (\omega_0 - \omega) \cdot d\omega \end{aligned}$$

Gubici energije u bakru između dva vremenska trenutka t_1 i t_2 , odnosno dve ugaone brzine ω_1 i ω_2 dobijaju se integraljenjem:

$$\begin{aligned} W_{Cu} &= \int_{t_1}^{t_2} dW_{Cu} = \int_{t_1}^{t_2} R \cdot I_a^2 \cdot dt = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J_\Sigma \cdot (\omega_0 - \omega) \cdot d\omega = \\ &= J_\Sigma \cdot \left[\omega_0 \cdot \omega - \frac{\omega^2}{2} \right]_{\omega_1}^{\omega_2} = J_\Sigma \cdot \left[\omega_0 \cdot (\omega_2 - \omega_1) - \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} \right] \end{aligned}$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Za zalet sa direktnim priključenjem na mrežu napona $U_{nom} = 440$ [V], od brzine 0 do brzine ω_0 važi:

$$W_{Cu} = W_z = J_{\Sigma} \cdot \left[\omega_0^2 - \frac{\omega_0^2}{2} \right] = J_{\Sigma} \cdot \frac{\omega_0^2}{2} = \frac{J_{\Sigma}}{2} \cdot \left(\frac{U_{nom}}{c \cdot \Phi} \right)^2$$

Za zalet sa postepenim priključenjem na niže pa više napone, pojedinačne energije gubitaka iznose:

$$\begin{aligned} W_z' &= J_{\Sigma} \cdot \left[\omega_0'^2 - \frac{\omega_0'^2}{2} \right] = J_{\Sigma} \cdot \frac{\omega_0'^2}{2} = \frac{J_{\Sigma}}{2} \cdot \left(\frac{U_1}{c \cdot \Phi} \right)^2 = W_z \cdot \left(\frac{U_1}{U_{nom}} \right)^2 = \\ &= W_z \cdot \left(\frac{110}{440} \right)^2 = \frac{W_z}{16} \end{aligned}$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

$$\begin{aligned} W_z'' &= J_\Sigma \cdot \left[\omega_0'' \cdot (\omega_0'' - \omega_0') - \frac{\omega_0''^2 - \omega_0'^2}{2} \right] = J_\Sigma \cdot \frac{(\omega_0'' - \omega_0')^2}{2} = \\ &= \frac{J_\Sigma}{2} \cdot \left(\frac{U_2 - U_1}{c \cdot \Phi} \right)^2 = W_z \cdot \left(\frac{U_2 - U_1}{U_{nom}} \right)^2 = W_z \cdot \left(\frac{220 - 110}{440} \right)^2 = \frac{W_z}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_z''' &= J_\Sigma \cdot \left[\omega_0 \cdot (\omega_0' - \omega_0'') - \frac{\omega_0^2 - \omega_0''^2}{2} \right] = J_\Sigma \cdot \frac{(\omega_0 - \omega_0'')^2}{2} = \\ &= \frac{J_\Sigma}{2} \cdot \left(\frac{U_{nom} - U_2}{c \cdot \Phi} \right)^2 = W_z \cdot \left(\frac{U_{nom} - U_2}{U_{nom}} \right)^2 = \\ &= W_z \cdot \left(\frac{440 - 220}{440} \right)^2 = \frac{W_z}{4} \end{aligned}$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Ukupna energija gubitaka u zaletu sa postepenim uključivanjem jednaka je zbiru pojedinačnih energija gubitaka:

$$\begin{aligned} W_{\Sigma z} &= W_z' + W_z'' + W_z''' = \frac{W_z}{16} + \frac{W_z}{16} + \frac{W_z}{4} = \frac{W_z}{16} \cdot (1 + 1 + 4) = \\ &= \frac{3}{8} \cdot W_z = 0,375 \cdot W_z \end{aligned}$$

Na osnovu rezultata zaključuje se da se gubici smanjuju na 37,5% odnosno za 62,5%.

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Zadatak:

Trofaznom asinhronom motoru sa kaveznim rotorom nominalne brzine obrtanja $n_{nom} = 1450 \text{ } [min^{-1}]$, masa rotorskog bakra je $m_{Cur} = 12 \text{ } [kg]$.

Motor služi za pokretanje zamajca sa ukupnim momentom inercije $J_{\Sigma} = 12,5 \text{ } [kgm^2]$.

Odrediti:

Koliku energiju prima rotor a koliki su gubici u rotoru pri protivstrujnom kočenju sa pola brzine obrtanja na nultu brzinu, ako je moment opterećenja nula.

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Rešenje:

Pogon sa asinhronim motorom je neopterećen $M_T = 0$, tako da se sva uložena električna energija troši na promenu kinetičke energije rotirajućih masa i gubitke. Iz Njutnove jednačine sledi:

$$M_m = J_\Sigma \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \Rightarrow \frac{ds}{dt} = -\frac{1}{\omega_s} \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow$$

$$M_m = -J_\Sigma \cdot \omega_s \cdot \frac{ds}{dt}$$

odnosno:

$$M_m \cdot dt = -J_\Sigma \cdot \omega_s \cdot ds$$

Energija koju prima rotor izračunava se množenjem prethodne relacije sa ω_s :

$$M_m \cdot \omega_s \cdot dt = -J_\Sigma \cdot \omega_s^2 \cdot ds = p_{obr} \cdot dt$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Proizvod $M_m \omega_s$ predstavlja snagu obrtnog magnetnog polja, pa se tražena energija dobija integraljenjem:

$$\begin{aligned} W_{rot} &= \int_{t_1}^{t_2} p_{obr} \cdot dt = - \int_{s_1}^{s_2} J_{\Sigma} \cdot \omega_s^2 \cdot ds = \int_{s_2}^{s_1} J_{\Sigma} \cdot \omega_s^2 \cdot ds = J_{\Sigma} \cdot \omega_s^2 \cdot (s_1 - s_2) = \\ &= 12,5 \cdot \left(\frac{1500 \cdot \pi}{30} \right)^2 \cdot (1,5 - 1) = 154181 [Ws] = 154,181 [kWs] \end{aligned}$$

Ako se izvorna relacija $M_m \cdot dt = -J_{\Sigma} \cdot \omega_s \cdot ds$ pomnoži sa $\omega_s s$,

dobija se izraz u kom proizvod $M_m \omega_s s$ predstavlja trenutnu vrednost gubitaka u bakru rotora, odnosno:

$$M_m \cdot \omega_s \cdot s \cdot dt = p_{obr} \cdot s \cdot dt = p_{Cur} \cdot dt = -J_{\Sigma} \cdot \omega_s^2 \cdot s \cdot ds$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Tražena energija gubitaka u bakru rotora dobija se dalje integraljenjem:

$$\begin{aligned} W_{Cur} &= \int_{t_1}^{t_2} p_{Cur} \cdot dt = - \int_{s_1}^{s_2} J_{\Sigma} \cdot \omega_s^2 \cdot s \cdot ds = \int_{s_2}^{s_1} J_{\Sigma} \cdot \omega_s^2 \cdot s \cdot ds = \\ &= J_{\Sigma} \cdot \frac{\omega_s^2}{2} \cdot (s_1^2 - s_2^2) = \frac{12,5}{2} \cdot \left(\frac{1500 \cdot \pi}{30} \right)^2 \cdot (1,5^2 - 1^2) = \\ &= 192765 [Ws] = 192,765 [kWs] \end{aligned}$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Zadatak:

Asinhroni kratkospojeni motor ima sopstveni moment inercije $J_M = 3,5 \text{ [kgm}^2\text{]}$. Dozvoljeni broj upuštanja na sat samog motora iznosi $z = 1715 \text{ [h}^{-1}\text{]}$.

Ako zanemare gubici u statoru, praznom hodu i reduktoru, odrediti koliko puta se može reverzirati do pune brzine sa motorom na sat, ako je na osovini preko reduktora prenosnog odnosa $i_R = 4 \text{ []}$ dodat zamajac sa momentom inercije $J_Z = 160 \text{ [kgm}^2\text{]}$.

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Rešenje:

Energija gubitaka u bakru rotora za jedan zalet do pune brzine samog motora iznosi:

$$A_z \approx J_M \cdot \frac{\omega_s^2}{2} \cdot (1^2 - 0^2) = J_M \cdot \frac{\omega_s^2}{2}$$

Energija gubitaka u bakru rotora za jedno reverziranje od pune do pune brzine suprotnog smera opterećenog motora iznosi:

$$A_r \approx (J_M + J_Z') \cdot \frac{\omega_s^2}{2} \cdot (2^2 - 0^2) = 4 \cdot \left(J_M + \frac{J_Z}{i_R^2} \right) \cdot \frac{\omega_s^2}{2}$$

Ako se zanemare gubici u statoru, praznom hodu i reduktoru, ukupna energija tokom jednog časa rada sa z upuštanja, koja ne dovodi do pregrevanja motora iznosi:

$$A_\Sigma = z \cdot A_z = z \cdot J_M \cdot \frac{\omega_s^2}{2}$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Ova energija ne može biti veća od ukupne energije za r reverziranja, odnosno važi:

$$A_{\Sigma} = z \cdot J_M \cdot \frac{\omega_s^2}{2} \geq r \cdot A_r = r \cdot 4 \cdot \left(J_M + \frac{J_Z}{i_R^2} \right) \cdot \frac{\omega_s^2}{2}$$

Iz toga sledi da broj r reverziranja mora da zadovolji uslov:

$$r \leq \frac{z \cdot J_M}{4 \cdot \left(J_M + \frac{J_Z}{i_R^2} \right)} = \frac{1715 \cdot 3,5}{4 \cdot \left(3,5 + \frac{160}{4^2} \right)} = 111,57[]$$

Odnosno dopušteno je maksimalno 111 reverziranja.

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Zadatak:

Pogon sa svedenim momentom inercije $J_t = 2 \text{ [kgm}^2\text{]}$ je ostvaren sa trofaznim asinhronim motorom sa nominalnim podacima $U_{nom} = 380 \text{ [V]}$; $I_{nom} = 19,5 \text{ [A]}$; $P_{nom} = 7,5 \text{ [kW]}$; $n_{nom} = 680 \text{ [min}^{-1}\text{]}$; $\cos\varphi_{nom} = 0,74 \text{ []}$. Odrediti približnu vrednost gubitaka koji nastaju tokom zaleta, ako je rotorski otpor sveden na stator 1,5 puta veći od statorskog.

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Rešenje:

Nominalno klizanje iznosi:

$$s_{nom} = \frac{n_s - n_{nom}}{n_s} = \frac{1500 - 1430}{1500} = 0,0467[]$$

Rotorski gubici u zaletu od nulte brzine do nominalne brzine iznose:

$$\begin{aligned} W_{Cur} &= J_{\Sigma} \cdot \frac{\omega_s^2}{2} \cdot (s_{pol}^2 - s_{nom}^2) = \frac{J_{\Sigma}}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p} \right)^2 \cdot (s_{pol}^2 - s_{nom}^2) = \\ &= \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 50}{4} \right)^2 \cdot (1^2 - 0,0467^2) = 6155,050 [Ws] \end{aligned}$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Statorski i rotorski gubici kod zaleta mogu se približno računati iz relacija:

$$W_{Cur} = \int_0^{t_{zal}} I_r(t)^2 \cdot R_r \cdot dt$$

$$W_{Cus} = \int_0^{t_{zal}} I_s(t)^2 \cdot R_s \cdot dt$$

Uz zanemarivanje struje magnećenja važi da je $I_s = I_r'$, pa važi:

$$\frac{W_{Cur}}{W_{Cus}} = \frac{\int_0^{t_{zal}} I_r'(t)^2 \cdot R_r' \cdot dt}{\int_0^{t_{zal}} I_s(t)^2 \cdot R_s \cdot dt} = \frac{R_r'}{R_s} \Rightarrow$$

$$W_{Cus} = \frac{R_s}{R_r'} \cdot W_{Cur} = \frac{1}{1,5} \cdot 6155,050 = 4103,367 [Ws]$$

GUBICI TOKOM ZALETA, KOČENJA I REVERZIRANJA POGONA

Traženi ukupni gubici tokom zaleta su prema tome:

$$W_{zal} = W_{Cus} + W_{Cur} = 4103,367 + 6155,050 = 10258,417 [Ws]$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 9:

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA.

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

✓ **Stepen dozvoljene temperature u mašinama zavisi od temperaturne klase izolacionog materijala:**

Klasa	Y	A	E	B	F	H	C
θ_{max}	90	105	120	130	155	180	>180

✓ **Srednje dozvoljeno povišenje temperature u u zavisnosti od klase izolacionog materijala:**

Klasa	A	E	B	F	H
$\Delta\theta_{doz}$	60	70	80	100	125

✓ **Vek trajanja izolacionog sistema se određuje prema Montsigen-ovom zakonu:**

$$T = K \cdot e^{-\gamma \cdot \theta}$$

Za klasu A  $K = 7,15 \cdot 10^{-4} \quad \gamma = 0,088$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

☑ **Opšta diferencijalna jednačina zagrevanja:**

$$P_{\gamma} = C_t \cdot \frac{d\theta}{dt} + A_t \cdot \theta \quad \text{ili} \quad P_{\gamma} = C_t \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R_t}$$

gde su:

$$A = \frac{1}{R_{\theta}} = S \cdot K = \left[\frac{W}{^{\circ}C} \right] = \left[\frac{J}{s^{\circ}C} \right]$$

Toplotna provodnost.

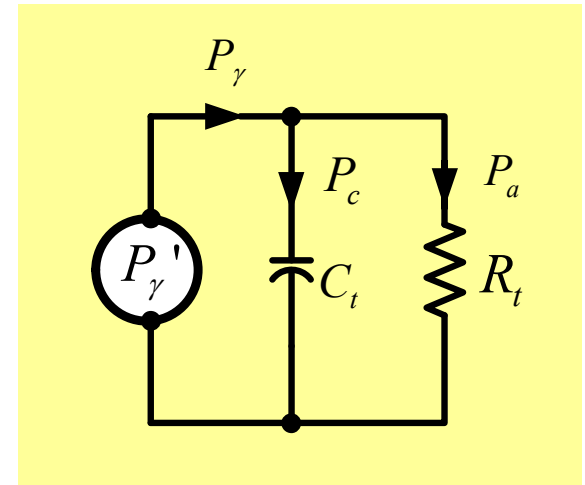
$$S [m^2] \quad \text{Rashladna površina.}$$

$$K = \left[\frac{W}{m^2^{\circ}C} \right] = \left[\frac{J}{m^2 s^{\circ}C} \right]$$

Specifična površinska snaga odvođenja toplote.

$$C_t = m \cdot c \left[\frac{J}{^{\circ}C} \right]$$

Toplotni kapacitet.



ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

$m[\text{kg}]$ **Masa motora.**

$c[\text{J} / \text{kg}^\circ\text{C}]$ **Specifična toplota.**

$c_{Fe} = 0,48[\text{kWs} / \text{kg}^\circ\text{C}]$ **Specifični toplotni kapacitet gvožđa.**

$c_{Cu} = 0,39[\text{kWs} / \text{kg}^\circ\text{C}]$ **Specifični toplotni kapacitet bakra.**

✓ **Rešenje diferencijalne jednačine je:**

$$\theta(t) = \frac{P_\gamma}{A_t} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_t}} \right) + \theta_0$$

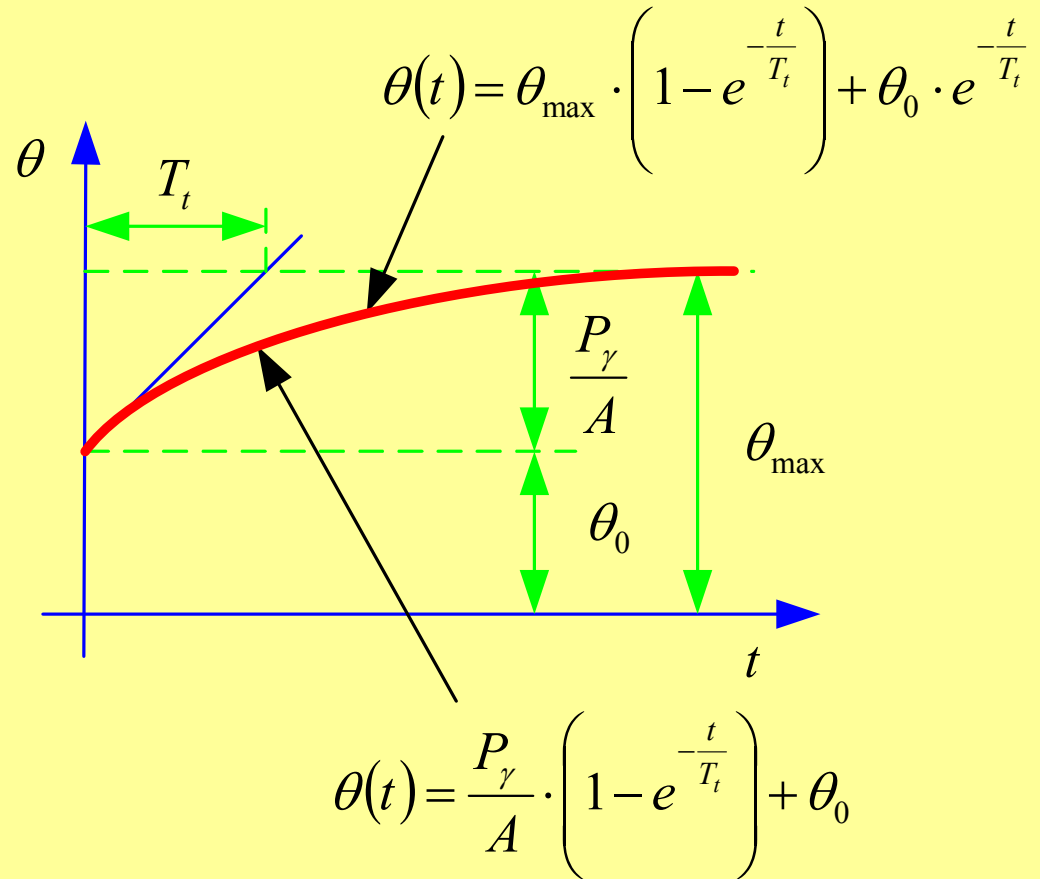
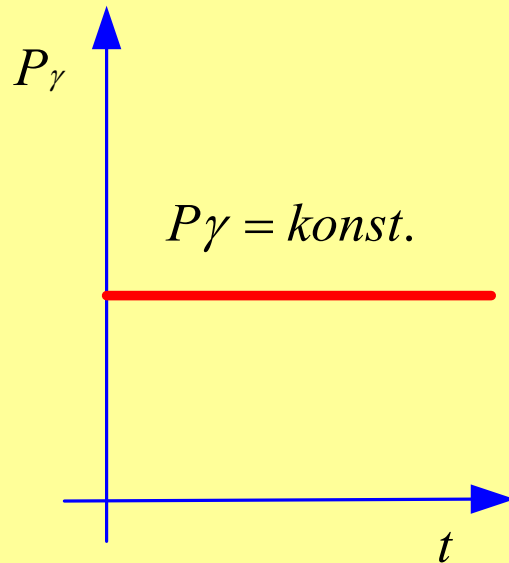
gde je:

$$t = 0 \quad \theta(0) = \theta_0 \quad t = \infty \quad \theta(\infty) = \frac{P_\gamma}{A} + \theta_0 = \theta_{\max}$$

$$T_t = \frac{C_t}{A_t} = T_{tz}$$

**Termička vremenska konstanta
(konstanta zagrevanja).**

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA



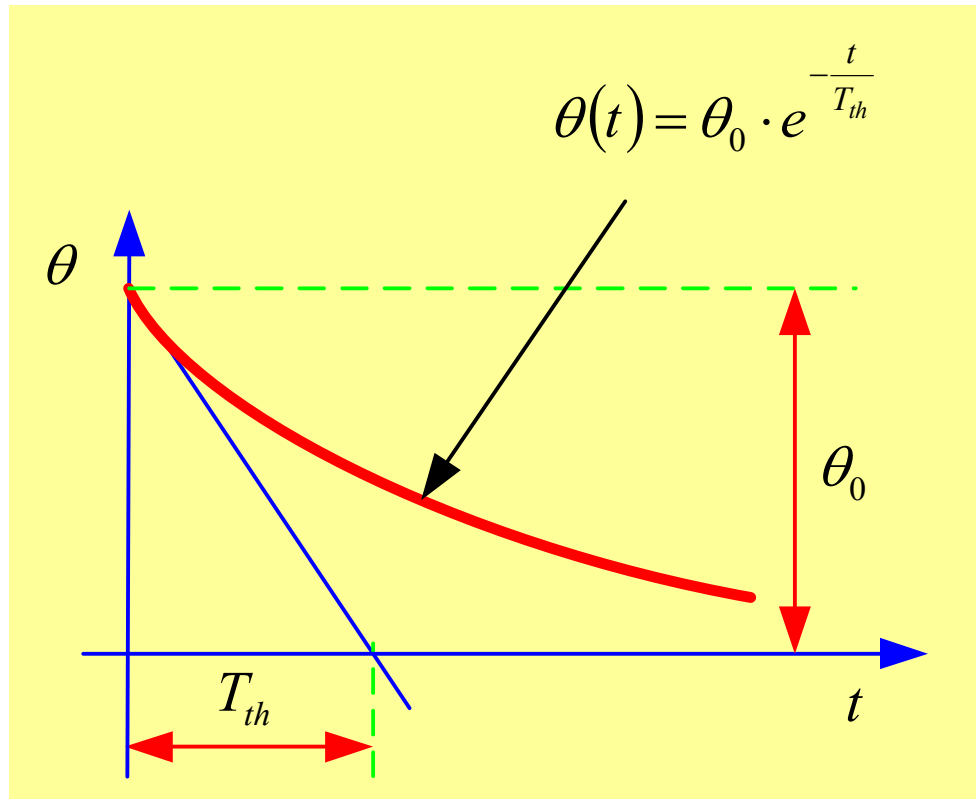
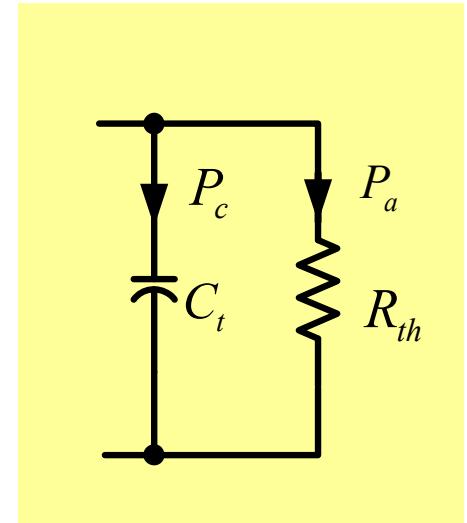
ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

☑ **Opšta diferencijalna jednačina hlađenja:**

$$0 = C_t \cdot \frac{d\theta}{dt} + A_{th} \cdot \theta$$

ili

$$0 = C_t \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R_{th}}$$



$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{T_{th}}}$$

$$T_{th} \neq T_{tz}$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Zadatak:

U jednoj fabrici motor sa vrednošću nominalne struje $I_{nom} = 10 [A]$ upotrebljen je za drugi trajan pogon u kome vuče struju vrednosti $I = 12 [A]$. Nominalni porast temperature je $\Delta\theta = 60 [^{\circ}C]$ a odnos gubitaka $P_{Fe} / P_{Cu nom} = 0,7 []$. Izračunati:

- a) Približan porast temperature $\Delta\theta' = ?$ u novom režimu ako je koeficijent svođenja P_{Fe} na P_{Cu} $k_1 = 0,8$.*
- b) Relativno smanjenje veka trajanja motora $T' / T_{nom} = ? []$.*

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Rešenje:

a) Porast temperature u stacionarnom stanju pri nominalnom opterećenju motora iznosi:

$$\Delta\theta_{nom} = R_t \cdot P_{\gamma m nom} = \frac{P_{\gamma m nom}}{A_t}$$

Pošto je pogon (S1) trajan, porast temperature u stacionarnom stanju pri povećanom opterećenju motora iznosi:

$$\Delta\theta' = R_t \cdot P_{\gamma m}' = \frac{P_{\gamma m}'}{A_t}$$

Deljenjem prethodne dve relacije dobija se da je porast temperature pri povećanom opterećenju:

$$\frac{\Delta\theta'}{\Delta\theta_{nom}} = \frac{R_t \cdot P_{\gamma m}'}{R_t \cdot P_{\gamma m nom}} \Rightarrow \Delta\theta' = \Delta\theta_{nom} \cdot \frac{P_{\gamma m}'}{P_{\gamma m nom}}$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Gubici motora pri nominalnom i povećanom opterećenju motora dobijaju se iz relacija:

$$\begin{aligned} P_{\gamma mnom} &= k_1 \cdot P_{Fe} + P_{Cunom} = k_1 \cdot \frac{P_{Fe}}{P_{Cunom}} \cdot P_{Cunom} + P_{Cunom} = \\ &= \left(1 + k_1 \cdot \frac{P_{Fe}}{P_{Cunom}} \right) \cdot P_{Cunom} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{\gamma m}' &= k_1 \cdot P_{Fe} + P_{Cu}' = k_1 \cdot \frac{P_{Fe}}{P_{Cunom}} \cdot P_{Cunom} + \left(\frac{I}{I_{nom}} \right)^2 \cdot P_{Cunom} = \\ &= \left[\left(\frac{I}{I_{nom}} \right)^2 + k_1 \cdot \frac{P_{Fe}}{P_{Cunom}} \right] \cdot P_{Cunom} \end{aligned}$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Prema tome traženi porast temperature pri povećanom opterećenju iznosi:

$$\Delta\theta' = \Delta\theta_{nom} \cdot \frac{\left(\frac{I}{I_{nom}}\right)^2 + k_1 \cdot \frac{P_{Fe}}{P_{Cunom}}}{1 + k_1 \cdot \frac{P_{Fe}}{P_{Cunom}}} =$$
$$= 60 \cdot \frac{\left(\frac{12}{10}\right)^2 + 0,8 \cdot 0,7}{1 + 0,8 \cdot 0,7} = 60 \cdot \frac{1,44 + 0,56}{1 + 0,56} = 60 \cdot \frac{2}{1,56} = 76,923[^\circ C]$$

Odnosno stacionarna vrednost temperature pri povećanom opterećenju iznosi:

$$\theta' = \theta_{amb} + \Delta\theta' = 40 + 76,92 = 116,923[^\circ C]$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

b) Vek trajanja pri nominalnom i povećanom opterećenju motora dobijaju se iz Montsingenovog obrazca:

$$T = K \cdot e^{-\gamma \cdot \theta} \quad K = 7,15 \cdot 10^{-4} \quad \gamma = 0,088$$

$$T_{nom} = K \cdot e^{-\gamma \cdot \theta_{nom}} \quad \theta_{nom} = \theta_{amb} + \Delta\theta_{nom} = 40 + 60 = 100 [^{\circ}C]$$

$$T' = K \cdot e^{-\gamma \cdot \theta'}$$

Prema tome odnos ova dva veka trajanja iznosi:

$$\frac{T'}{T_{nom}} = \frac{K \cdot e^{-\gamma \cdot \theta'}}{K \cdot e^{-\gamma \cdot \theta_{nom}}} = e^{-\gamma \cdot (\theta' - \theta_{nom})} = e^{-0,088 \cdot (116,923 - 100)} = e^{-1,48923} = 0,225546 []$$

Vek trajanja se dakle smanjuje za $1 / 0,225546 = 4,43$ puta.

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Zadatak:

Na natpisnoj pločici trofaznog asinhronog motora predviđenog za trajni rad, su sledeći podaci: $P_{nom} = 100$ [kW]; $\eta = 0,9$; $m = 1400$ [kg]; klasa izolacije F.

a) Na osnovu ovih podataka približno odrediti vremensku konstantu zagrevanja motora, uz pretpostavku da je motor u pogledu zagrevanja homogen i da mu je toplotni kapacitet kao kod gvožđa, $c_{Fe} = 0,48$ [kJ/kg°C].

b) Ako se opterećenje poveća 20% pri čemu se ne menjaju bitno uslovi hlađenja i stepen korisnog dejstva, odrediti koliko dugo motor može da radi a da se ne pregreje.

c) Ako se temperatura ambijenta smanji za 20 [°C] od proračunske, koliko bi moglo biti opterećenje u trajnom radu, pod istim pretpostavkom kao pod b).

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Rešenje:

a) Pod pretpostavkom da je motor u pogledu zagrevanja homogen i da mu je specifični toplotni kapacitet kao kod gvožđa $c_{Fe} = 0,48$ [kWs/kg°C], njegov toplotni kapacitet iznosi:

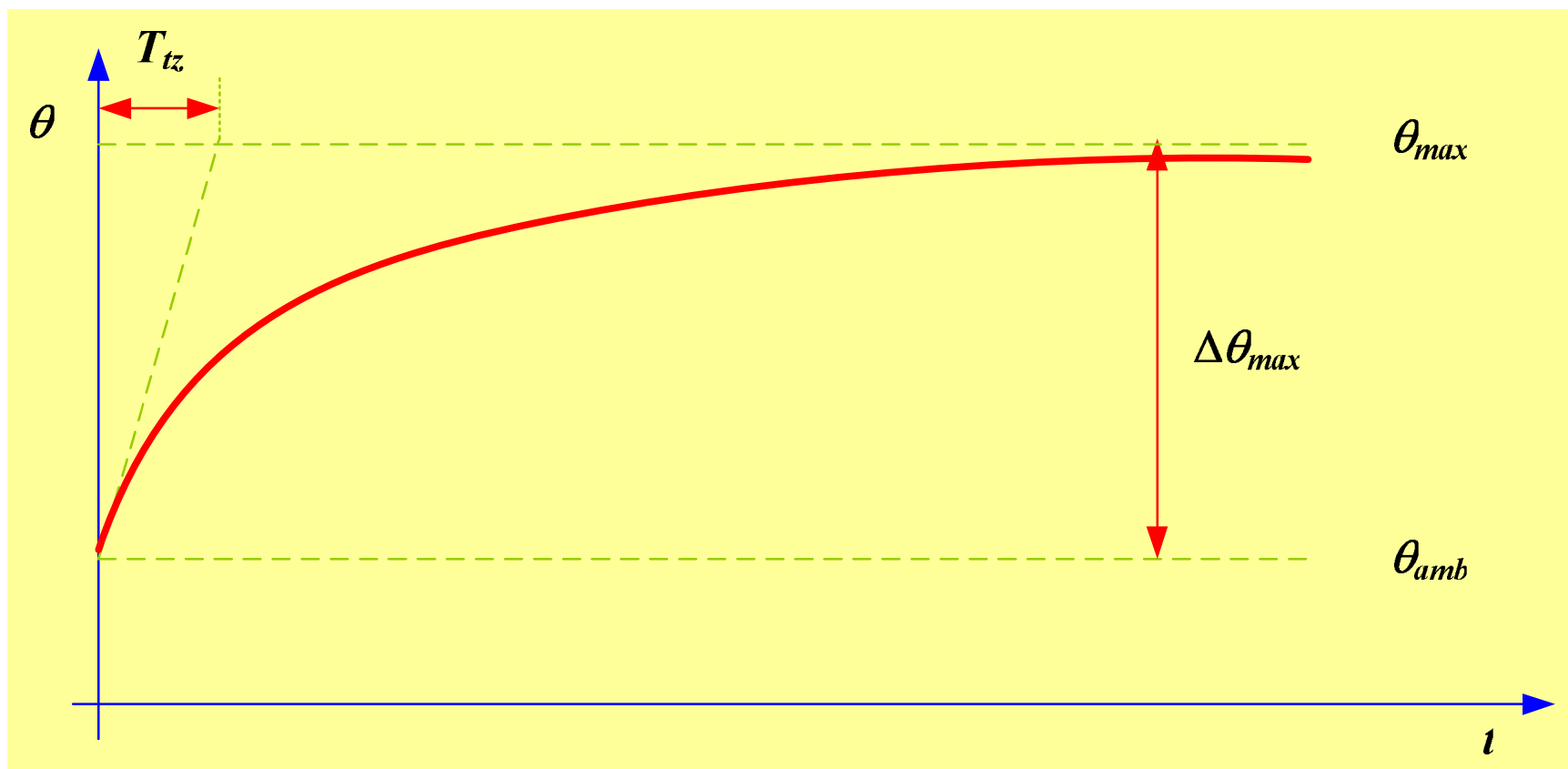
$$C_t = m \cdot c_{Fe} = 1000 \cdot 0,48 = 480 \text{ [kWs/°C]}$$

Klasa	A	E	B	F	H
$\Delta\theta_{doz}$	60	70	80	100	125

Za klasu izolacije F pri maksimalnoj temperaturi ambijenta od 40 [°C], maksimalna dozvoljena temperatura iznosi 140 [°C], odnosno maksimalno dozvoljeni porast temperature iznosi:

$$\Delta\theta_{max} = \theta_{max} - \theta_{amb} = 140 - 40 = 100 \text{ [°C]}$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA



ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Snaga gubitaka u nominalnom režimu rada iznosi:

$$P_{\gamma_{mom}} = \frac{P_{nom} \cdot (1 - \eta_{nom})}{\eta_{nom}} = P_{nom} \cdot \left(\frac{1}{\eta_{nom}} - 1 \right) = 1000000 \cdot \left(\frac{1}{0,9} - 1 \right) = \\ = 111111,11 [W] \approx 11,1111 [kW]$$

Vrednost toplotne provodnosti se određuje iz toplotnog Omovog zakona:

$$\Delta\theta_{max} = P_{\gamma_{mom}} \cdot R_T = \frac{P_{\gamma_{mom}}}{A_t} \Rightarrow \\ A_t = \frac{P_{\gamma_{mom}}}{\Delta\theta_{max}} = \frac{111111,11}{100} = 111,1111 [W/^{\circ}C]$$

Vremenska konstanta zagrevanja je:

$$T_{tz} = \frac{C_T}{A_t} = \frac{4800000}{111,111} \cong 4320 [s] = \frac{4320}{60} [\text{min}] = 72 [\text{min}]$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

b) Kako je prema uslovu zadatka potrebna snaga za 20% veća od nominalne, gubici u tom slučaju iznose:

$$P_{\gamma}' = \frac{1,20 \cdot P_{nom} \cdot (1 - \eta_{nom})}{\eta_{nom}} = 1,20 \cdot P_{\gamma nom} = 1,20 \cdot 11111,11 = 13333,33 [W]$$

Maksimalni porast temperatura zagrevanja, u stacionarnom stanju sa povećanim opterećenjem, iznosi:

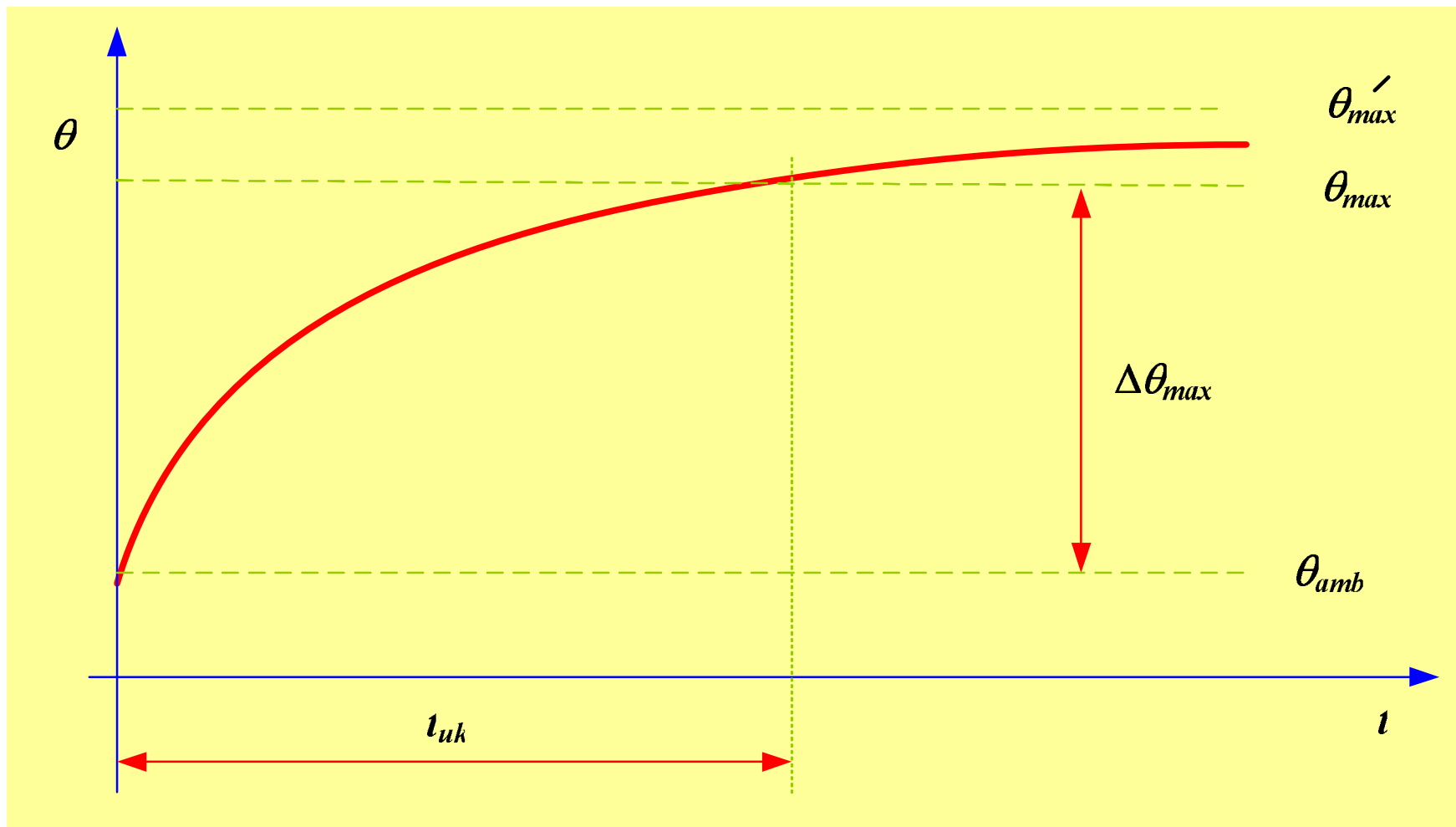
$$\Delta \theta_{max}' = \frac{P_{\gamma}'}{A_t} = 1,2 \cdot \frac{P_{\gamma}}{A_t} = 1,20 \cdot \Delta \theta_{max} = 1,20 \cdot 100 = 120 [^{\circ}C]$$

Maksimalna temperatura zagrevanja u trajnom pogonu, iznosi:

$$\theta_{max}' = \Delta \theta_{max}' + \theta_{amb} = 120 + 40 = 160 [^{\circ}C]$$

Za zagrevanje važi dijagram promene temperature kao na sledećem slajdu.

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA



ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Sa dijagrama se vidi da motor se ne sme pod povećanim opterećenjem, držati duže od vremena pri kom se zagreva iznad dozvoljene granice temperature, odnosno duže od:

$$\theta_{\max} = \theta_{\max}' \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}}}\right) + \theta_{\text{amb}} \cdot e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}}} = \theta_{\max}' - \left(\theta_{\max}' - \theta_{\text{amb}}\right) \cdot e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}}} \Rightarrow$$
$$e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}}} = \frac{\theta_{\max}' - \theta_{\max}}{\theta_{\max}' - \theta_{\text{amb}}} \Rightarrow$$

$$t_{uk} = T_{tz} \cdot \ln \frac{\theta_{\max}' - \theta_{\text{amb}}}{\theta_{\max}' - \theta_{\max}} = 72 \cdot \ln \frac{160 - 40}{160 - 140} = 72 \cdot \ln \frac{120}{20} = 72 \cdot \ln 6 =$$
$$= 129,007[\text{min}]$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

c) Pošto se temperatura ambijenta smanjila za 20 [°C], novi maksimalno dozvoljeni porast temperature iznosi:

$$\Delta\theta_{max}'' = \theta_{max}'' - \theta_{amb}'' = 140 - (40 - 20) = 120[^\circ C]$$

Prema tome i gubici u motoru mogu da narastu na vrednost, koja se dobija manipulacijom sledećih izraza, uz uslov da se koeficijent korisnog dejstva ne menja sa promenom opterećenja:

$$\begin{aligned}\Delta\theta_{max}'' &= \frac{P_{\gamma nom}''}{A_t} \Rightarrow \Delta\theta_{max}'' = \frac{P_{\gamma nom}}{A_t} \Rightarrow \\ \frac{P_{\gamma nom}''}{P_{\gamma nom}} &= \frac{\Delta\theta_{max}''}{\Delta\theta_{max}} = \frac{\frac{P'' \cdot (1 - \eta'')}{\eta''}}{\frac{P_{nom} \cdot (1 - \eta_{nom})}{\eta_{nom}}} = \frac{P''}{P_{nom}} \Rightarrow\end{aligned}$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

$$P'' = P_{nom} \cdot \frac{\Delta\theta_{\max}''}{\Delta\theta_{\max}} = 100000 \cdot \frac{120}{100} = 120000[W] = 120[kW]$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Zadatak:

Trofazni kavezni asinhroni motor sa sopstvenim hlađenjem za režim S1 koristi se u pogonu sa promenljivom brzinom. Koefijent korisnog dejstva motora je približno konstantan, odnosno nezavisan od brzine obrtanja i snage motora. Sposobnost hlađenja motora je kvadratična funkcija od brzine (n^2) obrtanja i pri nultoj brzini obrtanja iznosi 25% od one na nominalnoj brzini. Vremenska konstanta zagrevanja pri nominalnim uslovima rada motora iznosi $T_{tz} = 60$ [min].

a) Sa kojom se maksimalnom snagom u odnosu na nominalnu snagu, motor može trajno opteretiti na brzini od 60% nominalne brzine.

b) Sa kojom maksimalnom snagom u odnosu na nominalnu snagu, može da radi motor 30 [min] odmah posle uključenja (nezagrejan) pri brzini od 60% nominalne brzine.

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Rešenje:

a) Toplotna provodnost, prema uslovima iz postavke zadatka, određena je relacijom u funkciji brzine obrtanja:

$$A_t(n) = \left[0,25 + 0,75 \cdot \left(\frac{n}{n_{nom}} \right)^2 \right] \cdot A_{tnom}$$

Pri čemu je A_{nom} nazivna toplotna provodnost. Pri brzini od 60% od nominalne brzine toplotna provodnost prema tome iznosi:

$$\begin{aligned} A_t(0,6n_{nom}) &= \left[0,25 + 0,75 \cdot \left(\frac{0,6 \cdot n_{nom}}{n_{nom}} \right)^2 \right] \cdot A_{tnom} = \\ &= (0,25 + 0,75 \cdot 0,6^2) = 0,52 \cdot A_{tnom} \end{aligned}$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Motor u stacionarnom stanju može dostići maksimalnu dozvoljenu nadtemperaturu, pa važi:

$$\Delta\theta_{doz} = \frac{P_{nom}}{A_{nom}} = \frac{P_{nom} \cdot (1 - \eta)}{\eta \cdot A_{tnom}} = \frac{P_{\gamma}}{A_t(n)} = \frac{P(n) \cdot (1 - \eta)}{\eta \cdot A_t(n)}$$

Iz toga sledi da se motor može trajno opteretiti na brzini od 60% nominalne brzine sa snagom u odnosu na nominalnu:

$$\frac{P(n)}{P_{nom}} = \frac{A_t(n)}{A_{tnom}} = \frac{0,52 \cdot A_{tnom}}{A_{tnom}} = 0,52[]$$

b) Vremenska konstanta zagrevanja pri brzini od 60% nominalne brzine iznosi:

$$T_{tz}(n) = \frac{C_t}{A_t(n)} = \frac{C_t}{0,52 \cdot A_{tnom}} = \frac{T_{tznom}}{0,52} = \frac{60}{0,52} = 115,385[\text{min}]$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Ako motor kreće iz nezagrejanog stanja, pri maksimalnom preopterećenju u toku 30 [min] dostiže maksimalnu dozvoljenu nadtemperaturu, pa važi sledeća relacija:

$$\Delta\theta_{\text{doz}} = \frac{P_{\text{nom}} \cdot (1 - \eta)}{\eta \cdot A_{\text{tnom}}} = \Delta\theta_{\text{max}}' \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}(n)}}\right) = \frac{P(n)' \cdot (1 - \eta)}{\eta \cdot A_t(n)} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}(n)}}\right)$$

Prema tome maksimalno preopterećenje u odnosu na nominalnu snagu iznosi:

$$\frac{P(n)'}{P_{\text{nom}}} = \frac{A_t(n)}{A_{\text{tnom}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}(n)}}\right)} = \frac{0,52}{1 - e^{-\frac{30}{115,385}}} = 2,271[]$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Zadatak:

Proveriti da li četvoropolni asinhroni motor sa namotajem sa klasom izolacije F može da pokrene zamajac sa ukupnim momentom inercije svedenim na osovину motora $J_{\Sigma} = 10 \text{ [kgm}^2\text{]}$. Moment opterećenja se zanemaruje. Zalet se vrši iz nezagrejanog stanja i traje kratko, tako da se praktično zagreva samo bakarni namotaj motora mase $m_{Cu} = 2 \text{ [kg]}$. Specifični toplotni kapacitet bakra iznosi $c_{Cu} = 0,39 \text{ [kJ/s/kg}^{\circ}\text{C]}$.

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Rešenje:

Rotorski gubici u zaletu od nulte brzine do brzine stacionarnog stanja približno iznose:

$$\begin{aligned} W_{Cur} &= J_{\Sigma} \cdot \frac{\omega_s^2}{2} \cdot (s_1^2 - s_2^2) = J_{\Sigma} \cdot \left(\frac{\pi}{30} \right)^2 \cdot \frac{n_s^2}{2} \cdot (s_1^2 - s_2^2) = \\ &= \frac{10}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{30} \right)^2 \cdot 1500^2 \cdot (1^2 - 0^2) = 123370,06 [Ws] \approx 123,37 [kWs] \end{aligned}$$

Pošto zalet traje kratko toplotna energija gubitaka ne uspeva da se odvede zračenjem i konvekcijom, te se akumulira u toplotnom kapacitetu rotora, pa važi:

$$W_{Cur} = C_t \cdot \Delta\theta = m_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot \Delta\theta \Rightarrow$$

$$\Delta\theta = \frac{W_{Cur}}{m_{Cu} \cdot c_{Cu}} = \frac{123,37}{2 \cdot 0,39} = 158,17 [^{\circ}C] > \Delta\theta_{Fdoz}$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Za klasu izolacije F pri maksimalnoj temperaturi ambijenta od 40 [°C], maksimalna dozvoljena temperatura iznosi 140 [°C], odnosno maksimalno dozvoljeni porast temperature iznosi:

$$\Delta\theta_{Fdoz} = \theta_{Fmax} - \theta_{amb} = 140 - 40 = 100[^\circ C]$$

Pošto je porast temperature veći od dozvoljene, zaključujemo da motor ne može da pokrene zamajac.

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Zadatak:

Trofazni asinhroni motor predviđen je za rad u režimu S3. Poznati su sledeći podaci o motoru: nominalna snaga $P_{nom} = 15$ [kW], nominalni stepen iskorišćenja $\eta_{nom} = 0,9$, vremenska konstanta zagrevanja $T_{tz} = 15$ [min], vremenska konstanta hlađenja $T_{th} = 25$ [min]; klasa izolacije A; masa motora $m = 40$ [kg] i specifični kapacitet gvožđa $c_{Fe} = 0,48$ [kW·s/kg·°C]. Motor bi trebalo da radi u intermitentnom režimu, pri čemu je vreme uključenja $t_u = 2$ [min], a potrebna snaga za 10% veća od nominalne. Odrediti:

- a) Potrebno vreme isključenja i relativna trajanje uključenja pod uslovom da se motor u ovom režimu optimalno koristi u pogledu zagrevanja.*
- b) Minimalnu temperaturu u kvazistacionarnom stanju.*

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Rešenje:

a) Pod pretpostavkom da je motor u pogledu zagrevanja homogen i da mu je specifični toplotni kapacitet kao kod gvožđa $c_{Fe} = 0,48$ [kWs/kg°C], njegov toplotni kapacitet iznosi:

$$C_t = m \cdot c_{Fe} = 40 \cdot 0,48 = 19,2 \text{ [kWs/°C]}$$

Vrednost toplotne provodnosti, može se odrediti iz vremenske konstante zagrevanja:

$$T_{tz} = \frac{C_t}{A_t} \Rightarrow A_t = \frac{C_t}{T_{tz}} = \frac{19,2}{15 \cdot 60} = 0,021333 \text{ [kW/°C]}$$

Kako je prema uslovu zadatka potrebna snaga za 10% veća od nominalne, gubici u tom slučaju iznose:

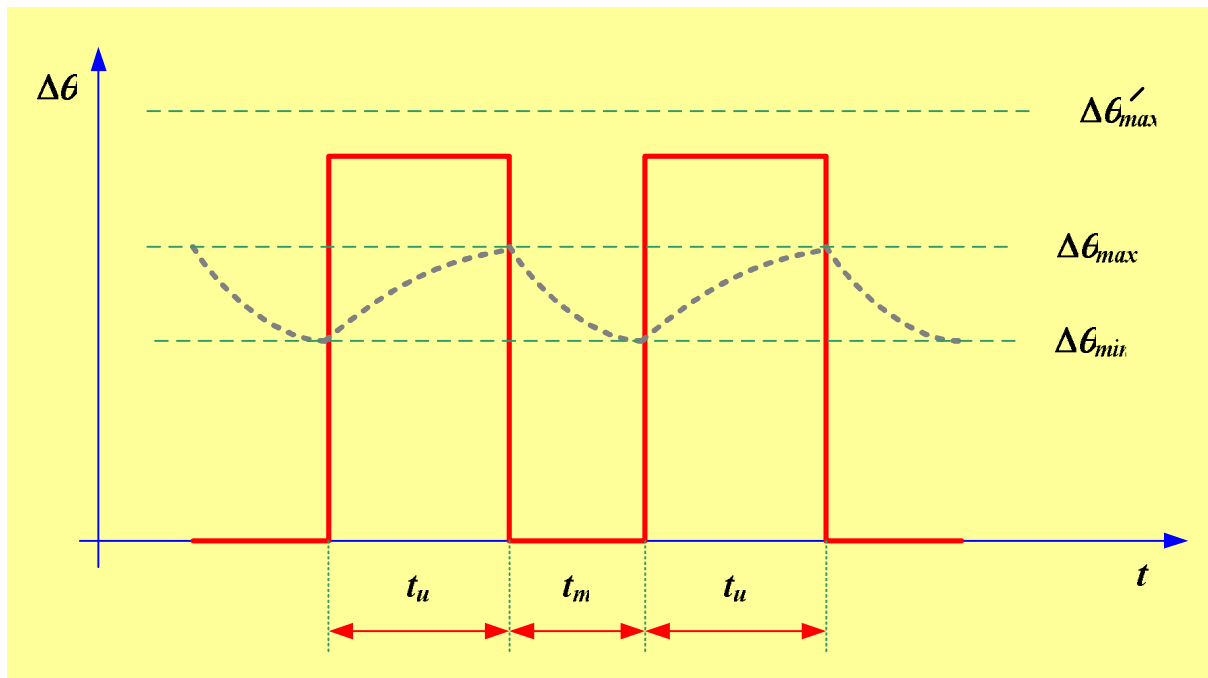
$$P_\gamma = \frac{1,1 \cdot P_{nom} \cdot (1 - \eta_{nom})}{\eta_{nom}} = 1,1 \cdot P_{nom} \cdot \left(\frac{1}{\eta_{nom}} - 1 \right)$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Maksimalni porast temperatura zagrevanja, u stacionarnom stanju iznosi:

$$\Delta\theta'_{\max} = \frac{P_{\gamma}}{A_t} = \frac{1,1 \cdot P_{\text{nom}}}{A_t} \cdot \left(\frac{1}{\eta_{\text{nom}}} - 1 \right) = \frac{1,1 \cdot 15}{0,021333} \cdot \left(\frac{1}{0,9} - 1 \right) = 85,93 [^{\circ}\text{C}]$$

Dijagram promene temperature u kvazistacionarnom stanju:



ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Za zagrevanje se može napisati relacija za granične temperature:

$$\Delta\theta_{\max} = \Delta\theta_{\min} \cdot e^{-\frac{t_u}{T_{tz}}} + \Delta\theta_{\max}' \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_u}{T_{tz}}}\right)$$

Za hlađenje važi sledeća relacija za granične temperature:

$$\Delta\theta_{\min} = \Delta\theta_{\max} \cdot e^{-\frac{t_m}{T_{th}}}$$

Smenom zadnje relacije u prethodnu dobija se relacija za izračunavanje nadtemperature u kvazistacionarnom stanju:

$$\Delta\theta_{\max} = \Delta\theta_{\max} \cdot e^{-\frac{t_m}{T_{th}}} \cdot e^{-\frac{t_u}{T_{tz}}} + \Delta\theta_{\max}' \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_u}{T_{tz}}}\right) \Rightarrow$$

$$\Delta\theta_{\max} = \Delta\theta_A = \frac{1 - e^{-\frac{t_u}{T_{tz}}}}{1 - e^{-\left(\frac{t_u}{T_{tz}} + \frac{t_m}{T_{th}}\right)}} \cdot \Delta\theta_{\max}'$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Za klasu izolacije A važi da je maksimalna dozvoljena nadtemperatura zagrevanja $\Delta\theta_A = 60$ [°C], pa na osnovu, prethodne relacije, nalazi se potrebna vrednost vremena mirovanja:

$$\Delta\theta_{\max} = \Delta\theta_A = \frac{1 - e^{-\frac{t_u}{T_{tz}}}}{1 - e^{-\left(\frac{t_u}{T_{tz}} + \frac{t_m}{T_{th}}\right)}} \cdot \Delta\theta_{\max}' \Rightarrow$$

$$t_m = -T_{th} \cdot \ln \left[e^{\frac{t_u}{T_{tz}}} - \frac{\Delta\theta_{\max}'}{\Delta\theta_A} \cdot \left(e^{\frac{t_u}{T_{tz}}} - 1 \right) \right] =$$
$$= -25 \cdot \ln \left[e^{\frac{2}{15}} - \frac{85,93}{60} \left(e^{\frac{2}{15}} - 1 \right) \right] = 1,591 [\text{min}]$$

ZAGREVANJE I HLAĐENJE ELEKTRIČNIH MOTORA

Relativno trajanje uključenja je prema tome:

$$ED\% = 100 \cdot \varepsilon = 100 \cdot \frac{t_u}{t_u + t_m} = 100 \cdot \frac{2}{2 + 1,591} = 55,70[\%]$$

b) Minimalna temperatura u kvazistacionarnom stanju iznosi:

$$\Delta\theta_{\min} = \Delta\theta_{\max} \cdot e^{-\frac{t_m}{T_{th}}} = 60 \cdot e^{-\frac{1,591}{25}} = 56,40[^\circ C]$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 10:

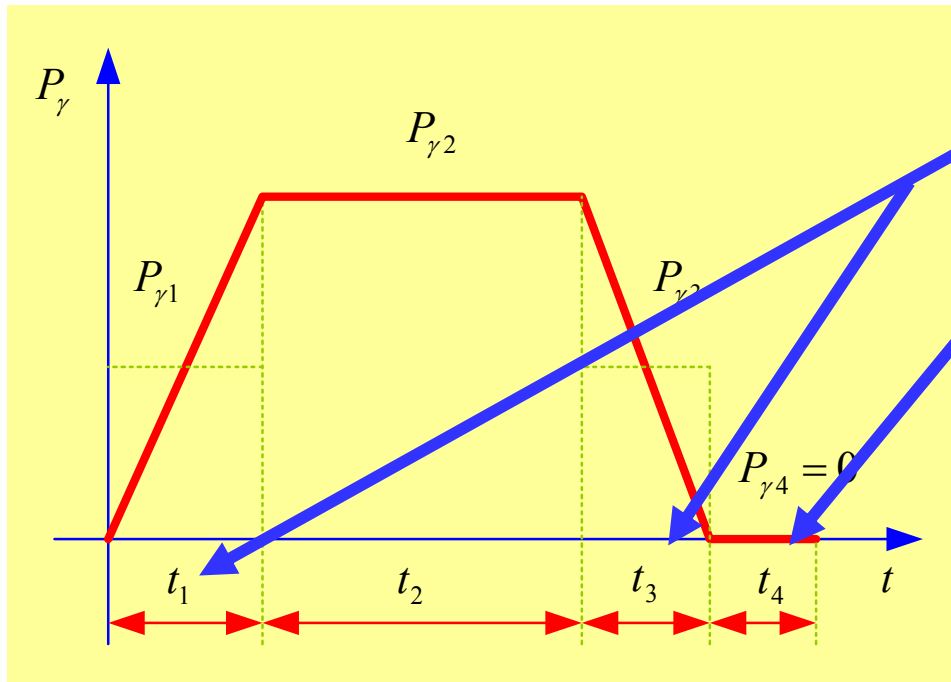
IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA.

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

☑ **Metoda srednjih ekvivalentnih gubitaka:**

$$P_{\gamma e} = \frac{P_{\gamma 1} \cdot t_1 + P_{\gamma 2} \cdot t_2 + P_{\gamma 3} \cdot t_3 + \dots + P_{\gamma n} \cdot t_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n + t_m} \leq P_{\gamma nom}$$

☑ **Ekvivalentni gubici kada ciklus sadrži zalet i mirovanje:**



$$\alpha = \frac{1 + \beta}{2}$$

$$\beta = \frac{T_{tz}}{T_{th}} = 0,25 \div 0,35$$

$$P_{\gamma e} = \frac{P_{\gamma 1} \cdot t_1 + P_{\gamma 2} \cdot t_2 + P_{\gamma 3} \cdot t_3}{\alpha \cdot (t_1 + t_3) + t_2 + \beta \cdot t_4}$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

☑ **Metoda ekvivalentne struje:**

$$I_e = \sqrt{\frac{I_1^2 \cdot t_1 + I_2^2 \cdot t_2 + I_3^2 \cdot t_3 + \dots + I_n^2 \cdot t_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n + t_m}} \leq I_{nom}$$

Važi u slučaju ako se u toku celog ciklusa razvijaju stalni gubici.

☑ **Metoda ekvivalentnog momenta:**

$$M_e = \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2 + M_3^2 \cdot t_3 + \dots + M_n^2 \cdot t_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n + t_m}} \leq M_{nom}$$

Važi uz uslov za metodu ekvivalentnu struju i dodatno, uz uslov da je u toku radnog ciklusa magnetni fluks konstantan.

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

☑ **Metoda ekvivalentne snage:**

$$P_e = \sqrt{\frac{P_1^2 \cdot t_1 + P_2^2 \cdot t_2 + P_3^2 \cdot t_3 + \dots + P_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n + t_m}} \leq P_{nom}$$

Važi uz uslove za metodu ekvivalentnog momenta i dodatno uz uslov da je u toku radnog ciklusa brzina obrtanja konstantna.

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Zadatak:

Motor jednosmerne struje snage $P_{nom} = 7,5$ [kW], nominalne brzine obrtanja $\Omega_{nom} = 600$ [rad/s] sa stalnom nezavisnom pobudom i sopstvenim hlađenjem ($\alpha_{\square} = 0,5$; $\beta_{\square} = 0,25$), pokreće radnu mašinu sa ukupnim momentom inercije svedenim na pogonsko vratilo $J_{\Sigma} = 0,125$ [kgm²]. Sva trenja u pogonu se mogu zanemariti. Rad pogona se odvija neprekidno u nizu jednakih ciklusa. U toku jednog ciklusa izmerene su struje motora:

- a) U toku polaska struja je približno konstantna i iznosi $2 I_{nom}$.*
 - b) U stacionarnom stanju, koje traje 20 [s], struja je nominalna a motor je priključen na nominalni napon.*
 - c) U toku zaustavljanja, struja je približno konstantna i iznosi $0,5 I_{nom}$, sa tim da menja smer.*
 - d) Pauza u radu između dva ciklusa traje 20 [s].*
- Da li se ovakav režim može trajno održati?*

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Rešenje:

U stacionarnom stanju motor se obrće nominalnom brzinom obrtanja, pošto je priključen na nominalni napon, opterećen je nominalnom strujom, što znači da razvija nominalni moment:

$$M_{nom} = M_t = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{7500}{600} = 12,5 [Nm]$$

Pošto tokom ubrzanja motor razvija konstantan dvostruki nominalni moment, dinamički moment ubrzanja je takođe konstantan i iznosi:

$$M_{zaldin} = 2 \cdot M_{nom} - M_t = 2 \cdot M_{nom} - M_{nom} = M_{nom} = J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt}$$

Vreme zaleta se nalazi iz integralne jednačine:

$$t_{zal} = J_{\Sigma} \cdot \int_0^{\omega_{nom}} \frac{d\omega}{M_{zaldin}} = \frac{J_{\Sigma}}{M_{zaldin}} \cdot \int_0^{\omega_{nom}} d\omega = \frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_{nom}}{M_{zaldin}} = \frac{0,125 \cdot 600}{12,5} = 6 [s]$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Pošto tokom usporenja motor razvija polovinu nominalnog momenta suprotnog znaka, dinamički moment usporenja je takođe konstantan i iznosi:

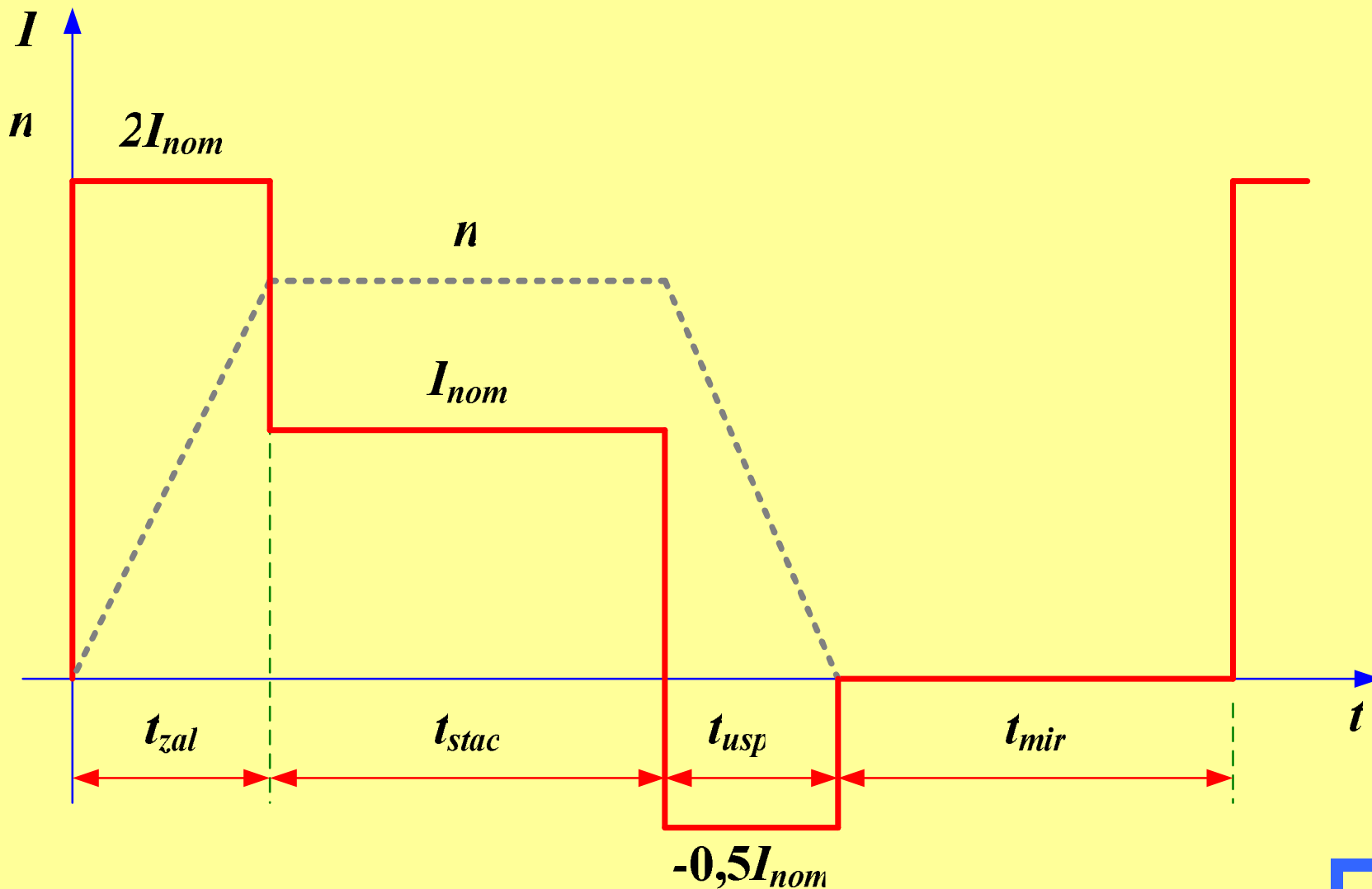
$$\begin{aligned} M_{uspdin} &= -0,5 \cdot M_{nom} - M_t = -0,5 \cdot M_{nom} - M_{nom} = \\ &= -1,5 \cdot M_{nom} = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} \end{aligned}$$

Vreme usporenja se nalazi iz integralne jednačine:

$$t_{usp} = J_{\Sigma} \cdot \int_{\omega_{nom}}^0 \frac{d\omega}{M_{uspdin}} = \frac{J_{\Sigma}}{M_{uspdin}} \cdot \int_{\omega_{nom}}^0 d\omega = \frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_{nom}}{M_{uspdin}} = \frac{0,125 \cdot 600}{1,5 \cdot 12,5} = 4[s]$$

Na osnovu prethodno izračunatih vremena može se nacrtati strujni dijagram opterećenja motora za jedan ciklus rada, koji ima oblik kao na sledećoj slici.

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA



IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Ukupni ekvivalentna struja motora za ciklus iznosi:

$$\begin{aligned} I_{effMot} &= \sqrt{\frac{\sum_i I_i^2 \cdot t_i}{\sum_j \alpha \cdot t_j + \sum_k t_k + \sum_l \beta \cdot t_l}} = \\ &= \sqrt{\frac{I_{zal}^2 \cdot t_{zal} + I_{stac}^2 \cdot t_{stac} + I_{usp}^2 \cdot t_{usp}}{\alpha \cdot (t_{zal} + t_{usp}) + t_{stac} + \beta \cdot t_{mir}}} = \\ &= \sqrt{\frac{(2 \cdot I_{nom})^2 \cdot t_{zal} + I_{nom}^2 \cdot t_{stac} + (-0,5 \cdot I_{nom})^2 \cdot t_{usp}}{\alpha \cdot (t_{zal} + t_{usp}) + t_{stac} + \beta \cdot t_{mir}}} = \\ &= I_{nom} \cdot \sqrt{\frac{2^2 \cdot t_{zal} + 1^2 \cdot t_{stac} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot t_{usp}}{\alpha \cdot (t_{zal} + t_{usp}) + t_{stac} + \beta \cdot t_{mir}}} = \end{aligned}$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

$$\begin{aligned} I_{effMot} &= I_{nom} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 6 + 1 \cdot 20 + \frac{1}{4} \cdot 4}{\frac{1}{2} \cdot (6 + 4) + 20 + \frac{1}{4} \cdot 20}} = I_{nom} \cdot \sqrt{\frac{45}{30}} = \\ &= I_{nom} \cdot \sqrt{1,5} = 1,2247 \cdot I_{nom} > I_{nom} \end{aligned}$$

Pošto je ekvivalentna struja motora za ciklus, veća od nominalne vrednosti struje motora, ovakav režim rada se ne može održati.

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

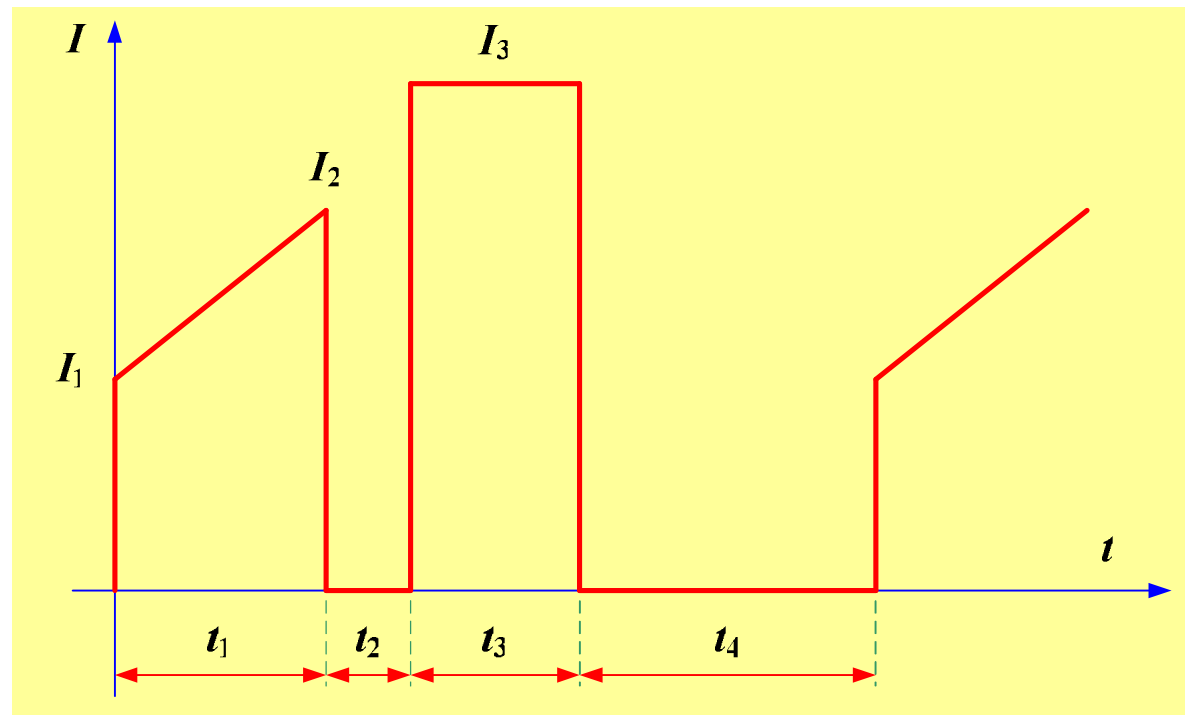
Zadatak:

$$I_1 = 5 \text{ [A]} \quad t_1 = 6 \text{ [s]}$$

$$I_2 = 9 \text{ [A]} \quad t_2 = 2 \text{ [s]}$$

$$I_3 = 12 \text{ [A]} \quad t_3 = 4 \text{ [s]}$$

$$t_4 = 7 \text{ [s]}$$

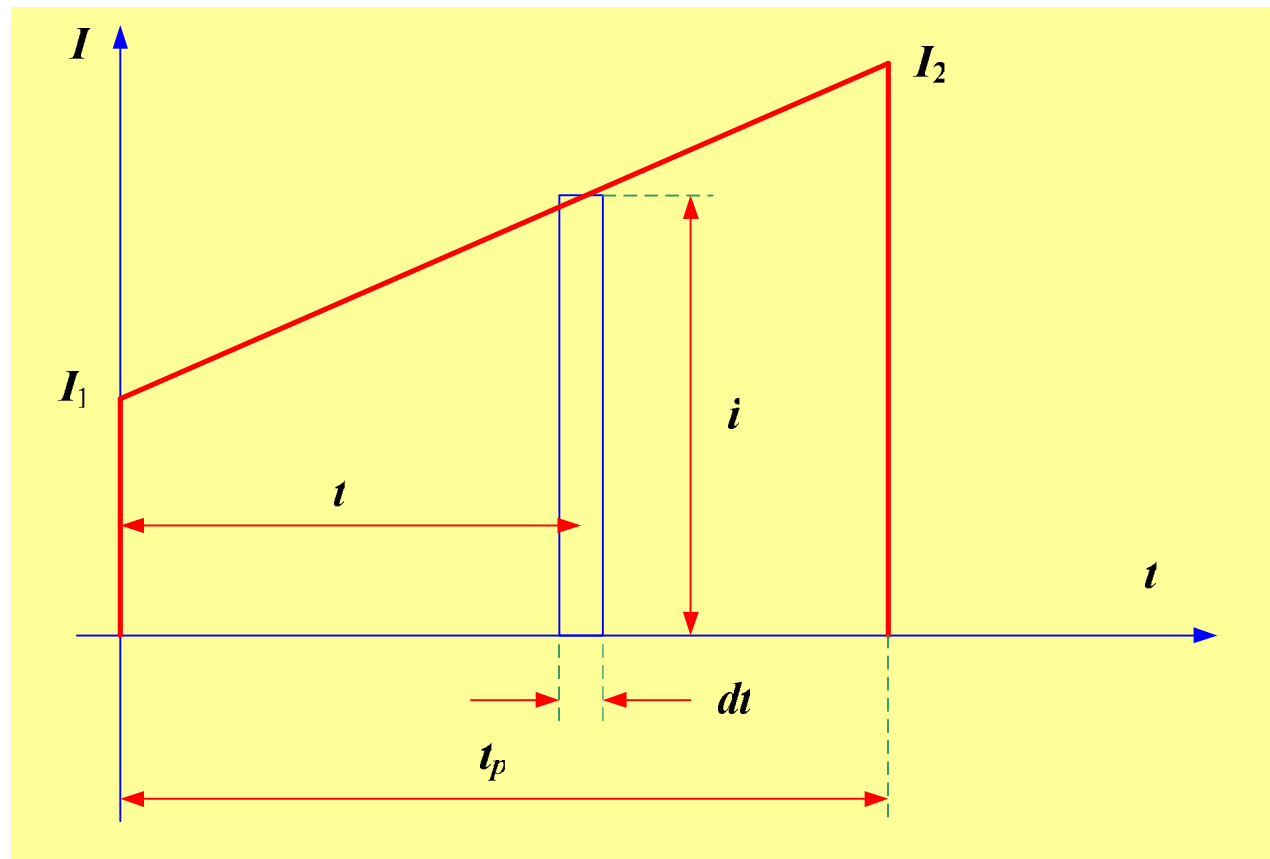


U pogonu sa jednosmernim motorom ciklus merenog strujnog opterećenja ima oblik prikazan na slici, pri čemu se zagreva do dopuštene granice. Odrediti približno snagu motora u trajnom radu pri konstantnom naponu mreže od $U_{nom} = 170 \text{ [V]}$. Motor ima prinudnu ventilaciju. Pretpostaviti da motor ima koeficijent korisnog dejstva $\eta = 0,9$.

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Rešenje:

Ekvivalentna struja motora na kosom segmentu dijagrama nalazi se, izračunavanjem efektivne vrednosti struje:



$$I_{ef}^2 \cdot t_p = \int_0^{t_p} i^2 \cdot dt \Rightarrow I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{t_p} \cdot \int_0^{t_p} i^2 \cdot dt}$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Struja na kosom segmentu može se predstaviti relacijom:

$$i = I_1 + \frac{I_2 - I_1}{t_p} \cdot t$$

Pa prethodni integral ima formu:

$$\int_0^{t_p} \left(I_1 + \frac{I_2 - I_1}{t_p} \cdot t \right)^2 \cdot dt$$

Integral se rešava smenom:

$$u = I_1 + \frac{I_2 - I_1}{t_p} \cdot t \Rightarrow du = \frac{I_2 - I_1}{t_p} \cdot dt \Rightarrow dt = \frac{t_p}{I_2 - I_1} \cdot du \Rightarrow$$
$$u(0) = I_1 \Rightarrow u(t_p) = I_2$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

$$\begin{aligned} \int_0^{t_p} \left(I_1 + \frac{I_2 - I_1}{t_p} \cdot t \right)^2 \cdot dt &= \int_{I_1}^{I_2} u^2 \cdot \frac{t_p}{I_2 - I_1} \cdot du = \frac{t_p}{I_2 - I_1} \cdot \frac{u^3}{3} \Big|_{I_1}^{I_2} = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{t_p}{I_2 - I_1} \cdot (I_2^3 - I_1^3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{t_p}{I_2 - I_1} \cdot (I_2 - I_1) \cdot (I_2^2 + I_2 \cdot I_1 + I_1^2) = \\ &= \frac{t_p}{3} \cdot (I_1^2 + I_1 \cdot I_2 + I_2^2) \end{aligned}$$

Sama efektivna vrednost struje na kosom segmentu, iznosi:

$$\begin{aligned} I_{ef} &= \sqrt{\frac{1}{t_p} \cdot \frac{t_p}{3} \cdot (I_1^2 + I_1 \cdot I_2 + I_2^2)} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (I_1^2 + I_1 \cdot I_2 + I_2^2)} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (5^2 + 5 \cdot 9 + 9^2)} = 7,0946[A] \end{aligned}$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Ukupna ekvivalentna struja motora za ciklus iznosi:

$$\begin{aligned} I_{effMot} &= \sqrt{\frac{\sum_i I_i^2 \cdot t_i}{\sum_i t_i}} = \sqrt{\frac{I_{ef}^2 \cdot t_1 + I_3^2 \cdot t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}} = \sqrt{\frac{\frac{151}{3} \cdot 6 + 12^2 \cdot 4}{6 + 2 + 4 + 7}} = \\ &= \sqrt{\frac{878}{19}} = 6,798[A] \end{aligned}$$

Prema tome potrebna snaga motora je:

$$P_{effMot} = U \cdot I_{effMot} \cdot \eta = 170 \cdot 6,798 \cdot 0,9 = 1040,094[W] \approx 1,04[kW]$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

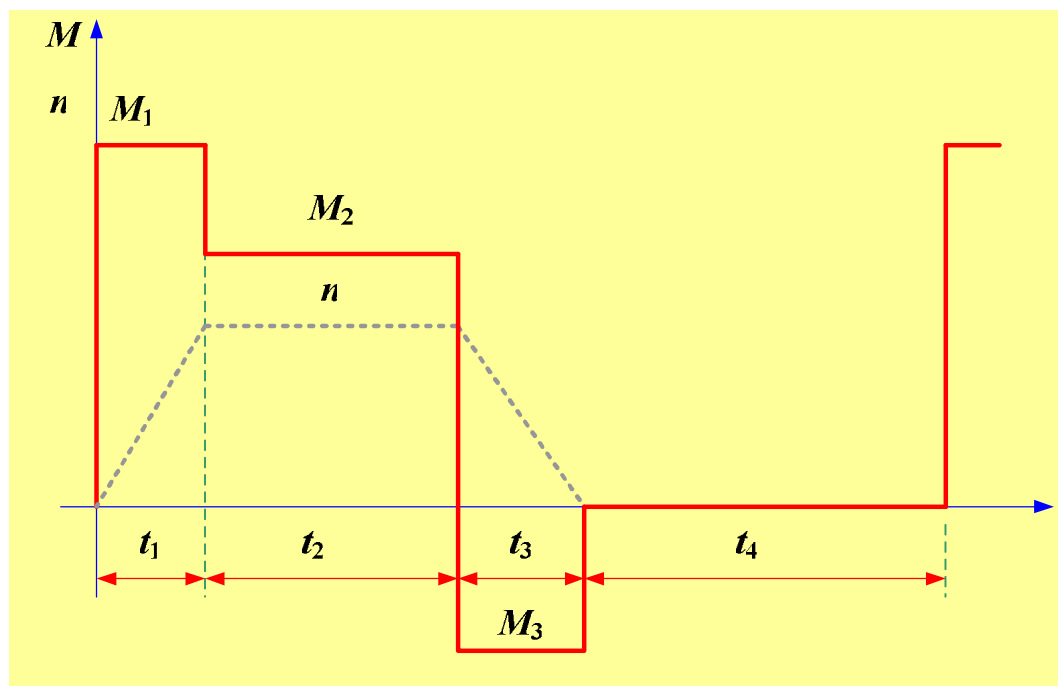
Zadatak:

$$M_1 = 20 \text{ [Nm]} \quad t_1 = 15 \text{ [s]}$$

$$M_2 = 16 \text{ [Nm]} \quad t_2 = 45 \text{ [s]}$$

$$M_3 = -10 \text{ [Nm]} \quad t_3 = 20 \text{ [s]}$$

$$t_4 = 25 \text{ [s]}$$



Slika pokazuje grube zahteve pri dimenzionisanju elektromotornog pogona za izvozno postrojenje. Izračunati metodom ekvivalentnog momenta potrebnu nazivnu snagu motora za pogonsko postrojenje, ako je nazivna brzina motora $n = 1000 \text{ [min}^{-1}\text{]}$, uz uslov da:

a) Motor ima prinudno hlađenje.

b) Motor ima sopstveno hlađenje, pri čemu se motor prilikom stajanja hladi tri puta lošije nego kod obrtanja nazivnom brzinom.

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Rešenje:

a) Zbog prinudnog hlađenja, ne smanjuje se efikasnost hlađenja, pa ukupni ekvivalentni moment motora za ciklus iznosi:

$$M_{aeffMot} = \sqrt{\frac{\sum_i M_i^2 \cdot t_i}{\sum_i t_i}} = \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2 + M_3^2 \cdot t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}} =$$
$$= \sqrt{\frac{20^2 \cdot 1 + 16^2 \cdot 45 + 10^2 \cdot 20}{15 + 45 + 20 + 25}} = \sqrt{\frac{19520}{105}} = 13,635[Nm]$$

Vrednost potrebne snage motora je:

$$P_{aeffMot} = M_{aeffMot} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = 13,635 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot 1000 =$$
$$= 1427,71[W] \approx 1,43[kW]$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

b) Zbog pogoršanih uslova hlađenja, tokom perioda ciklusa u kom sopstveni ventilacioni sistem ima smanjenu efikasnost zbog smanjenja brzine obrtanja, moraju se uračunati faktori α tokom zaletanja i kočenja i faktor β tokom mirovanja. Prema uslovima zadatka, određuju se njihove vrednosti:

$$\beta = \frac{1}{3} \quad \alpha = \frac{1 + \beta}{2} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{2} = \frac{2}{3}$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Ukupni ekvivalentni moment motora za ciklus iznosi:

$$\begin{aligned} M_{beffMot} &= \sqrt{\frac{\sum_i M_i^2 \cdot t_i}{\sum_j \alpha \cdot t_j + \sum_k t_k + \sum_l \beta \cdot t_l}} = \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2 + M_3^2 \cdot t_3}{\alpha \cdot (t_1 + t_3) + t_2 + \beta \cdot t_4}} = \\ &= \sqrt{\frac{20^2 \cdot 1 + 16^2 \cdot 45 + 10^2 \cdot 20}{\frac{2}{3} \cdot (15 + 20) + 45 + \frac{1}{3} \cdot 25}} = \sqrt{\frac{19520}{76,635}} = 15,956[Nm] \end{aligned}$$

Vrednost potrebne snage motora je:

$$P_{beffMot} = M_{beffMot} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = 15,956 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot 1000 = 1671,179[W] \approx 1,68[kW]$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Zadatak:

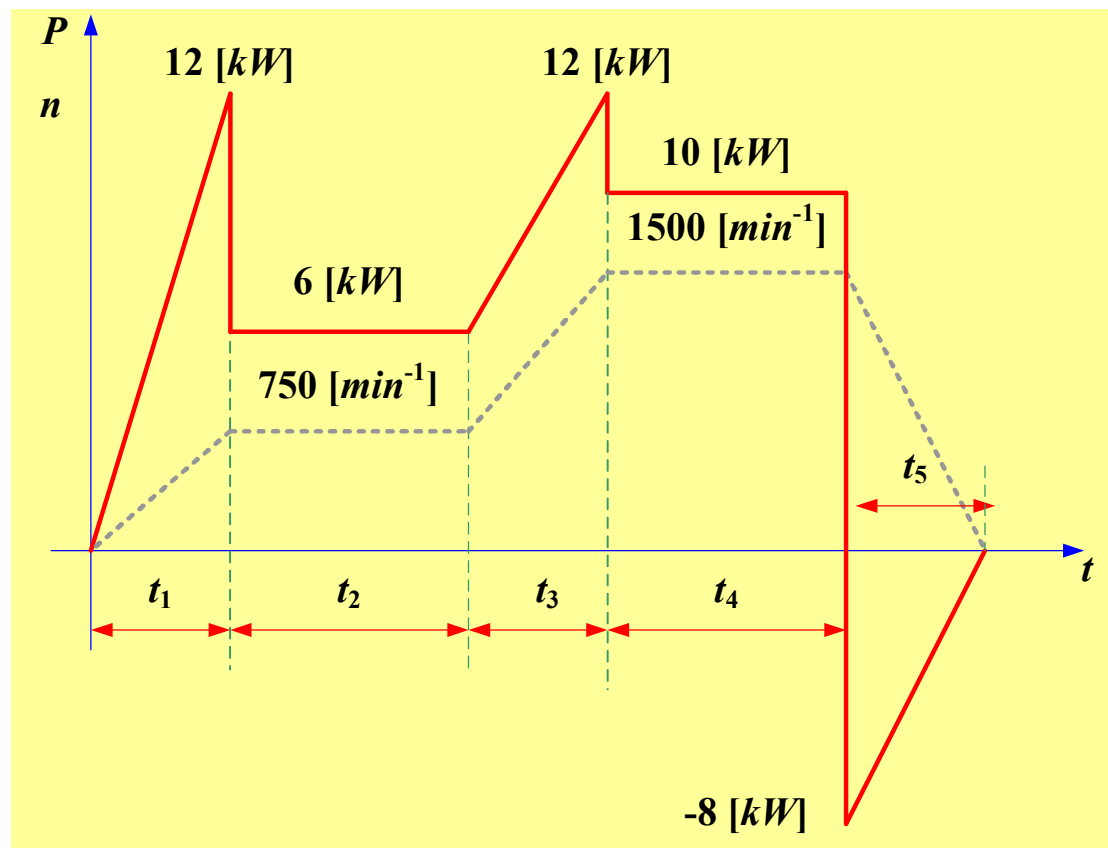
$$t_1 = 5 \text{ [s]}$$

$$t_2 = 15 \text{ [s]}$$

$$t_3 = 5 \text{ [s]}$$

$$t_4 = 10 \text{ [s]}$$

$$t_5 = 5 \text{ [s]}$$



Na slici je prikazan karakteristični radni ciklus za motor jednosmerne struje sa stalnom nezavisnom i nominalnom pobudom i sa prinudnim hlađenjem, nominalne snage $P_{nom} = 10 \text{ [kW]}$ i nominalne brzine obrtanja $n_{nom} = 1500 \text{ [min}^{-1}\text{]}$. Odrediti optimalno vreme pauze tako da motor bude optimalno iskorišćen.

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Rešenje:

Pošto motor ima promenljivu brzinu treba primeniti metodu ekvivalentnog momenta. Iz dijagrama radnog ciklusa za pojedine segmente različitih brzina i snaga, moraju se izračunati momenti motora. Uz uslov konstantnosti pobude $\phi = konst$ i uz pretpostavku da je moment proporcionalan sa strujom motora $I_a \sim M_m$, nalaze se momenti za pojedine segmente radnog ciklusa:

$$M_1 = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_1}{n_1} = \frac{30 \cdot 12000}{\pi \cdot 750} \approx 152,8 [Nm]$$

$$M_2 = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_2}{n_2} = \frac{30 \cdot 6000}{\pi \cdot 750} \approx 76,4 [Nm]$$

$$M_3 = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_3}{n_3} = \frac{30 \cdot 12000}{\pi \cdot 1500} \approx 76,4 [Nm]$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

$$M_4 = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_4}{n_4} = \frac{30 \cdot 10000}{\pi \cdot 1500} \approx 63,6 [Nm]$$

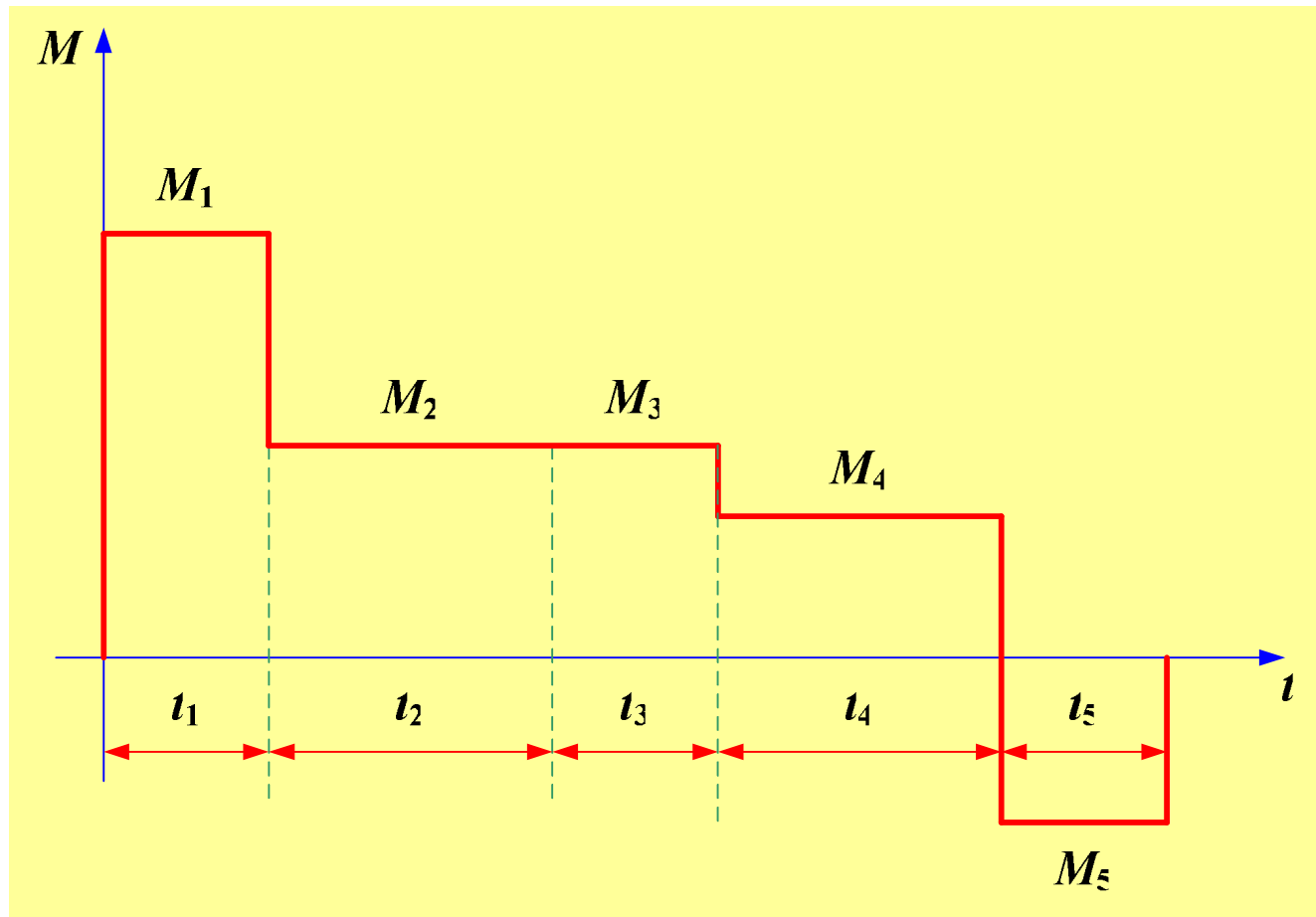
$$M_5 = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_5}{n_5} = \frac{30 \cdot (-8000)}{\pi \cdot 1500} \approx -50,93 [Nm]$$

Nominalni moment motora iznosi:

$$M_{nom} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30 \cdot 10000}{\pi \cdot 1500} \approx 63,6 [Nm]$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Na osnovu izračunatih vrednosti može se nacrtati momentni dijagram za radni ciklus:



IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Pošto motor ima prinudno hlađenje, ukupni ekvivalentni moment motora za ciklus mora biti manji ili jednak nominalnom momentu:

$$M_{effMot} = \sqrt{\frac{\sum_i M_i^2 \cdot t_i}{\sum_i t_i}} =$$
$$= \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2 + M_3^2 \cdot t_3 + M_4^2 \cdot t_4 + M_5^2 \cdot t_5}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_0}} \leq M_{nom}$$

iz čega proizlazi da optimalno vreme pauze treba da iznosi:

$$t_0 \geq \frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2 + M_3^2 \cdot t_3 + M_4^2 \cdot t_4 + M_5^2 \cdot t_5}{M_{nom}^2} - (t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5)$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

$$\begin{aligned} t_0 &\geq \frac{152,8^2 \cdot 5 + 76,4^2 \cdot 15 + 76,4^2 \cdot 5 + 63,6^2 \cdot 10 + 50,93^2 \cdot 5}{63,6^2} - \\ &\quad - (5 + 15 + 5 + 10 + 5) = \\ &= \frac{286897,33}{4044,96} - 40 = 70,927 - 40 = 30,927[s] \end{aligned}$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Zadatak:

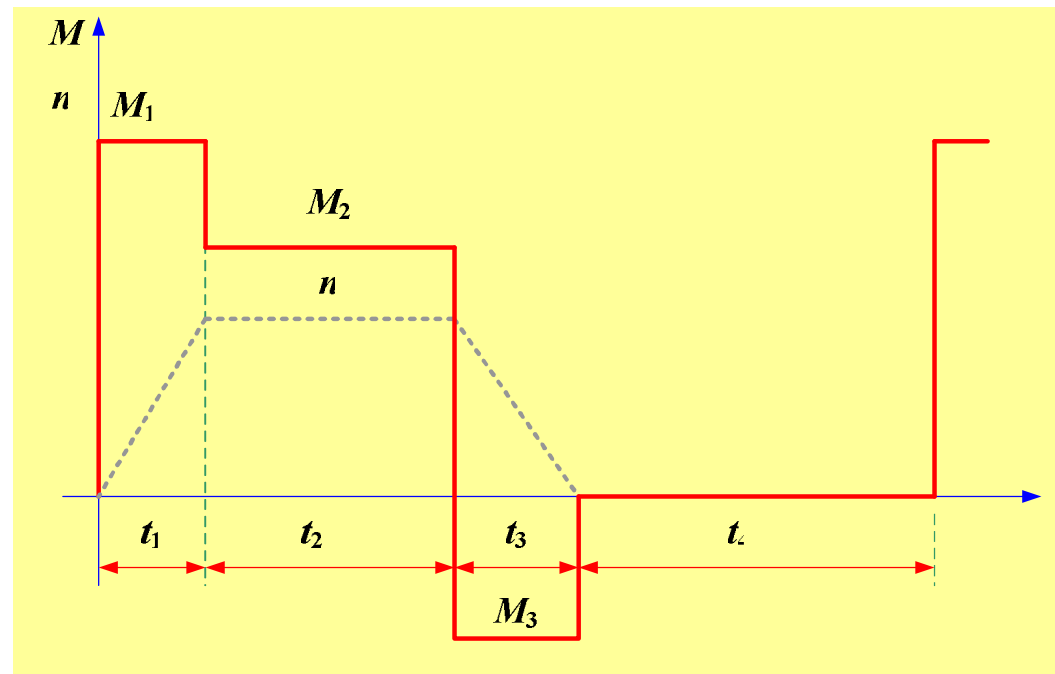
$$M_1 = 20 \text{ [Nm]} \quad t_1 = 15 \text{ [s]}$$

$$M_2 = 16 \text{ [Nm]} \quad t_2 = 45 \text{ [s]}$$

$$M_3 = -10 \text{ [Nm]} \quad t_3 = 20 \text{ [s]}$$

$$t_4 = 25 \text{ [s]}$$

$$n = 1000 \text{ [min}^{-1}\text{]}$$



Slika pokazuje grube zahteve za momentom elektromotornog pogona. Izračunati potrebnu nazivnu snagu motora, ako je nazivna brzina motora $n_{nom} = 800 \text{ [min}^{-1}\text{]}$, uz uslov da:

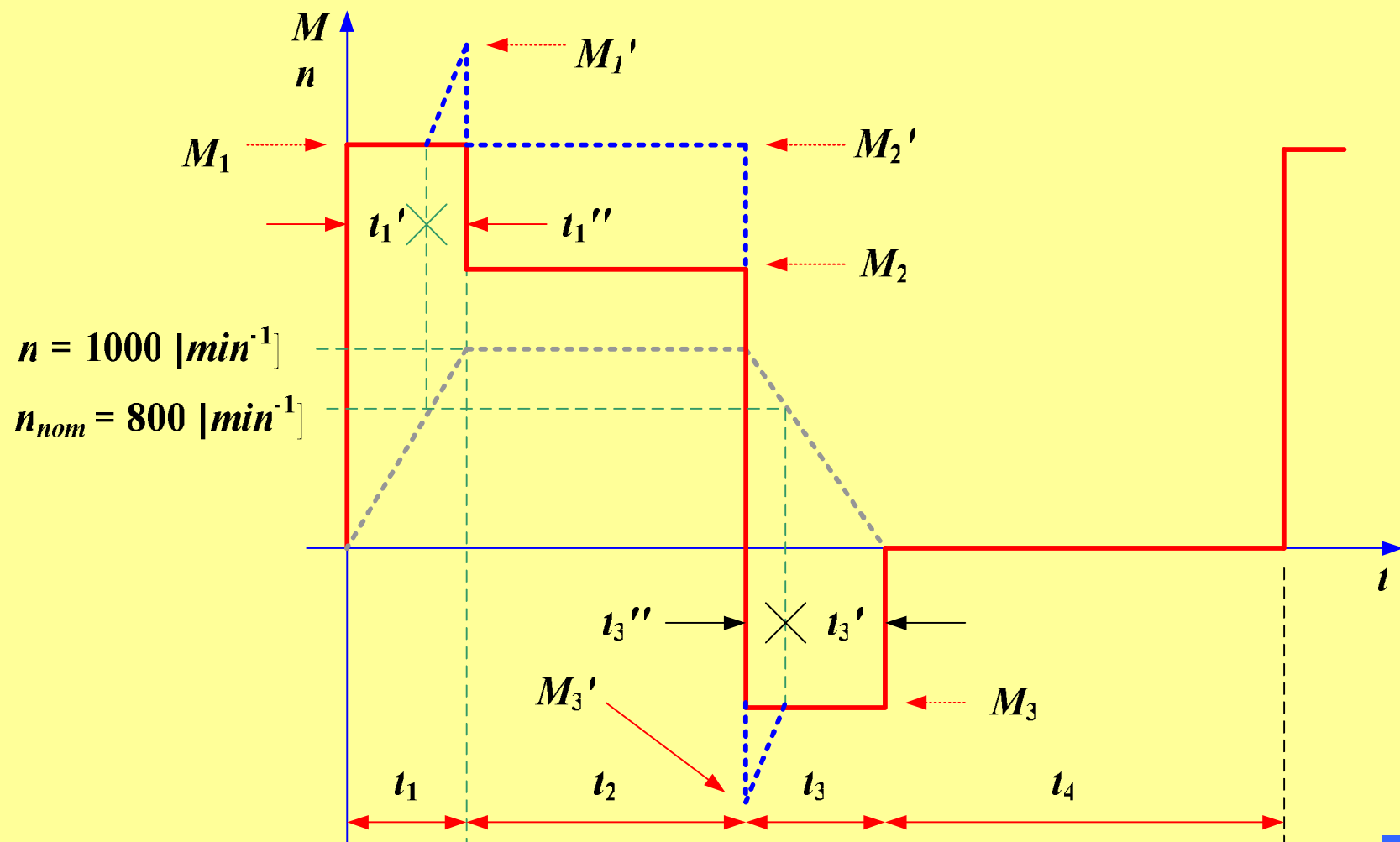
a) Motor ima prinudno hlađenje.

b) Motor ima sopstveno hlađenje, pri čemu se motor prilikom stajanja hladi tri puta lošije nego kod obrtanja nazivnom brzinom $n_{nom} = 800 \text{ [min}^{-1}\text{]}$.

Rešenje:

a) Zbog prinudnog hlađenja, toplotna provodnost i toplotna vremenska konstanta ne menjaju se u zavisnosti od brzine obrtanja (tokom zaleta, kočenja i mirovanja). Zbog porasta brzine obrtanja iznad nazivne, zbog slabljenja magnetnog fluksa mora se povećati struja radi održanja konstantnog momenta. Da bi se i u tom slučaju mogla primeniti metoda ekvivalentnog momenta (ne proračunavajući momentni dijagram u strujni) treba pretvoriti stvarne momente u fiktivne (koji bi vladali uz konstantni fluks). To znači da će se sa porastom brzine iznad nazivne, povećati srazmerno i moment u oblastima slabljenja polja prema dijagramu na sledećem slajdu.

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA



IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Iz proporcionalnih odnosa na dijagramu, sledi:

$$M_1' = M_1 \cdot \frac{n}{n_{nom}} = 20 \cdot \frac{1000}{800} = 25[Nm]$$

$$t_1' = t_1 \cdot \frac{n}{n_{nom}} = 15 \cdot \frac{1000}{800} = 12[s]$$

$$t_1'' = t_1 - t_1' = 15 - 12 = 3[s]$$

$$M_2' = M_2 \cdot \frac{n}{n_{nom}} = 16 \cdot \frac{1000}{800} = 20[Nm]$$

$$M_3' = M_3 \cdot \frac{n}{n_{nom}} = -10 \cdot \frac{1000}{800} = -12,5[Nm]$$

$$t_3' = t_3 \cdot \frac{n}{n_{nom}} = 20 \cdot \frac{1000}{800} = 16[s]$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

$$t_3'' = t_3 - t_3' = 20 - 16 = 4[s]$$

Efektivne vrednosti momenta na kosim segmentima, iznose:

$$\begin{aligned} M_{ef1}' &= \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (M_1^2 + M_1 \cdot M_1' + M_1'^2)} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (20^2 + 20 \cdot 25 + 25^2)} = 22,546[Nm] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{ef3}' &= \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (M_3^2 + M_3 \cdot M_3' + M_3'^2)} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (10^2 + 10 \cdot 12,5 + 12,5^2)} = 11,273[Nm] \end{aligned}$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Pa je ukupna efektivna vrednost momenta:

$$\begin{aligned} M_{aeffMot} &= \sqrt{\frac{\sum_i M_i^2 \cdot t_i}{\sum_i t_i}} = \\ &= \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1' + M_1'^2 \cdot t_1'' + M_2'^2 \cdot t_2 + M_3'^2 \cdot t_3'' + M_3^2 \cdot t_3'}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}} = \\ &= \sqrt{\frac{20^2 \cdot 12 + 22,546^2 \cdot 3 + 20^2 \cdot 45 + 11,273^2 \cdot 4 + 10^2 \cdot 16}{15 + 45 + 20 + 25}} = \\ &= 15,866 [Nm] \end{aligned}$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Vrednost potrebne snage motora je:

$$P_{aeffMot} = M_{aeffMot} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = 15,866 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot 800 = \\ = 1329,13[W] \approx 1,33[kW]$$

b) Osim sa fiktivnim momentom, trebalo bi računati i sa promenom toplotne provodnosti i toplotne vremenske konstante u zavisnosti od brzine obrtanja. Zbog sigurnosti neće se računati sa boljim hlađenjem, odnosno sa većom toplotnom provodnošću i smanjenom toplotnom vremenskom konstantom, nego se pretpostavlja da su isti uslovi hlađenja i pri $n = 1000 [min^{-1}]$ i pri $n_{nom} = 800 [min^{-1}]$. Prema tome, važi:

$$\beta = \frac{1}{3} \quad \alpha = \frac{1 + \beta}{2} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{2} = \frac{2}{3}$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Ukupni ekvivalentni moment motora za ciklus iznosi:

$$\begin{aligned} M_{beffMot} &= \sqrt{\frac{\sum_i M_i^2 \cdot t_i}{\sum_j \alpha \cdot t_j + \sum_k t_k + \sum_l \beta \cdot t_l}} = \\ &= \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1' + M_1'^2 \cdot t_1'' + M_2'^2 \cdot t_2 + M_3'^2 \cdot t_3'' + M_3^2 \cdot t_3'}{\alpha \cdot (t_1' + t_3') + t_1' + t_2 + t_3' + \beta \cdot t_4}} = \\ &= \sqrt{\frac{20^2 \cdot 12 + 22,546^2 \cdot 3 + 20^2 \cdot 45 + 11,273^2 \cdot 4 + 10^2 \cdot 16}{\frac{2}{3} \cdot (12 + 16) + 3 + 45 + 4 + \frac{1}{3} \cdot 25}} = \\ &= 18,292 [Nm] \end{aligned}$$

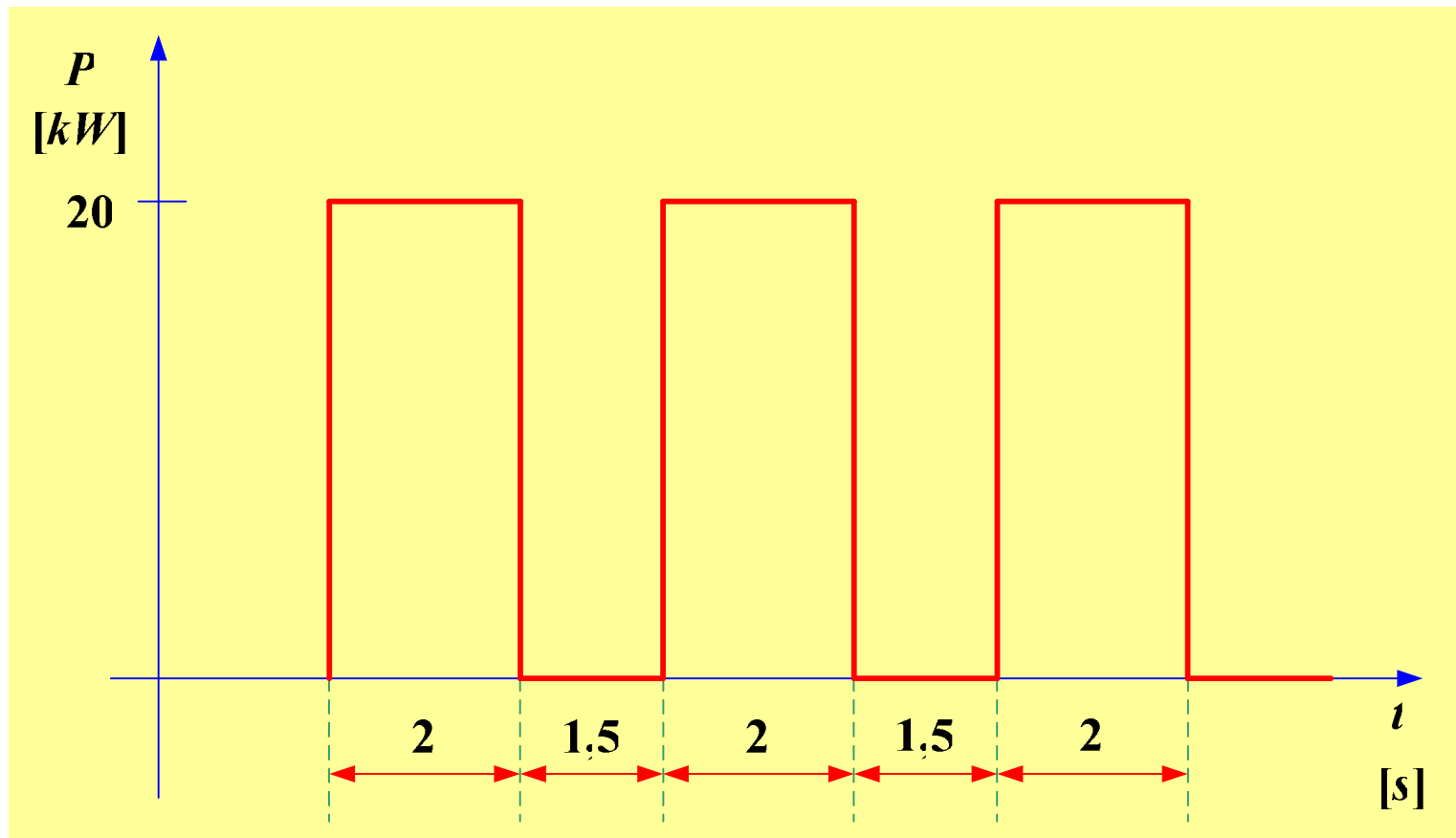
IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Vrednost potrebne snage motora je:

$$P_{beffMot} = M_{beffMot} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = 18,292 \cdot \frac{\pi \cdot 800}{30} = 1532,318[W] \approx 1,54[kW]$$

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Zadatak:



Koliku približnu snagu mora imati asinhroni kavezni za pogon bušilice koji ima opterećenje prema dijagramu na slici?

IZBOR MOTORA METODIMA EKVIVALENTNIH VELIČINA

Rešenje:

Pošto se motor bušilice okreće približno konstantnom brzinom, može se primeniti metod ekvivalentne snage, iz koga se dobija:

$$P_{effMot} = \sqrt{\frac{\sum_i P_i^2 \cdot t_i}{\sum_i t_i}} = \sqrt{\frac{P_1^2 \cdot t_1}{t_1 + t_0}} = \sqrt{\frac{20^2 \cdot 2}{2 + 1,5}} = 20 \cdot \sqrt{\frac{2}{3,5}} =$$
$$= 15,119[kW] \leq P_{nom}$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 11:

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA.

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Prema IEC publikaciji 60034-1 definisane su vrste opterećenja i to:

- ☑ *Trajni pogon (opterećenje) S1.*
- ☑ *Kratkotrajni pogon (opterećenje) S2.*

Označavanje: P [kW] S2 30 [min] $t_r = 10; 30; 60; 90$ [min]

$$I_e = I_n \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} \cdot e^{-\frac{t_r}{T_t}}}{1 - e^{-\frac{t_r}{T_t}}}}$$

Ekvivalentno strujno kratkotrajno preopterećenje.

- ☑ *Intermitentni pogon (opterećenje) S3.*

Označavanje: P [kW] S3 25% ED%

ED% = $(t_r/t_c)100 = 15; 25; 40; 60$; - Relativno trajanje uključenja.

$t_c = 10$ [min] - Trajanje ciklusa.

$$\varepsilon = \frac{t_r}{t_c}$$

$$ED\% = 100 \cdot \varepsilon$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

$$I_e = I_n \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}} \cdot \left[\frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_m}{T_{tn}}} \right) - e^{-\frac{t_m}{T_{tn}}} \right]}{1 - e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}}}}$$

**Ekvivalentno
intermitentno
opterećenje.**

$$I_{\varepsilon 2} = I_{\varepsilon 1} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cu1}} \right) \cdot \frac{\varepsilon_1 \cdot \left[\varepsilon_2 \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) + 1 \right]}{\varepsilon_2 \cdot \left[\varepsilon_1 \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) + 1 \right]} - \frac{P_{Fe}}{P_{Cu1}}}$$

**Formula za
preračunavanje
intermitencije.**

$$I_{\varepsilon 2} = I_{\varepsilon 1} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

Za slučaj:

$$\varepsilon_1 = \frac{t_r}{t_c} = \varepsilon_n \rightarrow I = I_n$$

$$\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$$

$$T_{tz} = T_{tn}$$

$$\beta = 1 \quad P_{Fe} \approx 0$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

- ☑ **Intermitentni pogon (opterećenje) sa uticajem zaleta S4.**

Označavanje: P [kW] S4 - 40% - 120 uklj/h - FI2.

$$\varepsilon = \frac{t_z + t_r}{t_c}$$

- Relativno trajanje uključenja.

$$[\text{uklj} / \text{h}]$$

- Broj uključenja na sat.

$$F_I = \frac{J_M + J_t}{J_M}$$

- Faktor inercije.

- ☑ **Intermitentni pogon (opterećenje) sa uticajem zaleta i kočenja S5.**

Označavanje: P [kW] S5 - 60% - 120 uklj/h FI3.

$$\varepsilon = \frac{t_z + t_r + t_k}{t_c}$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

- ☑ **Trajni pogon sa intermitentnim opterećenjem S6.**
Označavanje: P [kW] S6 - 15%.

$$\varepsilon = \frac{t_r}{t_c}$$

$$ED\% = \frac{t_r}{t_c} \cdot 100$$

$$I_\varepsilon = \sqrt{\frac{I_n^2 - I_0^2 \cdot (1 - \varepsilon)}{\varepsilon}}$$

Moguće intermitentno opterećenje.

- ☑ **Trajni pogon sa zaletima i kočenjima S7.**
Označavanje: P [kW] S7 - 500 uklj/h – FI3.

- ☑ **Trajni pogon sa preklapanjem polova S8.**
Označavanje: P [kW] S8 - 30 uklj/h - FI10 – 740 ob/min – 40%.
S8 - 30 uklj/h - FI10 – 950 ob/min – 60%.

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Dozvoljeni broj ciklusa opterećenja u intermitentnom pogonu:

$$Z = 3600 \cdot \frac{\varepsilon \cdot (P_m - P_\gamma) + P_\gamma \cdot \beta \cdot (1 - \varepsilon)}{W_z + W_k - (t_z + t_k) \cdot \left(P_\gamma - \frac{1 - \beta}{2} \cdot P_m \right)} \approx$$
$$\approx 3600 \cdot \frac{\varepsilon \cdot (P_m - P_\gamma) + P_\gamma \cdot \beta \cdot (1 - \varepsilon)}{W_z + W_k} \left[\frac{uklj}{h} \right]$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Zadatak:

Na pločici trofaznog asinhronog motora navedeni su sledeći podaci:

$U_{nom} = 380 [V]$, $f_{nom} = 50 [Hz]$, $P_{nom} = 6 [kW]$, $I_{nom} = 13,3 [A]$,
 $n_{nom} = 950 [min^{-1}]$, $S2\ 30 [min]$.

Sa kojim stalnim opterećenjem motor može raditi 10 [h], ako je vremenska konstanta zagrevanja $T_{tz} = 60 [min]$.

Pri proračunu zamemariti stalne gubitke motora.

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Rešenje:

Oznaka S2 30 [min] znači da motor radi 30 minuta opterećen nazivnim gubicima i dostiže nominalni dozvoljeni porast nadtemperature. Isti porast nadtemperature dostiže i sa traženim opterećenjem nakon 10 časova, pa važi:

$$\Delta\theta_{doz} = \Delta\theta_{\max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}}}\right) = \Delta\theta_{\max}' \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{uk}'}{T_{tz}}}\right) \Rightarrow$$

$$\Delta\theta_{\max} = \frac{P_{gnom}}{A_t} \Rightarrow \Delta\theta_{\max}' = \frac{P_{gx}}{A_t} \Rightarrow \Delta\theta_{\max}' = \Delta\theta_{\max} \cdot \frac{P_{gx}}{P_{gnom}} \Rightarrow$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

$$\frac{P_{gx}}{P_{gnom}} = \frac{\left(1 - e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}}}\right)}{\left(1 - e^{-\frac{t_{uk}'}{T_{tz}}}\right)} = \frac{P_{Fenom} + P_{Cunom} \cdot \left(\frac{I_x}{I_{nom}}\right)^2}{P_{Fenom} + P_{Cunom}} \approx$$
$$\approx \frac{0 + P_{Cunom} \cdot \left(\frac{I_x}{I_{nom}}\right)^2}{0 + P_{Cunom}} = \left(\frac{I_x}{I_{nom}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$I_x = I_{nom} \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}}}}{1 - e^{-\frac{t_{uk}'}{T_{tz}}}}} = 13,3 \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{-\frac{30}{60}}}{1 - e^{-\frac{10 \cdot 60}{60}}}} = 8,343[A]$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Zadatak:

Trofazni asinhroni kliznokolutni motor predviđen za trajan pogon S1 nominalne snage $P_{nom} = 32 \text{ [kW]}$; priključnog statorskog napona $U_{nom} = 380 \text{ [V]}$; nominalne brzina obrtanja $n_{nom} = 935 \text{ [min}^{-1}\text{]}$; faktora snage $\cos\varphi = 0,74$; koeficijenta korisnog dejstva pri nominalnom opterećenju $\eta_{nom} = 0,88$ i frekvencije mreže $f_s = 50 \text{ [Hz]}$, ima pri nominalnom opterećenju proporciju odnosa gubitaka

$$P_{Cunom} : P_{Fenom} : P_{trvnom} = 1,6 : 1 : 0,2.$$

Motor se pušta iz hladnog stanja. Vremenska konstanta zagrevanja je $T_{tz} = 28 \text{ [min]}$, a temperatura okoline $\theta_{amb} = 26 \text{ [}^\circ\text{C]}$. Maksimalno dozvoljeni porast temperature je $\Delta\theta_{max} = 75 \text{ [}^\circ\text{C]}$.

Odrediti vreme koje motor može raditi u kratkotrajnom pogonu S2, opterećen momentom $M_{opt} = 1,5 M_{nom}$.

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Rešenje:

Gubici pri nominalnom opterećenju iznose:

$$P_{\gamma nom} = \frac{P_{nom} \cdot (1 - \eta_{nom})}{\eta_{nom}} = \frac{32 \cdot (1 - 0,88)}{0,88} = \frac{32 \cdot 0,12}{0,88} = 4,364[kW]$$

Na osnovu date proporcije, dobijaju se vrednosti nominalnih gubitaka u bakru, gvožđu i gubitaka trenja i ventilacije, pojedinačno:

$$P_{\gamma nom} = (1,6 + 1 + 0,2) \cdot P_{Fenom} \Rightarrow$$

$$P_{Fenom} = \frac{P_{\gamma nom}}{1,6 + 1 + 0,2} = \frac{P_{\gamma nom}}{2,8} = \frac{4,364}{2,8} = 1,558[kW] \Rightarrow$$

$$P_{Cunom} = 1,6 \cdot P_{Fenom} = 1,6 \cdot 1,558 = 2,493[kW] \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} P_{trvnom} &= P_{\gamma nom} - (P_{Cunom} + P_{Fenom}) = 4,364 - (2,493 + 1,558) = \\ &= 0,313[kW] \end{aligned}$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Pri datom opterećenju $M_{opt} = 1,5 M_{nom}$ smatramo da je i struja motora 1,5 puta veća, što znači da su gubici u bakru 2,25 puta veći, odnosno:

$$P_{Cu}' = \left(\frac{M_{opt}}{M_{nom}} \right)^2 \cdot P_{Cunom} = 1,5^2 \cdot P_{Cunom} = 2,25 \cdot P_{Cunom} = \\ = 2,25 \cdot 2,493 = 5,609 [kW]$$

Ukupni gubici pri povećanom opterećenju prema tome su:

$$P_{\gamma}' = P_{Cu}' + P_{Fenom} + P_{trvnom} = 5,609 + 1,558 + 0,313 = 7,48 [kW]$$

Maksimalni priraštaj temperature zagrevanja, u stacionarnom stanju sa povećanim opterećenjem, je prema tome:

$$\Delta\theta_{max}' = \frac{P_{\gamma}'}{A_t} = \frac{P_{\gamma}'}{P_{\gamma nom}} \cdot \Delta\theta_{max} = \frac{7,48}{4,364} \cdot 75 = 128,552 [^{\circ}C]$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Dozvoljeni porast temperature je $\Delta\theta_{max} = 75 [^{\circ}C]$ ali u odnosu na $\theta_{amb} = 40 [^{\circ}C]$, prema tome postoji još $40 - 26 = 14 [^{\circ}C]$ rezerve koje se mogu iskoristiti, odnosno dozvoliti ukupan dozvoljen priraštaj temperature od $\Delta\theta_{max} = 89 [^{\circ}C]$. Dakle motor pod povećanim opterećenjem, ne sme se držati duže od:

$$\Delta\theta_{max} = \Delta\theta_{max}' \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}}}\right) = \Delta\theta_{max}' - \Delta\theta_{max}' \cdot e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}}} \Rightarrow$$
$$e^{-\frac{t_{uk}}{T_{tz}}} = \frac{\Delta\theta_{max}' - \Delta\theta_{max}}{\Delta\theta_{max}'} \Rightarrow$$

$$t_{uk} = T_{tz} \cdot \ln \frac{\Delta\theta_{max}'}{\Delta\theta_{max}' - \Delta\theta_{max}} = 28 \cdot \ln \frac{128,552}{128,552 - 89} =$$
$$= 28 \cdot \ln 3,250 = \boxed{33,002[\text{min}]}$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Zadatak:

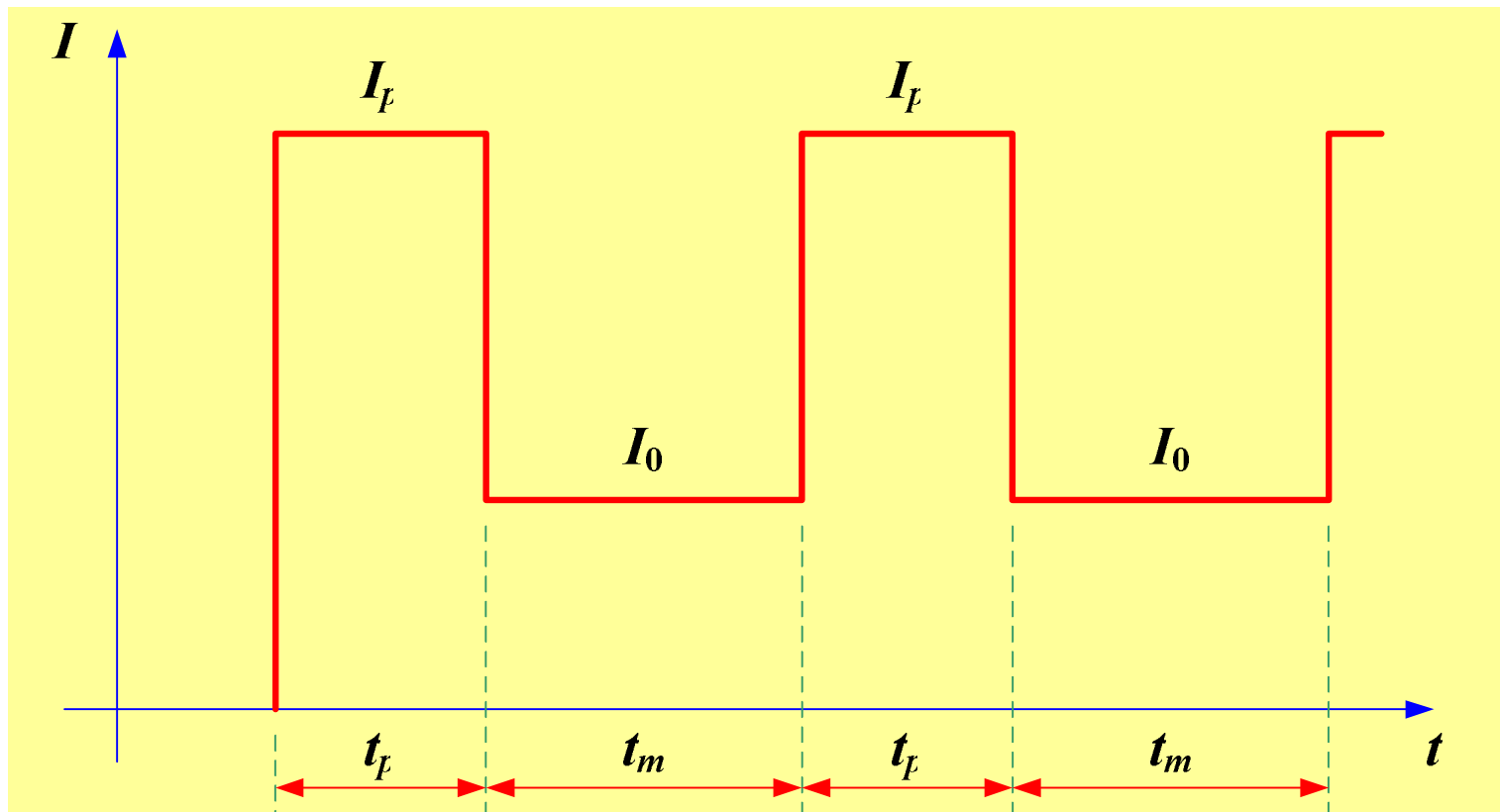
U jednom pogonu drobilice primenjen je trofazni asinhroni motor nominalne snage $P_{nom} = 50$ [kW]; priključnog rotorskog napona $U_{nom} = 380$ [V]; nominalne struje $I_{nom} = 95$ [A]; nominalne brzine obrtanja $n_{nom} = 980$ [min⁻¹]; koji ima struju praznog hoda $I_0 = 30$ [A]. Sa kolikom strujom se motor sme opteretiti u trajnom radu sa intermitiranim opterećenjem kod intermitencije 40 %?

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Rešenje:

Zadana je intermitencija:

$$ED\% = 40\% = 100 \cdot \varepsilon = 100 \cdot \frac{t_p}{t_p + t_m}$$



IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Iz metode ekvivalentne struje sledi:

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_p^2 \cdot t_p + I_0^2 \cdot t_m}{t_p + t_m}} = \sqrt{\frac{I_p^2 \cdot \varepsilon + I_0^2 \cdot (1 - \varepsilon)}{\varepsilon + (1 - \varepsilon)}} = \\ = \sqrt{I_p^2 \cdot \varepsilon + I_0^2 \cdot (1 - \varepsilon)} \leq I_{nom}$$

Motor se neće pregrijati ako je trajno opterećen ekvivalentnom strujom čija vrednost ne premašuje vrednost nominalne struje.

Pa sledi:

$$I_{eff}^2 = I_p^2 \cdot \varepsilon + I_0^2 \cdot (1 - \varepsilon) \leq I_{nom}^2 \Rightarrow$$

$$I_p \leq \sqrt{\frac{I_{nom}^2 - I_0^2 \cdot (1 - \varepsilon)}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{95^2 - 30^2 \cdot (1 - 0,4)}{0,4}} = 145,645[A]$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Strujno preopterećenje za vreme udaraca iznosi:

$$p \leq \frac{I_p}{I_{nom}} = \frac{145,645}{95} = 1,533[]$$

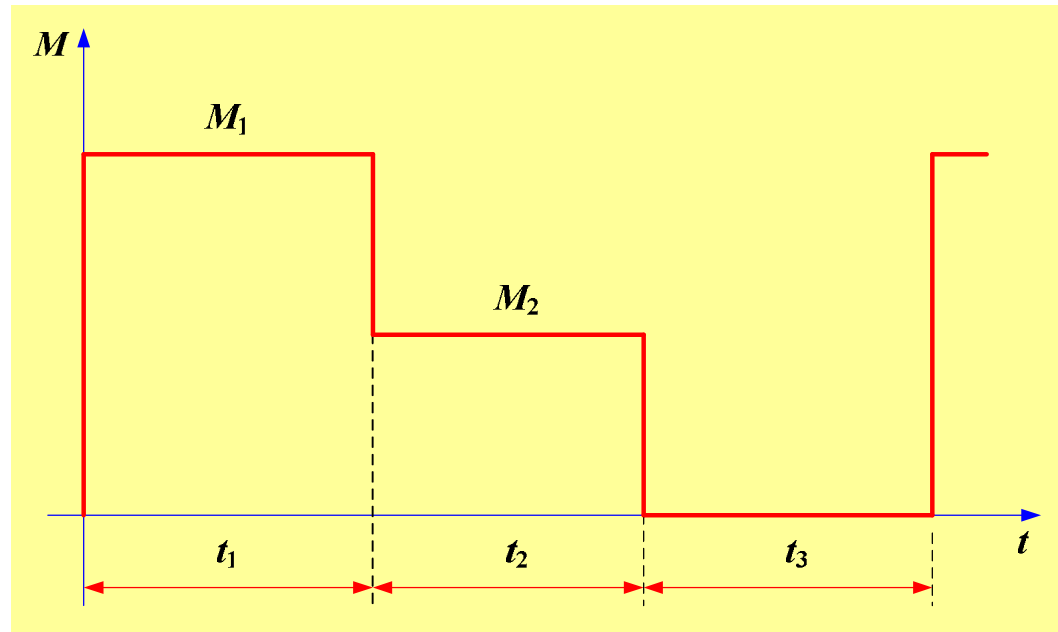
IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Zadatak:

$$M_1 = 20 \text{ [Nm]} \quad t_1 = 2 \text{ [min]}$$

$$M_2 = 10 \text{ [Nm]} \quad t_2 = 1,5 \text{ [min]}$$

$$t_3 = 2 \text{ [min]}$$



Momentni zahtevi elektromotornog pogona prikazani su na slici.

Izračunati parametre motora predviđenog da radi:

a) U pogonu S3 ($ED\% = 60\%$).

b) U pogonu S1.

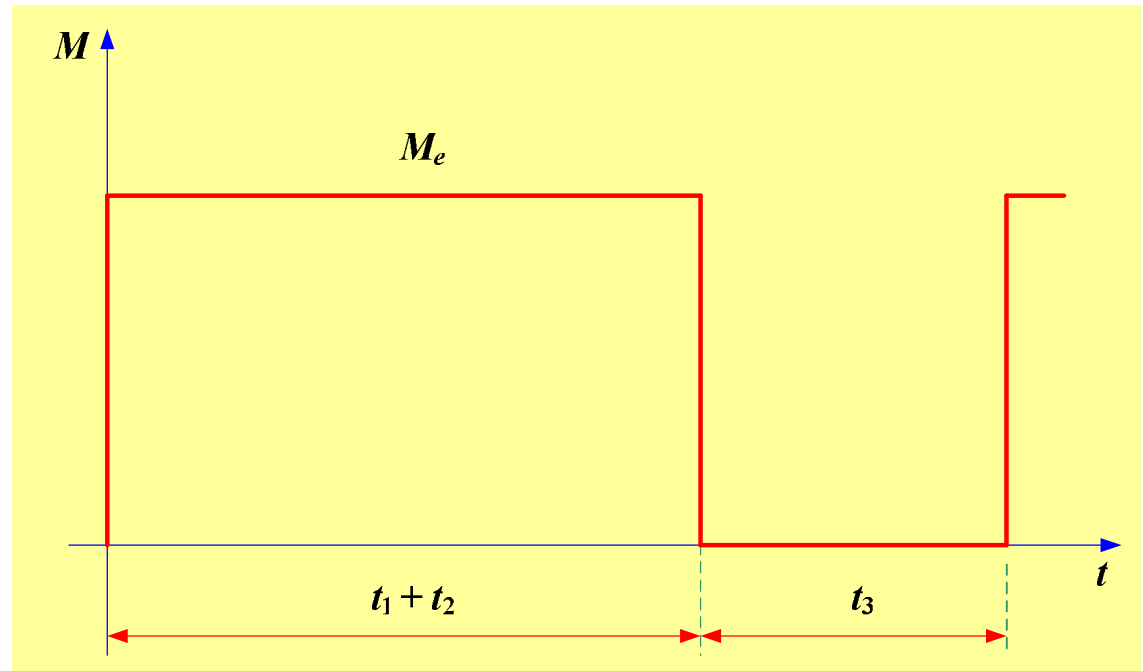
Pri rešavanju zadatka pretpostaviti da je odnos gubitaka

$P_{Cunom} / P_{Fenom} = 3$, vremenska konstanta zagrevanja $T_{tz} = 45 \text{ [min]}$ i vremenska konstanta hlađenja $T_{th} = 90 \text{ [min]}$.

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Rešenje:

a) Momentni dijagram svodi se na standardni oblik isprekidanog opterećenja pogona S3, kao na slici.



Ekvivalentan moment za pogon S3 iznosi:

$$M_e = \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2}{t_1 + t_2}} = \sqrt{\frac{20^2 \cdot 2 + 10^2 \cdot 1,5}{2 + 1,5}} = 16,475 [Nm]$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Intermitencija, odnosno odnos vremena rada i vremena ciklusa pri tome iznosi:

$$\varepsilon = \frac{t_r}{t_c} = \frac{t_1 + t_2}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{2 + 1,5}{2 + 1,5 + 2} = 0,636[] \Rightarrow ED\% = 63,6\%$$

Ova vrednost intermitencije se razlikuje od standardno definisane intermitencije ($ED\% = 60\%$), što znači da se motor mora odabrati prema vrednosti momenta svedenog na standardnu intermitenciju, prema relaciji:

$$M_{es\ tan d} = M_e \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{stand}}} = 16,475 \cdot \sqrt{\frac{0,636}{0,6}} =$$

$= 16,96[Nm] \quad S3 \quad ED\% = 60\%$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

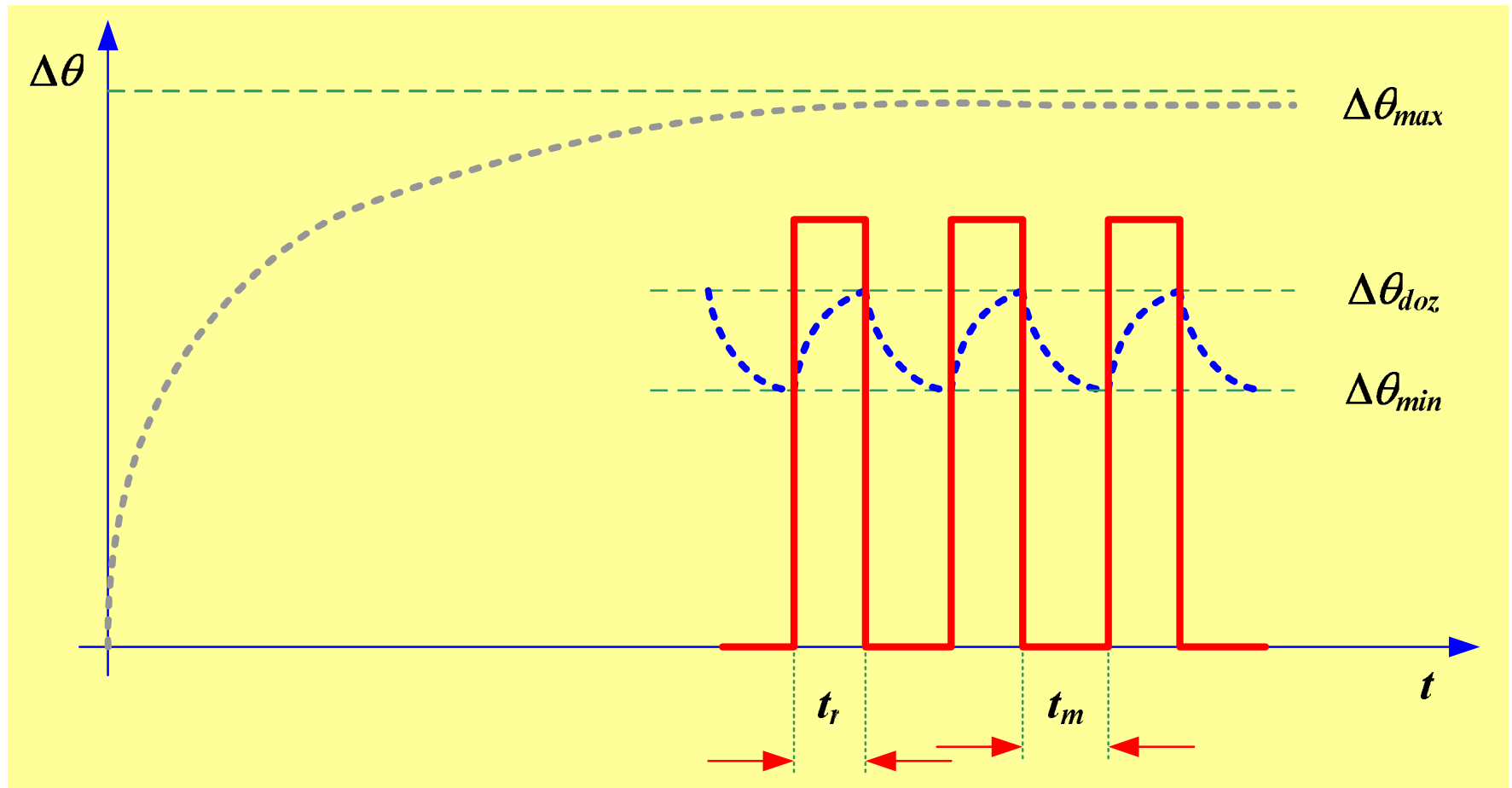
b) Ako se zanemari uticaj gubitaka u gvožđu, ekvivalentan moment u trajnom pogonu nalazi se metodom ekvivalentnog momenta uz uračunavanje slabijeg hlađenja tokom mirovanja:

$$\beta = \frac{T_{tz}}{T_{th}} = \frac{45}{90} = 0,5$$

$$M_{nom} = \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2}{t_1 + t_2 + \beta \cdot t_3}} = \sqrt{\frac{20^2 \cdot 2 + 10^2 \cdot 1,5}{2 + 1,5 + 0,5 \cdot 2}} = 14,529[Nm] \quad S1$$

Ako se uticaj gubitaka u gvožđu ne zanemaruje, ekvivalentan moment u trajnom pogonu može se naći iz činjenice da se tokom dovoljno dugog vremena, odnosno dovoljnog broja ciklusa, nad-temperatura stabilizuje, na taj način da u radnom periodu raste od minimalne vrednosti do maksimalne a u periodu mirovanja opada od maksimalne do minimalne. Ujedno maksimalna temperatura ne sme biti veća od dozvoljene za klasu izolacije motora. Ovaj proces prikazan je na sledećem dijagramu:

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA



IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Polazeći od dijagrama mogu se napisati relacije za granične temperature:

$$\Delta\theta_{\max} = \frac{P_{\gamma}}{A_t} = \frac{P_{cu} + P_{Fenom}}{A_t}$$

$$\Delta\theta_{doz} = \frac{P_{\gamma mom}}{A_t} = \frac{P_{cunom} + P_{Fenom}}{A_t} = \Delta\theta_{\min} \cdot e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}} + \Delta\theta_{\max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}}\right)$$

$$\Delta\theta_{\min} = \Delta\theta_{doz} \cdot e^{-\frac{t_m}{T_{th}}}$$

Smenom zadnje relacije u prethodnu dobija se relacija za izračunavanje odnosa dozvoljene i maksimalne nadtemperature:

$$\Delta\theta_{doz} = \Delta\theta_{doz} \cdot e^{-\frac{t_m}{T_{th}}} \cdot e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}} + \Delta\theta_{\max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}}\right) \Rightarrow$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

$$\frac{\Delta\theta_{doz}}{\Delta\theta_{\max}} = \frac{1 - e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}}}{1 - e^{-\left(\frac{t_r}{T_{tz}} + \frac{t_m}{T_{th}}\right)}} = \frac{P_{Cunom} + P_{Fenom}}{P_{Cu} + P_{Fenom}} = \frac{P_{Cunom} + P_{Fenom}}{\left(\frac{M_e}{M_{nom}}\right)^2 \cdot P_{Cunom} + P_{Fenom}}$$

Iz ovog odnosa dobija se da je kvadrat odnosa dopustivog i nominalnog momenta:

$$\left(\frac{M_e}{M_{nom}}\right)^2 = \frac{1 - e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}} \cdot \left[\frac{P_{Cunom}}{P_{Fenom}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_m}{T_{th}}}\right) - e^{-\frac{t_m}{T_{th}}} \right]}{1 - e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}}}$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Prema tome odabrani motor u trajnom pogonu treba da razvija minimalno moment:

$$M_{nom} = M_e \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}}}{1 - e^{-\frac{t_r}{T_{tz}}} \cdot \left[\frac{P_{Cunom}}{P_{Fenom}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_m}{T_{th}}} \right) - e^{-\frac{t_m}{T_{th}}} \right]}}}$$
$$= 16,475 \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{-\frac{3,5}{45}}}{1 - e^{-\frac{3,5}{45}} \cdot \left[3 \cdot \left(1 - e^{-\frac{2}{90}} \right) - e^{-\frac{2}{90}} \right]}} = 14,1[Nm] \quad S1$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Ekvivalentan moment može se odrediti i pomoću približne metode:

$$M_{\varepsilon 2} = M_{\varepsilon 1} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{P_{Fenom}}{P_{Cunom} \cdot \varepsilon_1}\right) \cdot \frac{\varepsilon_1 \cdot \left[\varepsilon_2 \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) + 1\right]}{\varepsilon_2 \cdot \left[\varepsilon_1 \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) + 1\right]} - \frac{P_{Fenom}}{P_{Cunom} \cdot \varepsilon_1}} \Rightarrow$$

$$\varepsilon_1 = 1 \quad \varepsilon_2 = 0,636$$

$$M_{nom} = M_{\varepsilon 1} = \frac{M_{\varepsilon 2}}{\sqrt{\left(1 + \frac{P_{Fenom}}{P_{Cunom} \cdot \varepsilon_1}\right) \cdot \frac{\varepsilon_1 \cdot \left[\varepsilon_2 \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) + 1\right]}{\varepsilon_2 \cdot \left[\varepsilon_1 \cdot \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) + 1\right]} - \frac{P_{Fenom}}{P_{Cunom} \cdot \varepsilon_1}}}$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

$$M_{nom} = M_{\varepsilon 1} = \frac{16,475}{\sqrt{\left(1 + \frac{1}{3 \cdot 1}\right) \cdot \frac{1 \cdot \left[0,636 \cdot \left(\frac{1}{0,5} - 1\right) + 1\right]}{0,636 \cdot \left[1 \cdot \left(\frac{1}{0,5} - 1\right) + 1\right]} - \frac{1}{3 \cdot 1}}} =$$

$= 14,012 [Nm] \quad S1$

Rezultati sve tri različite metode ne razlikuju se međusobno značajno.

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Zadatak:

Za jedan kratkotrajan pogon potrebno je hitno obezbediti elektromotor, pošto je originalni pregoreo. Pogon zahteva 22 [kW] uz oko 1400 [min^{-1}] u trajanju od 25 [min]. Pogon se ponavlja svakih 6 sati.

Na raspolaganju su dva motora:

1 motor:

380 [V]; 15 [kW]; 1410 [min^{-1}]; $\cos\varphi = 0,8$; $P_{Cu}/P_{Fe} = 4,1$; $T_{tz} = 40$ [min],

2 motor:

380 [V]; 11 [kW]; 1430 [min^{-1}]; $\cos\varphi = 0,77$; $P_{Cu}/P_{Fe} = 1,6$; $T_{tz} = 45$ [min].

Proračunati uslove pogona ostvarenog sa oba motora i obrazložiti odluku o izboru motora.

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Rešenje:

Pošto su brzine obrtanja oba motora približno iste i zadovoljavajuće, eventualno bi oba mogla da se iskoriste za zamenu pregorelog motora, u slučaju da im je dozvoljena snaga u kratkotrajnom radu manja od zahtevane, pošto je vreme između isključenja i ponovnog uključenja dovoljno da se motor u potpunosti ohladi.

Dozvoljena snaga u kratkotrajnom radu izračunava se na osnovu snage u trajnom radu P_{nom} , vremenske konstante zagrevanja T_{tz} , vremena uključenja t_p i odnosa stalnih i promenljivih gubitaka P_{Cu}/P_{Fe} .

$$P_{krat} = P_{nom} \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cunom}} \cdot e^{-\frac{t_p}{T_{tz}}}}{1 - e^{-\frac{t_p}{T_{tz}}}}}$$

IZBOR MOTORA PREMA RADNIM REŽIMIMA

Za prvi motor ova snaga iznosi:

$$P_{krat1} = 15 \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{4,1} \cdot e^{-\frac{25}{40}}}{1 - e^{-\frac{25}{40}}}} = 15 \cdot 1,559 = 23,39[kW]$$

Za drugi motor ova snaga iznosi:

$$P_{krat2} = 11 \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{1,6} \cdot e^{-\frac{25}{45}}}{1 - e^{-\frac{25}{45}}}} = 11 \cdot 1,695 = 18,65[kW]$$

Prvi motor zadovoljava, dok drugi ne zadovoljava, pošto je njegova dozvoljena snaga u kratkotrajnom radu manja od zahtevane:

$$P_{krat1} = 23,39[kW] > P = 22[kW] > P_{krat2} = 18,65[kW]$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 12:

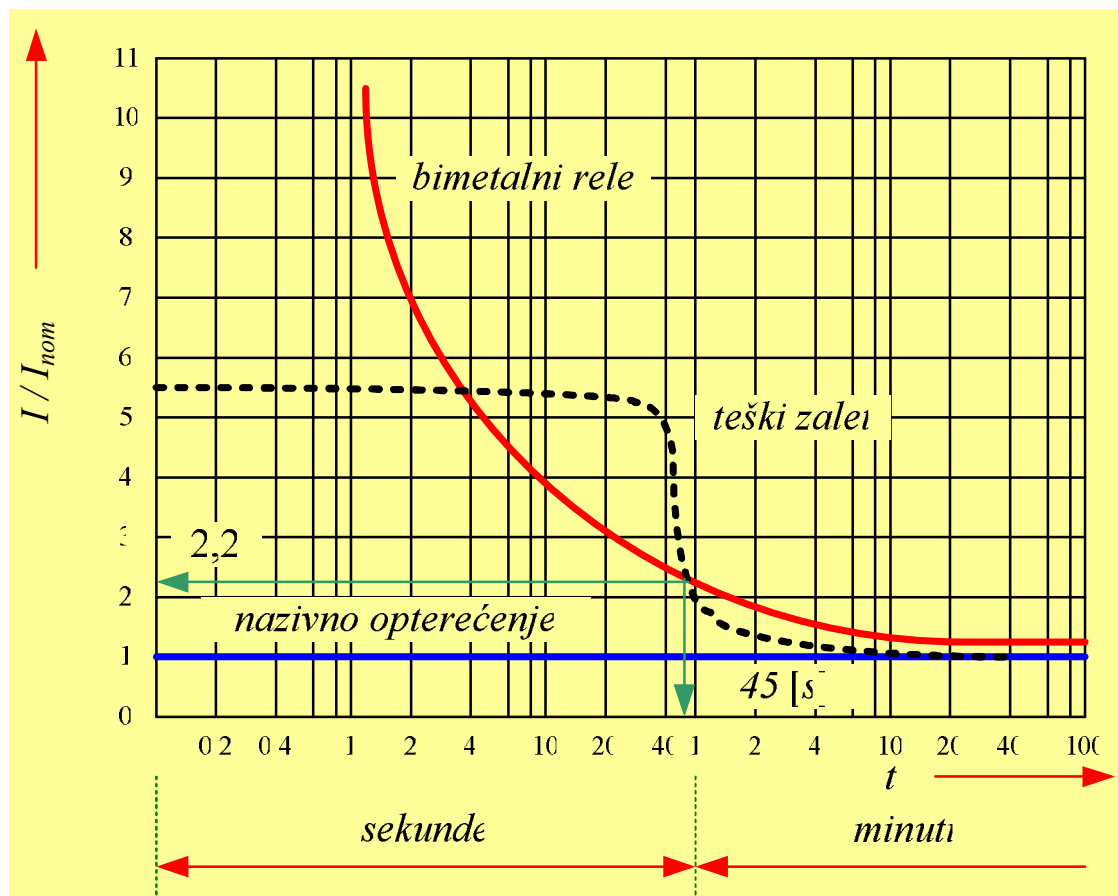
IZBOR ZAŠTITE MOTORA.

IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Zadatak:

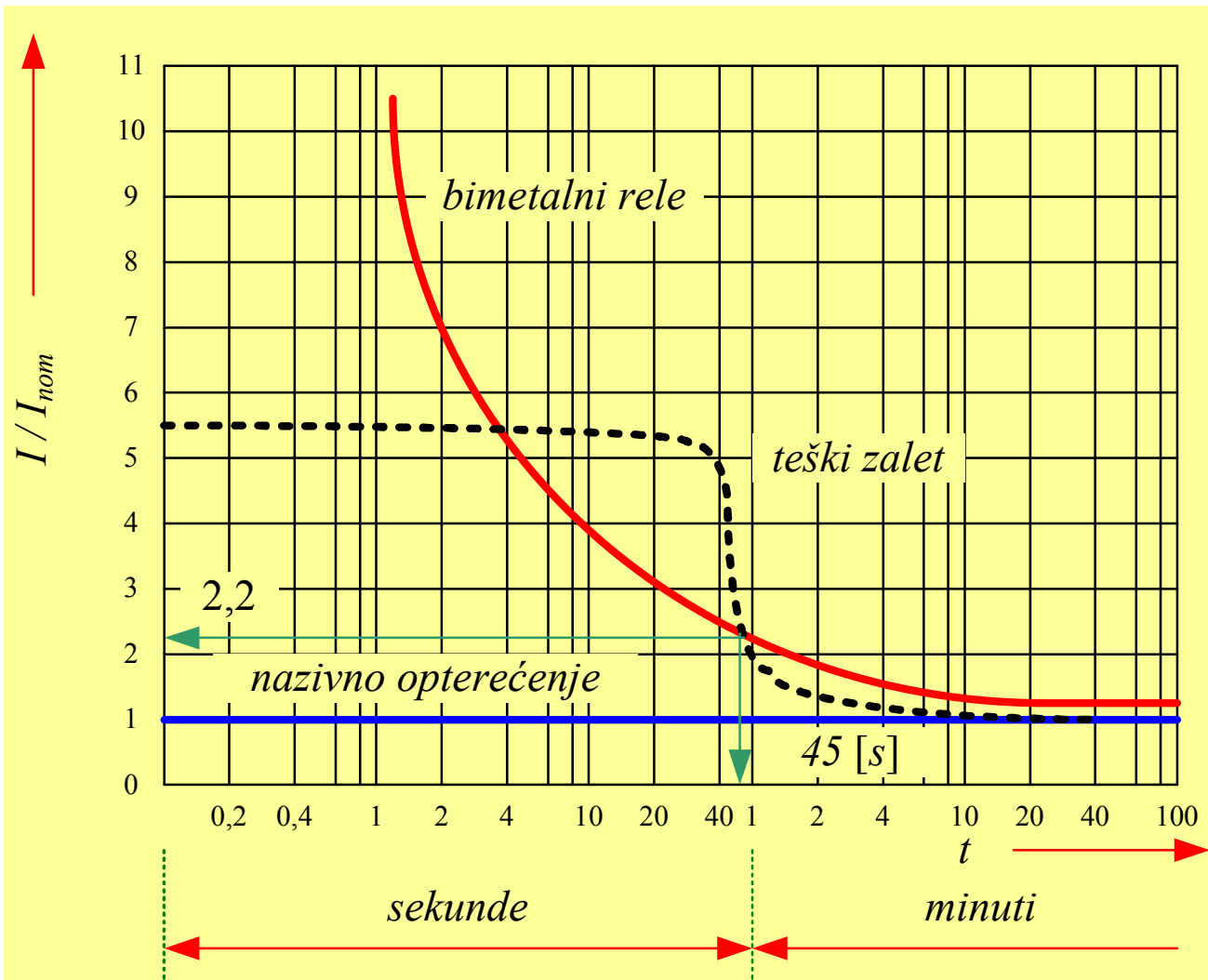
Teški elektromotorni pogon ima strujnu karakteristiku zaleta kao na dijagramu. Zaštita motora može se izvesti sa bimetalnim releom spojenim ili preko zasićenog ili nezasićenog strujnog transformatora. Ako bimetalni rele ima karakteristiku kao na dijagramu, ustanoviti:

- Kolika mora biti struja zasićenja zasićenog strujnog transformatora ako je bimetal spojen preko njega.
- Koliko mora minimalno trajati isključenje bimetalnog relea pri zaletu ako je strujni transformator nezasićen.



IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Rešenje:



Iz dijagrama se može oceniti da je:

- a) Struja zasićenja
 $I = 2,2 I_{nom}$
- b) Vreme isključenja
 $t \geq 45$ [s].

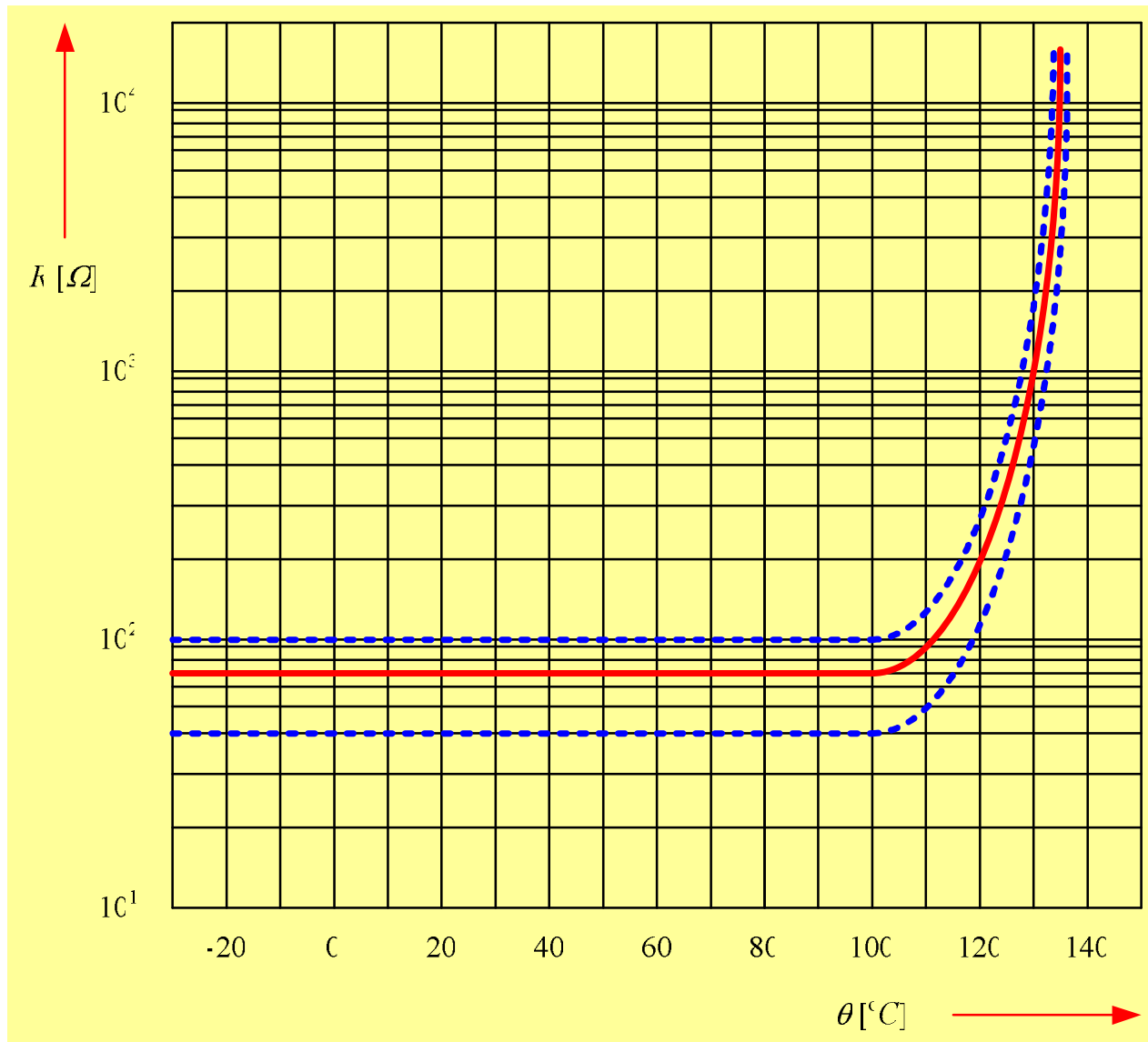
IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Zadatak:

Motor se štiti od pregrevavanja pomoću tri termistora, smeštenim na tri razne tačke u motoru i spojenim na red preko podstrujnog releja na pomoćni jednosmerni napon napajanja $U_{pom} = 48$ [V]. Od zaštite se očekuje da isključi kad se na bilo kom mestu pojavi temperatura veća od $\theta_{max} = 130$ [°C]. Namotaj podstrujnog relea ima otpornost $R_n = 40$ [Ω].

- a) Na koju struju treba približno podesiti isključenje relea ako sva tri termistora imaju tačnu karakteristiku uz pretpostavku da se namotaji zagrevavaju otprilike na 100 [°C], a samo na jednom mestu nastaje pregrevanje?*
- b) Pri kojoj temperaturi će isključiti rele ako sva tri termistora imaju karakteristiku na donjoj granici tolerancije, a dva od njih nisu više zagrejana od 100 [°C]?*
- c) Pri kojoj temperaturi će isključiti rele ako sva tri termistora imaju karakteristiku na gornjoj granici tolerancije, a dva od njih nisu više zagrejana od 100 [°C]?*

IZBOR ZAŠTITE MOTORA



IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Rešenje:

a) Ako sva tri termistora imaju tačnu karakteristiku uz pretpostavku da se namotaji zagrevavaju otprilike na $100 [^{\circ}\text{C}]$, a samo na jednom mestu nastaje pregrevanje, otpornosti pojedinih termistora su $R_{t1} = 70 [\Omega]$, $R_{t2} = 70 [\Omega]$ i $R_{t3} = 1000 [\Omega]$. Ukupna otpornost redne veze termistora i namotaja podstrujnog relea iznosi:

$$R_{\Sigma} = R_{t1} + R_{t2} + R_{t3} + R_n = 100 + 70 + 70 + 40 = 1180 [\Omega]$$

Prema tome struju podstrujnog relea, da bi reagovao ako ukupna otpornost premaši vrednost $1180 [\Omega]$, treba podesiti na:

$$I_p = \frac{U_p}{R_{\Sigma}} = \frac{48}{1180} = 0,04067 [A] \approx 40 [mA]$$

IZBOR ZAŠTITE MOTORA

b) Ako sva tri termistora imaju karakteristiku na donjoj granici tolerancije, a dva od njih nisu više zagrejana od 100 [°C], a samo na jednom mestu nastaje pregrevanje, to pregrevanje nalazi se iz uslova prorade da je ukupna otpornost veća od 1180 [Ω]. Pošto su $R_{t1} = 40$ [Ω] i $R_{t2} = 40$ [Ω], otpornost trećeg termistora pri kom prorađuje zaštita iznosi:

$$R_{t3} = R_{\Sigma} - (R_{t1} + R_{t2} + R_n) = 1180 - (40 + 40 + 40) = 160 [\Omega]$$

Iz dijagrama iščitava se temperatura reagovanja zaštite $\theta_{max} = 134$ [°C].

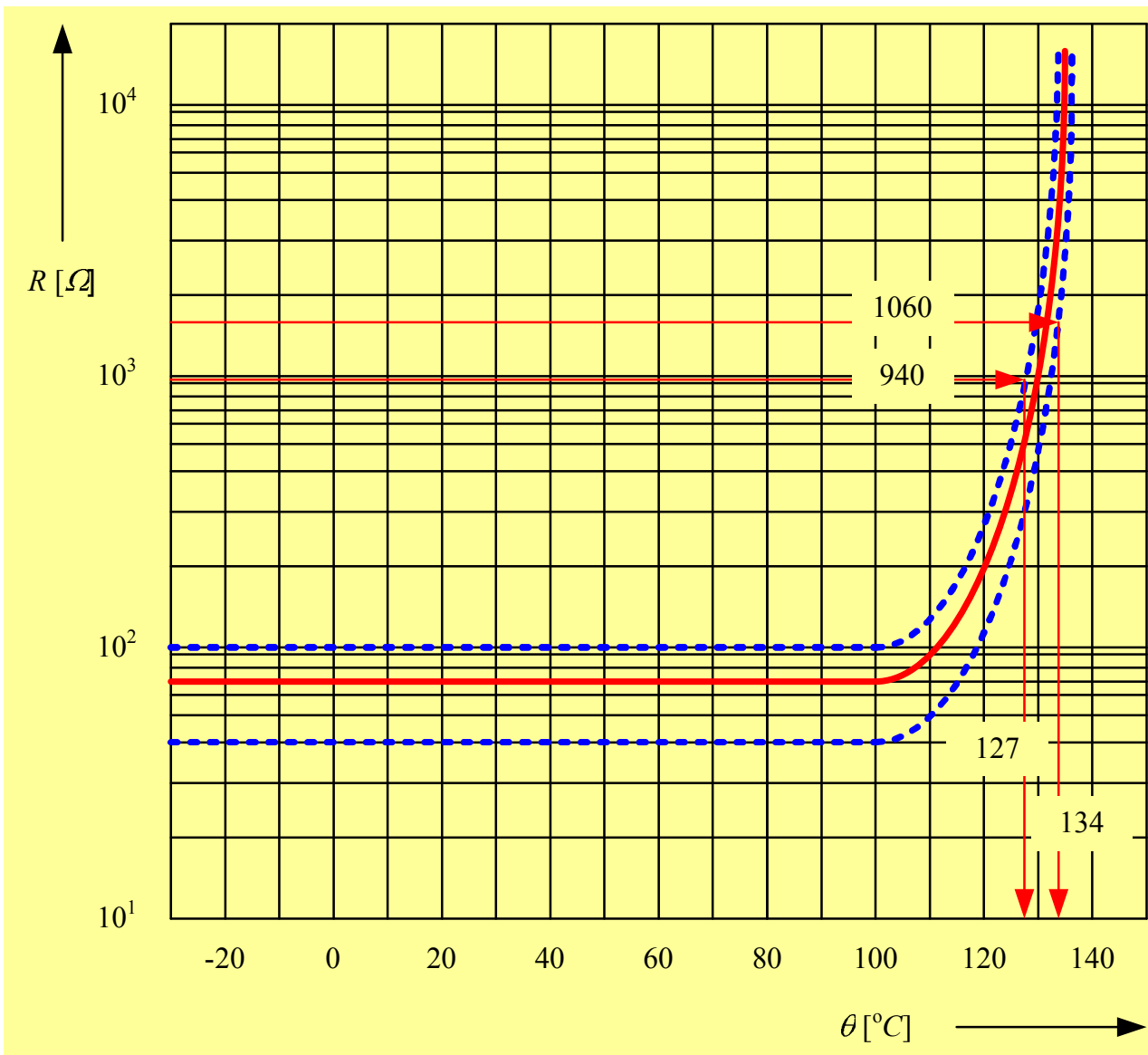
c) Slično kao pod b) nalazi se, $R_{t1} = 100$ [Ω] i $R_{t2} = 100$ [Ω], pa otpornost trećeg termistora pri kom prorađuje zaštita iznosi:

$$R_{t3} = R_{\Sigma} - (R_{t1} + R_{t2} + R_n) = 1180 - (100 + 100 + 40) = 940 [\Omega]$$



A temperatura reagovanja zaštite $\theta_{max} = 127$ [°C].

IZBOR ZAŠTITE MOTORA



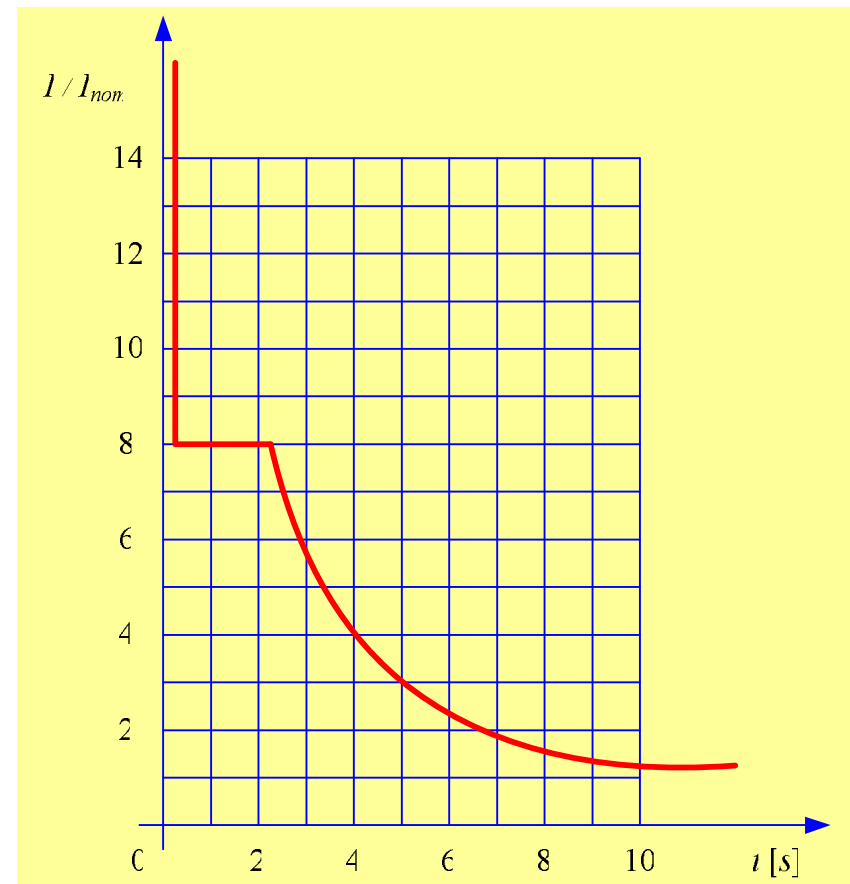
IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Zadatak:

Trofazni asinhroni kliznokolutni motor nominalne snage $P_{nom} = 11$ [kW]; priključnog statorskog napona $U_{nom} = 380$ [V]; nominalne struje $I_{nom} = 25$ [A]; nominalne brzine obrtanja $n_{nom} = 975$ [min⁻¹]; sa sopstvenim momentom inercije $J_M = 0,25$ [kgm²] pokreće radni mehanizam koji ne pruža otpor tokom pokretanja sa momentom inercije svedenim na osovину motora $J_T = 2,35$ [kgm²].

Kritični moment motora iznosi $M_{kr} = 3,2 M_{nom}$, a srednja struja tokom pokretanja je $I_{pol} = 5 I_{nom}$.

Može li taj motor zaštititi prekostrujni rele od 25 [A] kome karakteristika odgovara onoj na slici.



IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Rešenje:

Iz odnosa prevalnog i polaznog momenta 3,2, primenom Klosovog obrasca dobija se relacija za izračunavanje kritičnog klizanja:

$$M_p = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}} \Rightarrow \frac{M_{kr}}{M_p} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} \right) \Rightarrow \frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} = 2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_p} \Rightarrow$$

$$s_{kr}^2 - 2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_p} \cdot s_{kr} + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$s_{kr} = \frac{M_{kr}}{M_p} \pm \sqrt{\left(\frac{M_{kr}}{M_p} \right)^2 - 1} = 3,2 \pm \sqrt{3,2^2 - 1} = 3,2 \pm \sqrt{10,24 - 1} =$$
$$= 3,2 \pm \sqrt{9,24} = \begin{cases} 0,1603 \\ 6,2397 \end{cases}$$

IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Rešenje od $s_{kr} = 6,2397$ je neprihvatljivo, tako da je:

$$s_{kr} = 0,1603$$

Pre nego što se izračuna vreme pokretanja, moraju se odrediti potrebne vrednosti za njegovo izračunavanje: vrednost nominalnog i kritičnog momenta, sinhrona mehaničke ugaone brzine, ukupnog momenta inercije svedenog na osovину motora i klizanja u nominalnoj radnoj tački:

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\omega_{nom}} = \frac{30 \cdot P_{nom}}{\pi \cdot n_{nom}} = \frac{30 \cdot 11000}{\pi \cdot 920} = 114,176 [Nm]$$

$$M_{kr} = 3,2 \cdot M_{nom} = 3,2 \cdot 114,176 = 365,363 [Nm]$$

$$\omega_1 = \frac{\omega_s}{p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p} = \frac{2 \cdot 50 \cdot \pi}{3} = 104,720 [rad / s]$$

$$J_{\Sigma} = J_M + J_T = 0,25 + 2,35 = 2,6 [kgm^2]$$

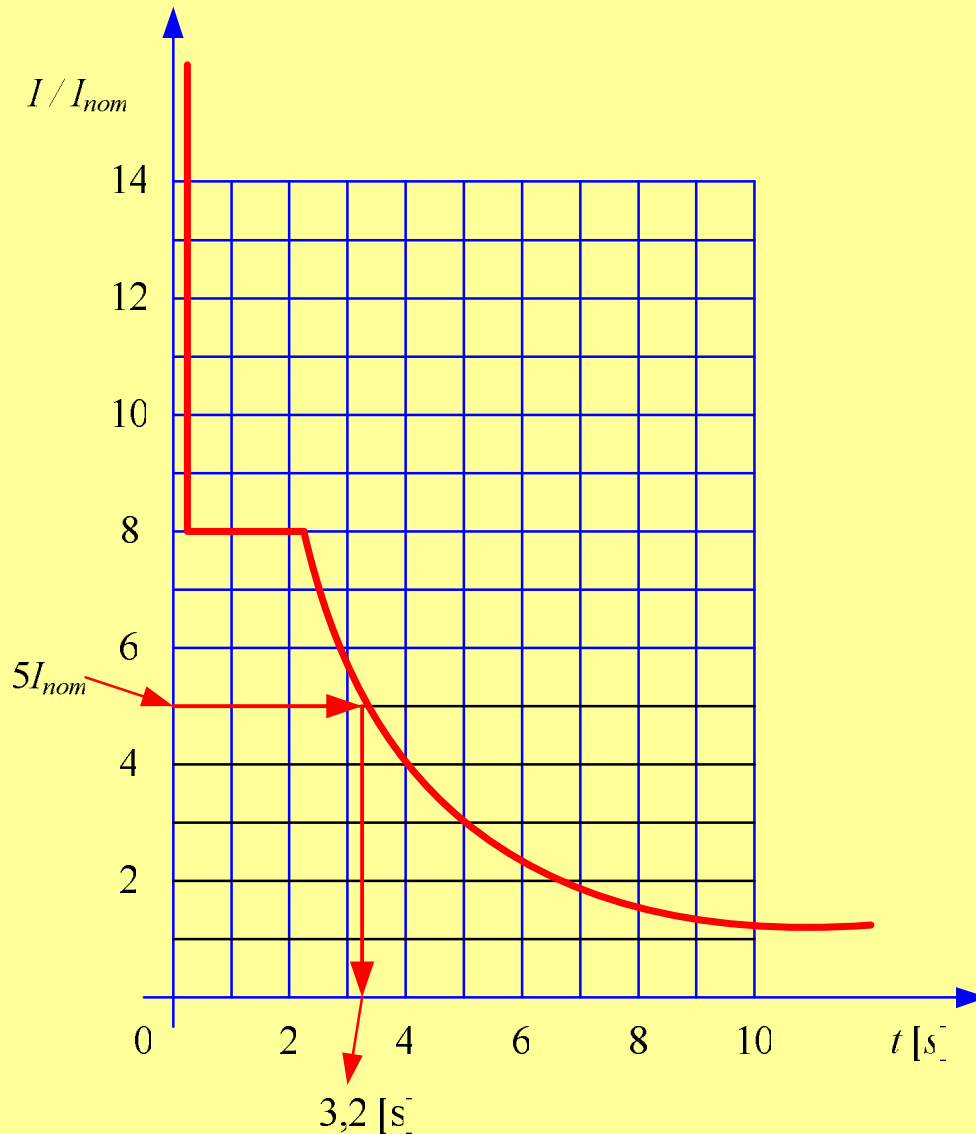
IZBOR ZAŠTITE MOTORA

$$s_{nom} = \frac{n_1 - n_{nom}}{n_1} = \frac{1000 - 920}{1000} = \frac{80}{1000} = 0,08[]$$

Vreme pokretanja od jediničnog klizanja do nominalnog klizanja, nalazi se iz relacije:

$$\begin{aligned} t_z &= \frac{J_\Sigma \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \left[\left(\frac{1 - s_{nom}^2}{2 \cdot s_{kr}} \right) - s_{kr} \cdot \ln s_{nom} \right] = \\ &= \frac{2,6 \cdot 104,720}{365,363} \cdot \left(\frac{1 - 0,08^2}{2 \cdot 0,1603} - 0,1603 \cdot \ln 0,08 \right) = \\ &= 0,3726 \cdot (3,0992 + 0,4049) = 1,3056[s] \end{aligned}$$

IZBOR ZAŠTITE MOTORA



Sa dijagrama se vidi da zaštitni prekostrujni rele neće proraditi uz struju $5 I_{nom}$ pre otprilike 3,2 [s], što je veće od vrednosti vremena pokretanja, što znači da se rele može upotrebiti.

IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Zadatak:

Trofazni kavezni asinhroni motor sa rotorom u kratkom spoju, sa podacima $U_{nom} = 380$ [V], $f_{nom} = 50$ [Hz], $P_{nom} = 160$ [kW], $I_{nom} = 297$ [A], $n_{nom} = 1470$ [min⁻¹], $\cos\varphi = 0,9$ []. $\eta = 0,91$ [], $P_{Cunom} / P_{Fenom} = 3$ []. U trajnom nominalnom pogonu motor se zagreva za $\Delta\theta = 68$ [°C] pri nominalnoj gustini struje $J_{Cu} = 4,8$ [A/mm²]. Izolacija je klase B. Za pogon koji goni motor važno je da ne stane, tako da je pri dimenzionisanju zaštite krenuto od principa da se pri pokretanju maksimalno reskira motor, odnosno odlučeno je da namotaj statora ne sme u najgorem slučaju premašiti kratkotrajnu temperaturu od $\theta_{max} = 300$ [°C]. Trajno opterećenje iznosi $P_T = 139$ [kW], a struja kratkog spoja je $I_{kr} = 5 I_{nom}$. Odrediti vreme posle kojeg treba isključiti vremenski rele, koji kratko spaja bimetalnu zaštitu pri kratkom spoju, uz pretpostavku da je temperaturno stanje u početku kratkog spoja uzrokovano trajnim opterećenjem, ako su specifični toplotni kapacitet bakra $c_{Cu} = 0,39$ [kJ/kg°C], specifični otpor bakra $\rho_{Cu} = 0,0175$ [mm²/kmΩ] i specifična masa bakra $\gamma_{Cu} = 8,9$ [kg/dm³].

IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Može se smatrati da se otpor bakarnog namotaja menja sa temperaturom, po relaciji:

$$R_s(\theta) = R_{s20} \cdot \frac{235 + \theta}{235 + 20}$$

gde su: R_{s20} otpor na temperaturi 20 [°C] a $R_s(\theta)$ otpor na temperaturi θ .

IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Rešenje:

Nominalni gubici motora iznose:

$$P_{gnom} = P_{nom} \cdot \left(\frac{1-\eta}{\eta} \right) = 160 \cdot \left(\frac{1-0,91}{0,91} \right) = 15,83[kW]$$

Nominalni gubici se dele na konstantne gubitke u gvožđu i zavisne gubitke u bakru:

$$P_{gnom} = P_{Fenom} + P_{Cunom} = P_{Fenom} + P_{Fenom} \cdot \frac{P_{Cunom}}{P_{Fenom}} \Rightarrow$$

$$P_{Fenom} = \frac{P_{gnom}}{1 + \frac{P_{Cunom}}{P_{Fenom}}} = \frac{15,83}{1+3} = 3,96[kW]$$

$$P_{Cunom} = P_{gnom} - P_{Fenom} = 15,83 - 3,96 = 11,87[kW]$$

IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Gubici u bakru pri trajnom opterećenju motora su prema tome:

$$P_{Cu} = P_{Cu_{nom}} \cdot \left(\frac{P_T}{P_{nom}} \right)^2 = 11,87 \cdot \left(\frac{139}{160} \right)^2 = 8,96 [kW]$$

Ukupni gubici pri trajnom opterećenju su zbir konstantnih i zavisnih:

$$P_{gm} = P_{Fenom} + P_{Cu} = 3,96 + 8,96 = 12,92 [kW]$$

Zagrejavanje je proporcionalno trajnim gubicima odnosno:

$$\Delta\theta_T = \Delta\theta_{nom} \cdot \frac{P_{gm}}{P_{gnom}} = 68 \cdot \frac{12,92}{15,83} = 55,50 [^{\circ}C]$$

Temperatura motora pri trajnom opterećenju je prema tome:

$$\theta_T = \theta_{amb} + \Delta\theta_T = 40 + 55,50 = 95,50 [^{\circ}C]$$

IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Ova temperatura je početna temperatura na početku kratkog spoja. U kratkom spoju zbog njegovog relativno kratkog trajanja može se računati samo sa zagrevanjem bakra bez odvođenja toplote, te za namotaj jedne faze važi:

$$dW_{\theta} = p_s \cdot dt = I^2 \cdot R_s(\theta) \cdot dt = m_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot d\theta \Rightarrow$$
$$dt = \frac{m_{Cu} \cdot c_{Cu}}{I^2} \cdot \frac{d\theta}{R_s(\theta)} \Rightarrow$$

$$t = \int_{t_1}^{t_2} dt = \frac{m_{Cu} \cdot c_{Cu}}{I^2} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{R_s(\theta)}$$

Gde se promena otpornosti sa temperaturom može predstaviti sa:

$$R_s(\theta) = R_{s20} \cdot \frac{235 + \theta}{235 + 20}$$

IZBOR ZAŠTITE MOTORA

Gde je:

$$R_{s20} = \rho_{Cu} \cdot \frac{l_{Cu}}{S_{Cu}}$$

otpornost faznog statorskog namotaja na 20 [°C];

$$m_{Cu} = \gamma_{Cu} \cdot l_{Cu} \cdot S_{Cu}$$

masa statorskog namotaja;

$$J_{Cu} = \frac{I}{S_{Cu}}$$

gustina struje.

Iz toga sledi da traženo vreme kašnjenja, jednako vremenu porasta temperature sa 95,5 [°C] do 300 [°C], iznosi:

$$t = \frac{m_{Cu} \cdot c_{Cu}}{I^2} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{R_{s20} \cdot \frac{235 + \theta}{235 + 20}} = \frac{m_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot 255}{I^2 \cdot R_{s20}} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{235 + \theta} =$$

IZBOR ZAŠTITE MOTORA

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{m_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot 255}{I^2 \cdot R_{s20}} \cdot \ln(235 + \theta) \Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{m_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot 255}{I^2 \cdot R_{s20}} \ln \cdot \left(\frac{235 + \theta_2}{235 + \theta_1} \right) = \\
 &= \frac{\gamma_{Cu} \cdot l_{Cu} \cdot S_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot 255}{I^2 \cdot \rho_{Cu} \cdot \frac{l_{Cu}}{S_{Cu}}} \cdot \ln \left(\frac{235 + \theta_2}{235 + \theta_1} \right) = \\
 &= \frac{\gamma_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot 255}{\left(\frac{I}{S_{Cu}} \right)^2 \cdot \rho_{Cu}} \cdot \ln \left(\frac{235 + \theta_2}{235 + \theta_1} \right) = \frac{\gamma_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot 255}{J_{Cu}^2 \cdot \rho_{Cu}} \ln \left(\frac{235 + \theta_2}{235 + \theta_1} \right) = \\
 &= \frac{8,9[kg/dm^3] \cdot 0,39[kWs/kg^{\circ}C] \cdot 255}{(5 \cdot 4,8[A/mm^2])^2 \cdot 0,0175[mm^2/m\Omega]} \cdot \ln \left(\frac{235 + 300}{235 + 95,5} \right) = 42,3[s]
 \end{aligned}$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 13:

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA.

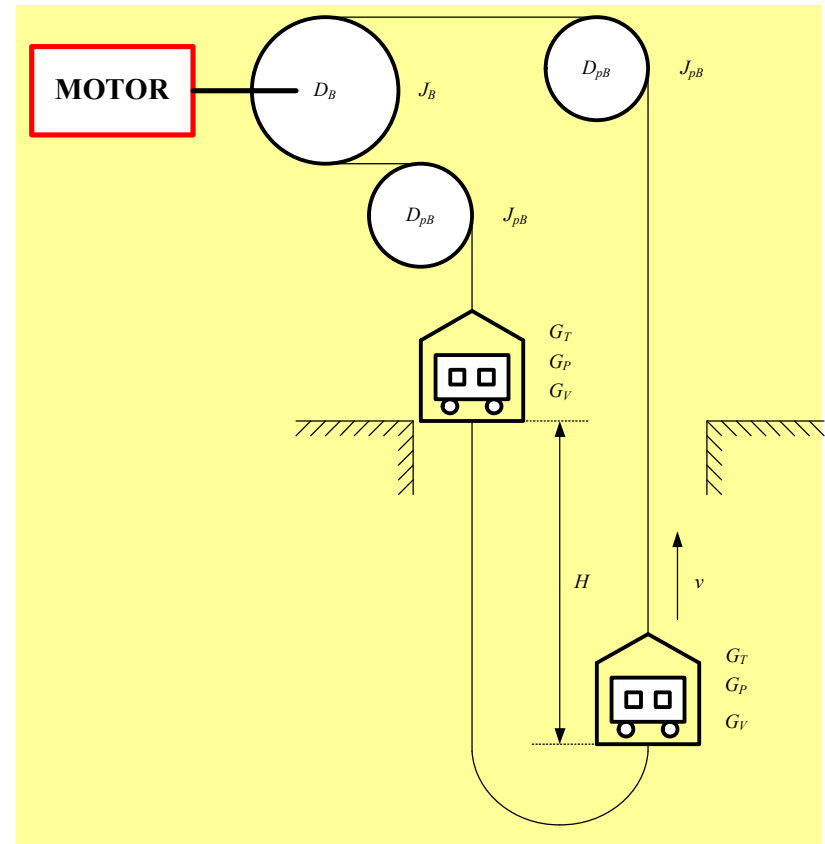
SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Zadatak:

Odrediti snagu motora za pogon rudničke dizalice sa slike, ako su poznati navedeni podaci.

**Težina tereta $G_T = 70,56$ [kN];
težina platforme $G_P = 47,75$ [kN];
težina vagona $G_V = 29,4$ [kN];
težina užeta po metru $g_U = 106$ [N/m]. Moment inercije rotora pogonskog motora je $J_M = 14883$ [kgm²]. Moment inercije glavnog bubnja $J_B = 69571$ [kgm²]. Prečnik glavnog bubnja $D_B = 6,44$ [m].**

Moment inercije pomoćnog bubnja $J_{pB} = 14882$ [kgm²]. Prečnik pomoćnog bubnja: $D_{pB} = 5$ [m]. Ubrzanje pri zaletu $a_z = 0,89$ [m/s²]. Usporenje pri kočenju $a_k = 1$ [m/s²]. Brzina dizanja $v = 16$ [m/s]. Trajanje ciklusa $t_c = 89,2$ [s]. Visina dizanja $H = 915$ [m].



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Rešenje:

Pošto su vagoni i platforma u ravnoteži, u stacionarnom stanju motor diže samo teret odnosno razvija moment:

$$M_T = G_T \cdot \frac{D_B}{2} = 70,56 \cdot \frac{6,44}{2} = 227,8[kN]$$

Pređeni put u toku ubrzanja odnosno kočenja, nalazi se iz relacija:

$$v = a_z \cdot t_z \Rightarrow t_z = \frac{v}{a_z} = \frac{16}{0,89} = 18[s] \Rightarrow$$

$$h_z = \frac{a_z \cdot t_z^2}{2} = \frac{0,89 \cdot 18^2}{2} = 144,3[m]$$

$$v = a_k \cdot t_k \Rightarrow t_k = \frac{v}{a_k} = \frac{16}{1} = 16[s] \Rightarrow$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$h_k = \frac{a_k \cdot t_k^2}{2} = \frac{1 \cdot 16^2}{2} = 128[m]$$

Pređeni put i vreme uz konstantnu brzinu $v = konst.$ iznosi:

$$h = H - (h_z + h_k) = 915 - (144,3 + 128) = 642,7[m]$$

$$t = \frac{h}{v} = \frac{642,7}{16} = 40,2[s]$$

Vreme pauze je prema tome:

$$t_m = t_c - (t_z + t + t_k) = 89,2 - (18 + 40,2 + 16) = 15[s]$$

Svedeni moment pomoćnog bubnja na osovinu bubnja nalazi se iz relacije:

$$\frac{J_{pB}' \cdot \omega_B^2}{2} = \frac{J_{pB} \cdot \omega_{pB}^2}{2} \Rightarrow J_{pB}' = J_{pB} \cdot \left(\frac{\omega_{pB}}{\omega_B} \right)^2$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$v = \frac{D_{pB}}{2} \cdot \omega_{pB} = \frac{D_B}{2} \cdot \omega_B \Rightarrow \frac{\omega_{pB}}{\omega_B} = \frac{D_B}{D_{pB}} \Rightarrow$$

$$J_{pB}' = J_{pB} \cdot \left(\frac{D_B}{D_{pB}} \right)^2 = 14882 \cdot \left(\frac{6,44}{5} \right)^2 = 24688,4 [kgm^2]$$

Radi određivanja ekvivalentnog momenta inercije elemenata koji se kreću translatorno, prvo se moraju odrediti njihove mase. Procenjena težina užeta iznosi, na osnovu procenjene dužine užeta ($\Delta l = 90 [m]$) je:

$$L_U = 2 \cdot H + \Delta l = 2 \cdot 915 + 90 = 1920 [m]$$

$$G_U = g_U \cdot L_U = 106 \cdot 1920 = 203,52 [kN]$$

Masa užeta, masa platforme, masa vagona i masa tereta iznose:

$$m_U = \frac{G_U}{g} = \frac{203,52 \cdot 10^3}{9,81} = 20746,17 [kg]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$m_P = \frac{G_P}{g} = \frac{4745 \cdot 10^3}{9,81} = 4867,48[kg]$$

$$m_V = \frac{G_V}{g} = \frac{29,4 \cdot 10^3}{9,81} = 2996,94[kg]$$

$$m_T = \frac{G_T}{g} = \frac{70,56 \cdot 10^3}{9,81} = 7192,66[kg]$$

Ukupna masa elemenata koji se translatorno kreću iznosi:

$$\begin{aligned} m_{\Sigma} &= m_U + 2 \cdot m_P + 2 \cdot m_V + m_T = \\ &= 20746,17 + 2 \cdot 4867,48 + 2 \cdot 2996,94 + 7192,66 = 43667,67[kg] \end{aligned}$$

Svedeni moment elemenata koji se translatorno kreću iznosi:

$$\frac{J_E' \cdot \omega_B^2}{2} = \frac{m_{\Sigma} \cdot v^2}{2} \Rightarrow J_E' = m_{\Sigma} \cdot \left(\frac{v}{\omega_B} \right)^2 = m_{\Sigma} \cdot R_B^2 = m_{\Sigma} \cdot \left(\frac{D_B}{2} \right)^2$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$J_E' = 43667,67 \cdot \left(\frac{6,44}{2} \right)^2 = 452559 [kgm^2]$$

$$\omega_B = \frac{v}{R_B} = \frac{2 \cdot v}{D_B} = \frac{2 \cdot 16}{6,44} = 4,968 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Ukupan moment inercije je zbir pojedinačnih momenata inercije:

$$\begin{aligned} J_{\Sigma} &= J_M + J_B + 2 \cdot J_{pB}' + J_E' = 14883 + 69571 + 2 \cdot 24688,4 + 452559 = \\ &= 586389,8 [kgm^2] \end{aligned}$$

Iz toga slede vrednosti momenata ubrzanja i kočenja:

$$M_{dz} = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_{\Sigma} \cdot \frac{\omega_B}{t_z} = 586389,8 \cdot \frac{4,968}{18} = 161843,6 [Nm]$$

$$M_{dk} = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = -J_{\Sigma} \cdot \frac{\omega_B}{t_k} = 586389,9 \cdot \frac{4,968}{16} = -182074 [Nm]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Na osnovu ovih vrednosti izračunavaju se potrebni momenti koje motor treba da razvija tokom ubrzanja, u stacionarnom stanju, tokom kočenja i mirovanja:

$$M_{mz} = M_T + M_{dz} = 277000 + 161843,6 = 438843,6[Nm] = 438,843[kNm] \quad t_z = 18[s]$$

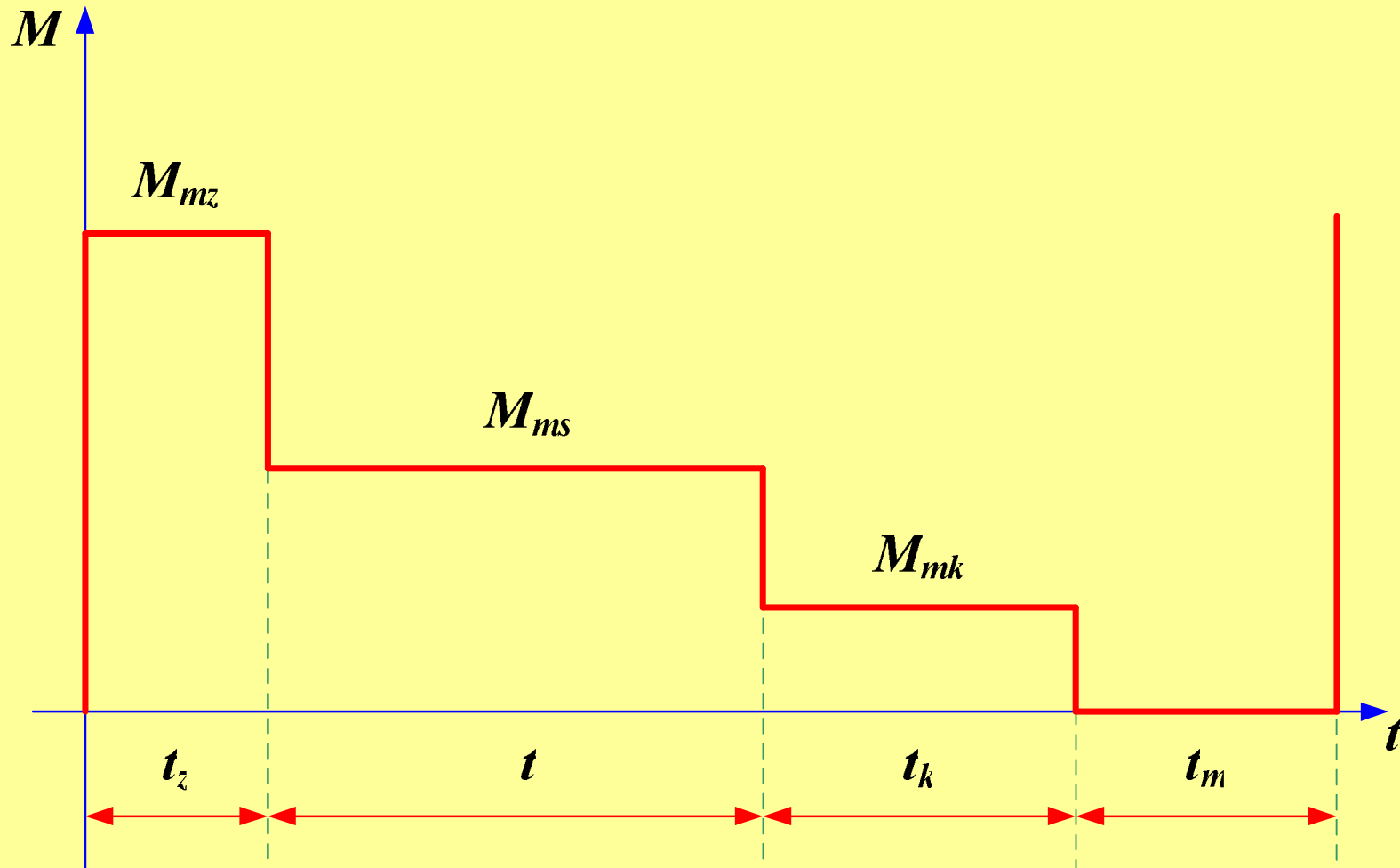
$$M_{ms} = M_T = 277[kNm] \quad t = 40,2[s]$$

$$M_{mk} = M_T + M_{dk} = 277000 + 182074 = 94926[Nm] = 94,926[kNm] \quad t_k = 14[s]$$

$$M_{mm} = 0[kNm] \quad t_m = 15[s]$$

Na osnovu prethodno izračunatih vrednosti, crta se dijagram promene momenta motora u funkciji vremena, na osnovu kog se nalazi ekvivalentni moment motora.

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Pod pretpostavkom da motor ima sopstveno hlađenje i da se dva puta lošije hladi tokom mirovanja nego tokom obrtanja nazivnom brzinom, nalaze se koeficijenti redukcije:

$$\beta = \frac{1}{2} \quad \alpha = \frac{1 + \beta}{2} = \frac{1 + 0,5}{2} = \frac{3}{4}$$

Ukupni ekvivalentni moment motora za ciklus iznosi:

$$\begin{aligned} M_{meff} &= \sqrt{\frac{M_{mz}^2 \cdot t_z + M_{ms}^2 \cdot t + M_{mk}^2 \cdot t_k}{\alpha \cdot (t_z + t_k) + t + \beta \cdot t_m}} = \\ &= \sqrt{\frac{438,44^2 \cdot 18 + 277^2 \cdot 40,2 + 94,96^2 \cdot 16}{\frac{3}{4} \cdot (18 + 16) + 40,2 + \frac{1}{2} \cdot 15}} = \\ &= \sqrt{\frac{6695234,046}{71,5}} = 306 [kNm] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Vrednost potrebne snage motora je:

$$P_m = M_m \cdot \omega_B = 306 \cdot 10^3 \cdot 4,9682 = 1520,2 \cdot 10^3 [W] \approx 1520 [kW]$$

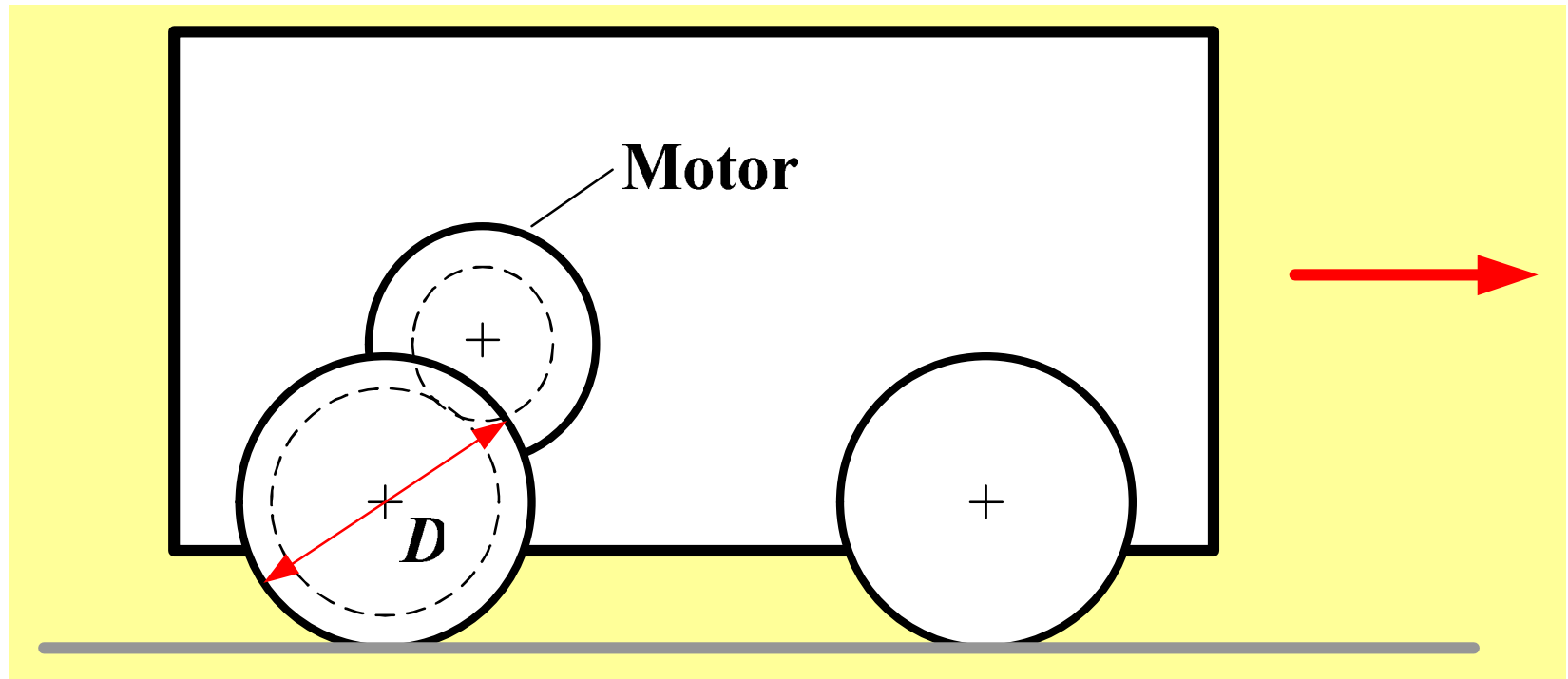
SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Zadatak:

Masa kolica i tereta pogona na slici iznosi $m = 5500$ [kg]. Prečnik točka iznosi $D = 0,34$ [m], a između njega i motora radi redukcije brzine smešten je reduktor prenosnog odnosa $i = 16$ i koeficijenta korisnog dejstva $\eta_{Red} = 0,75$. Koeficijent kotrljanja iznosi $\mu_F = 0,02$. Kolica tokom ciklusa prelaze put od $s_c = 42,6$ [m], razvijajući maksimalnu brzinu $v_{max} = 2,66$ [m/s], sa maksimalnim ubrzanjem i usporenjem $a = 0,44$ [m/s²].

- a) Odrediti nazivnu brzinu obrtanja motora i snagu koju motor uzima iz mreže u stacionarnom stanju ako je koeficijent korisnog dejstva motora $\eta_{Mot} = 0,75$ i moment inercije motora $J_{Mot} = 0,017$ [kgm²].*
- b) Odrediti putni dijagram momenta motora u funkciji vremena za jedan ciklus rada, ako kolica između dva pokretanja stoje $t_0 = 10$ [s].*
- c) Ako motor ima prinudno hlađenje, izračunati njegovu potrebnu nazivnu snagu metodom ekvivalentnog momenta.*
- d) Odrediti cenu potrošene električne energije tokom jednog časa rada motora, ako je cena jednog kWh 3 [din].*

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Rešenje:

a) U stacionarnom stanju brzina obrtanja motora kod maksimalne brzine kolica iznosi:

$$n_{Motnom} = i \cdot n_t = i \cdot \frac{v_{\max} \cdot 60}{\pi \cdot D} = 16 \cdot \frac{2,66 \cdot 60}{0,34 \cdot \pi} = 2391 [\text{min}^{-1}]$$

Sila otpora kotrljanja je:

$$F_t = m \cdot g \cdot \mu_F = 5500 \cdot 9,81 \cdot 0,02 = 1079,1 [N]$$

Da bi savladao izračunatu silu otpora motor mora da razvije mehaničku snagu u iznosu:

$$P_{MotStac} = \frac{F_t \cdot v_{\max}}{\eta_{Red}} = \frac{1079,1 \cdot 2,66}{0,75} = 3830 [W] = 3,83 [kW]$$

Pri tome motor iz mreže uzima snagu:

$$P_{MrezeStac} = \frac{P_{MotStac}}{\eta_{Mot}} = \frac{3830}{0,75} = 5106 [W] = 5,106 [kW]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

b) Da bi se nacrtao momentni putni dijagram motora potrebno je odrediti momente i vremena njihovog trajanja posebno za svaki od režima rada, stacionarni, zalet i usporenje.

U stacionarnom stanju na pogonskom točku se razvija obrtni moment:

$$M_{tStac} = F_t \cdot \frac{D}{2} = 1079,1 \cdot \frac{0,34}{2} = 183,45 [Nm]$$

Pri tome motor na svojoj osovini razvija moment:

$$M_{MotStac} = \frac{M_{tStac}}{i \cdot \eta_{Red}} = \frac{183,45}{16 \cdot 0,75} = 15,29 [Nm]$$

Ugaono ubrzanje točka kod zaleta iznosi:

$$\alpha_{zal} = a \cdot \frac{2}{D} = \frac{183,45}{16 \cdot 0,75} = 0,44 \cdot \frac{2}{0,34} = 2,59 [s^{-2}]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Moment inercije kolica u odnosu na osovinu točka iznosi:

$$J_t = m \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 5500 \cdot \left(\frac{0,34}{2}\right)^2 = 158,95 [kgm^2]$$

Potreban moment ubrzanja za zalet kolica na osovini kolica, sa zadatim ubrzanjem je prema tome:

$$M_{tDin} = J_t \cdot \alpha_{zal} = 158,95 \cdot 2,59 = 411,4 [Nm]$$

Potreban moment ubrzanja rotora motora iznosi:

$$M_{MotDin} = J_{Mot} \cdot \alpha_{zalMot} = J_{Mot} \cdot i \cdot \alpha_{zal} = 0,017 \cdot 16 \cdot 2,59 = 0,704 [Nm]$$

Ukupan moment koji tokom ubrzanja odaje motor iznosi:

$$\begin{aligned} M_{zMotDin} &= M_{MotDin} + (M_{tDin} + M_{tStac}) \cdot \frac{1}{i \cdot \eta_R} = \\ &= 0,704 + (411,4 + 183,45) \cdot \frac{1}{16 \cdot 0,75} = 50,27 [Nm] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Vrednosti ubrzanja i usporenja su iste, pa su i potrebni moment usporenja po veličini isti kao moment ubrzanja a različit po znaku. Pa iz toga sledi da ukupni moment koji prima motor tokom usporenja iznosi:

$$\begin{aligned} M_{uMotDin} &= -M_{MotDin} + (-M_{tDin} + M_{tStac}) \cdot \frac{\eta_{Red}}{i} = \\ &= -0,704 + (-411,4 + 183,45) \cdot \frac{0,75}{16} = -11,39 [Nm] \end{aligned}$$

Pošto su vrednosti ubrzanja i usporenja iste i vremena njihovih trajanja su ista i iznose:

$$t_{zal} = t_{usp} = \frac{v_{max}}{a} = \frac{2,66}{0,44} = 6 [s]$$

Tokom trajanja ubrzanja i usporenja kolica ukupno pređu put:

$$s_{z+u} = \frac{v_{max}}{2} \cdot (t_{zal} + t_{usp}) = v_{max} \cdot t_{zal}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Pošto se ostali deo puta kolica kreću stacionarnom brzinom, trajanje stacionarnog režima nalazi se iz relacije:

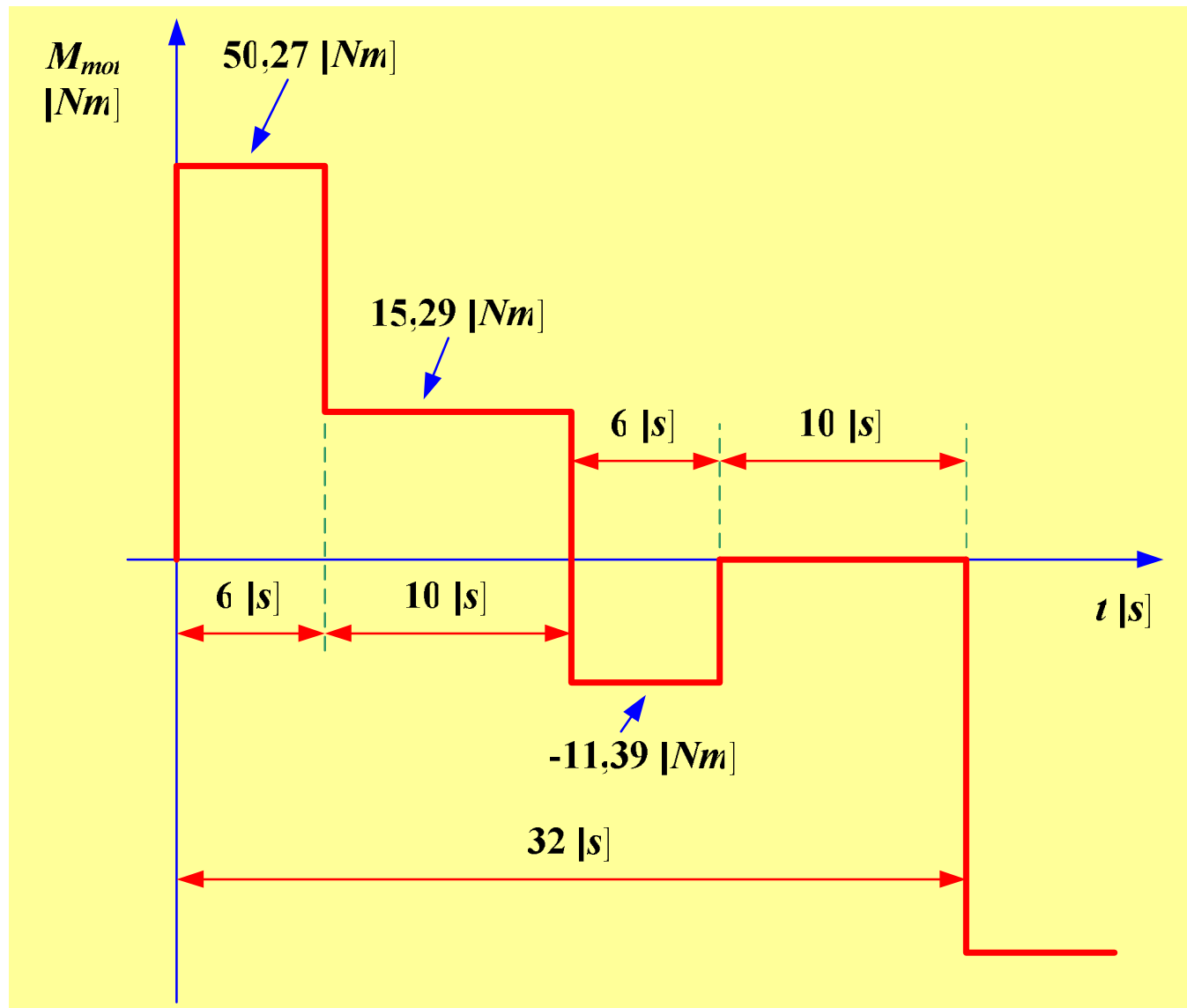
$$t_{Stac} = \frac{s_c - s_{z+u}}{v_{max}} = \frac{s_c}{v_{max}} - t_{zal} = \frac{42,6}{2,66} - 6 = 10[s]$$

Pošto kolica između dva pokretanja stoje zadato vreme, ukupno trajanje ciklusa iznosi:

$$t_c = t_{zal} + t_{Stac} + t_{usp} + t_0 = 6 + 10 + 6 + 10 = 32[s]$$

Na osnovu izračunatih vrednosti momenata i trajanja za zalet, stacionarno stanje i usporenje crta se putni dijagram momentnog opterećenja:

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

c) Iz dijagrama momentnog opterećenja nalazi se ekvivalentni moment opterećenja:

$$M_{effMot} = \sqrt{\frac{M_{zMotDin}^2 \cdot t_z + M_{MotStac}^2 \cdot t_{Stac} + M_{uMotDin}^2 \cdot t_u}{t_{zal} + t_{Stac} + t_{usp} + t_0}} =$$
$$= \sqrt{\frac{50,27^2 \cdot 6 + 15,29^2 \cdot 10 + 11,39^2 \cdot 6}{6 + 10 + 6 + 10}} = \sqrt{\frac{18278,671}{32}} = 23,9[Nm]$$

Potrebna nazivna snaga motora iznosi:

$$P_{effMot} = M_{effMot} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = 23,9 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot 2391 = 5984[W] = 5,984[kW]$$

d) Tokom zaleta motor uzima iz mreže energiju u iznosu:

$$W_{zMreze} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{zMotmax}}{\eta_{Mot}} \cdot t_{zal} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M_{zMotDin}}{\eta_{Mot}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motnom}}{60} \cdot t_{zal} =$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$W_{zMreze} = \frac{50,27}{2 \cdot 0,75} \cdot \frac{\pi \cdot 2391}{30} \cdot 6 = 50347 [Ws] = 50,347 [kWs]$$

U stacionarnom stanju motor takođe uzima energiju iz mreže u iznosu:

$$W_{StacMreze} = P_{MrezeStac} \cdot t_{Stac} = 5106 \cdot 10 = 51060 [Ws] = 51,06 [kWs]$$

Tokom usporenja motor vraća energiju u mrežu u iznosu:

$$\begin{aligned} W_{uMreze} &= \frac{1}{2} \cdot P_{uMot \max} \cdot \eta_{Mot} \cdot t_{usp} = \frac{1}{2} \cdot M_{uMotDin} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motnom}}{60} \cdot \eta_{Mot} \cdot t_{zal} = \\ &= \frac{-11,39}{2} \cdot \frac{\pi \cdot 2391}{30} \cdot 0,75 \cdot 6 = -6416 [Ws] = -6,416 [kWs] \end{aligned}$$

Ukupna energija tokom jednog ciklusa vožnje jednaka je zbiru :

$$\begin{aligned} W_{cMreze} &= W_{zMreze} + W_{StacMreze} + W_{uMreze} = \\ &= 50,347 + 51,06 - 6,416 = 94,991 [kWs] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Tokom jednog časa rada motor iz mreže uzima ukupno:

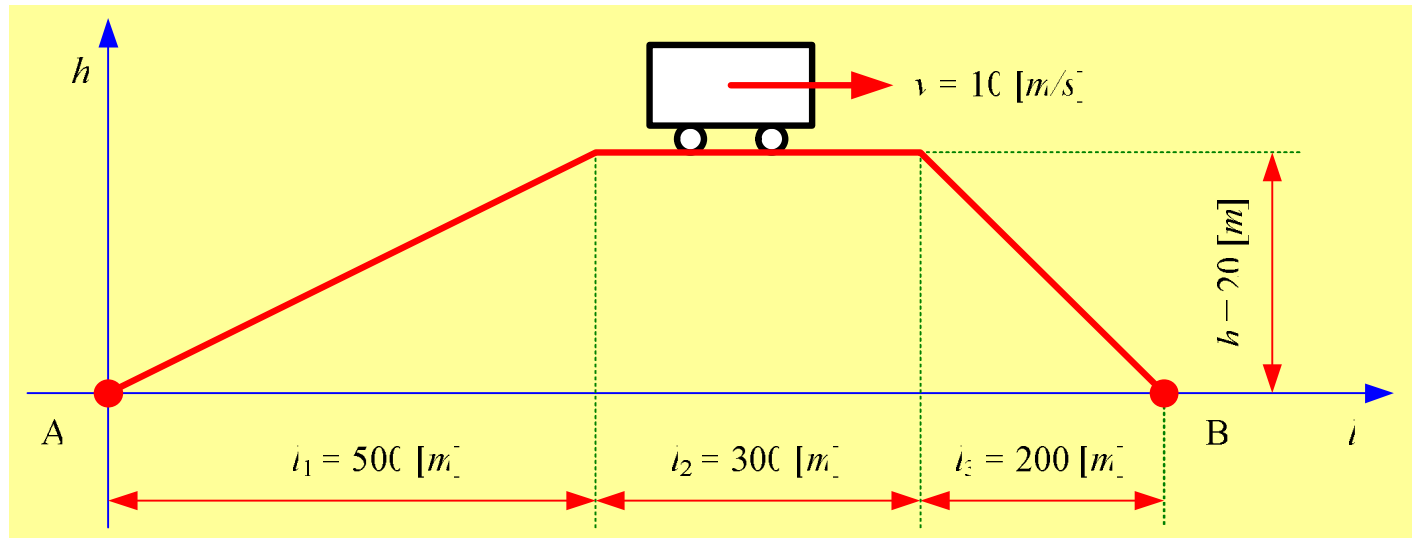
$$W_{1hMreze} = \frac{3600}{t_{zal} + t_{Stac} + t_{usp} + t_0} \cdot W_{cMreze} = \frac{3600}{32} \cdot \frac{94,991}{3600} = 2,968[kWh]$$

Prema tome, cena potrošene tokom jednog časa rada motora iznosi:

$$CENA_{1h} = W_{1hMreze} \cdot \frac{CENA}{h} = 2,968 \cdot 3 = 8,904[din]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Zadatak:



Vozilo mase $m_0 = 1500 \text{ [kg]}$ kreće se po trasi prema slici, prevozeći teret $m_t = 3000 \text{ [kg]}$ brzinom $v = 10 \text{ [m/s]}$. Vozilo se kreće iz tačke A i zaustavlja se u tački B. Pogonski motor pokreće točkove poluprečnika $r = 0,5 \text{ [m]}$ preko reduktora prenosnog odnosa $i_r = 10 \text{ []}$ i koeficijenta korisnog dejstva $\eta_r = 0,85 \text{ []}$, obezbeđujući maksimalnu vučnu silu $F_{vmax} = 7000 \text{ [N]}$ i maksimalnu kočionu silu $F_{kmax} = 4000 \text{ [N]}$. Koeficijent otpora kotrljanja $\mu_w = 0,08 \text{ []}$. Otpor trenja i vetra zanemariti. Odrediti veličinu efektivnog obrtnog momenta u toku ciklusa kretanja. Motor je sa prinudnom ventilacijom.

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Rešenje:

Prvo se moraju odrediti vučne sile u stacionarnom stanju za penjanje po prvoj kosini, kretanje po ravnom delu i spuštanje po drugoj kosini. Ukupna težina vozila sa teretom je:

$$F = (m_0 + m_t) \cdot g = (1500 + 3000) \cdot 9,81 = 44145[N]$$

Ugao nagiba prve kosine je:

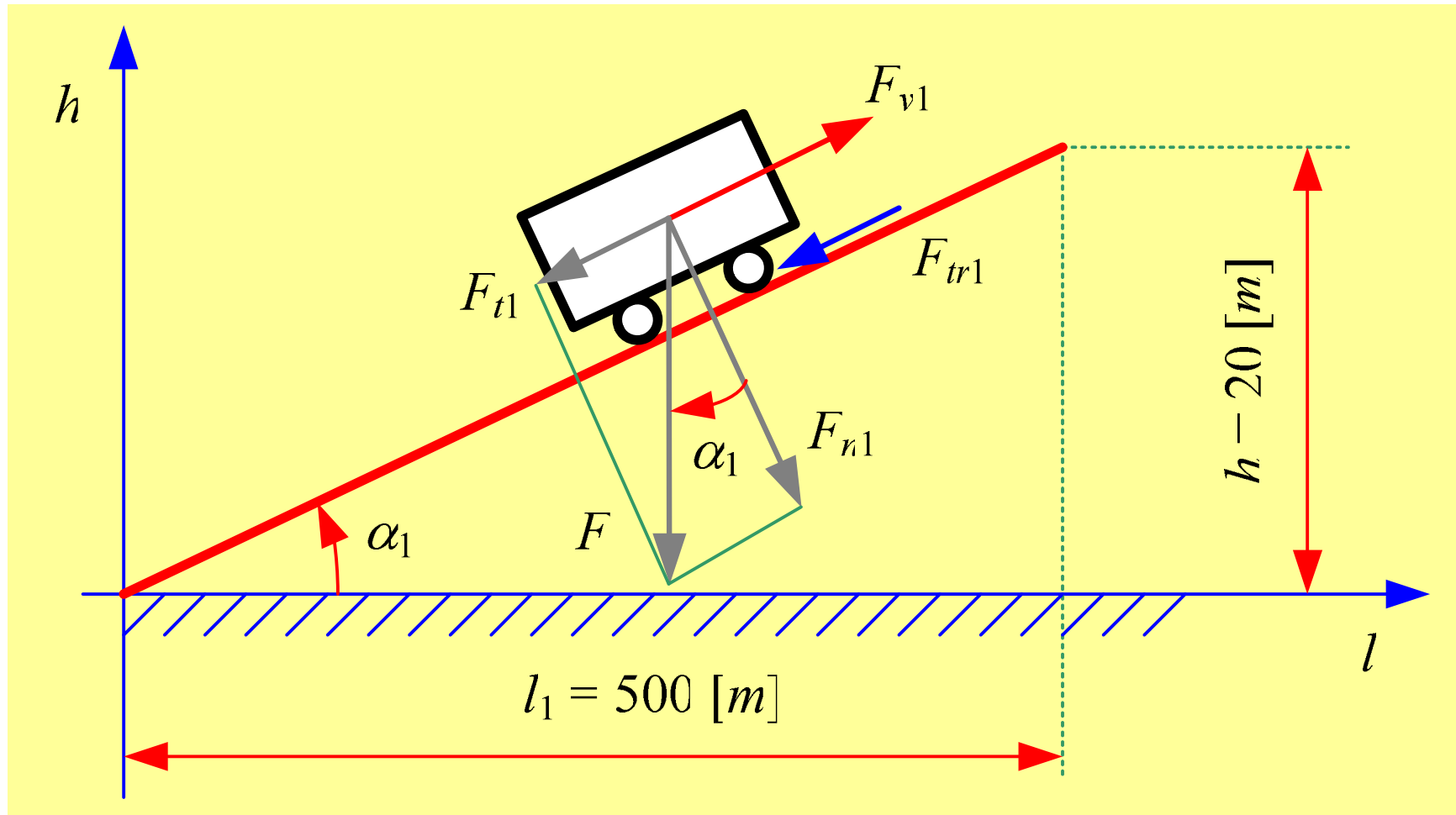
$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} \frac{h}{l_1} = \operatorname{arctg} \frac{20}{500} = \operatorname{arctg} 0,04 = 2,29[^\circ]$$

Radi određivanja vučne sile u stacionarnom stanju pri penjanju po prvoj kosini, silu zemljine teže na kosini treba razložiti na komponentu paralelnu kosini i komponentu normalnu na kosinu, kao na sledećoj slici.

$$F_{t1} = F \cdot \sin \alpha_1$$

$$F_{n1} = F \cdot \cos \alpha_1$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Vučna sila prema slici je jednaka zbiru paralelne komponente i sile otpora kotrljanja:

$$\begin{aligned} F_{v1} &= F_{t1} + F_{tr1} = F_{t1} + \mu_o \cdot F_{n1} = F \cdot \sin \alpha_1 + \mu_o \cdot F \cos \alpha_1 = \\ &= F \cdot (\sin \alpha_1 + \mu_o \cdot \cos \alpha_1) = 44145 \cdot (\sin 2,29^\circ + 0,08 \cdot \cos 2,29^\circ) = \\ &= 5300[N] \end{aligned}$$

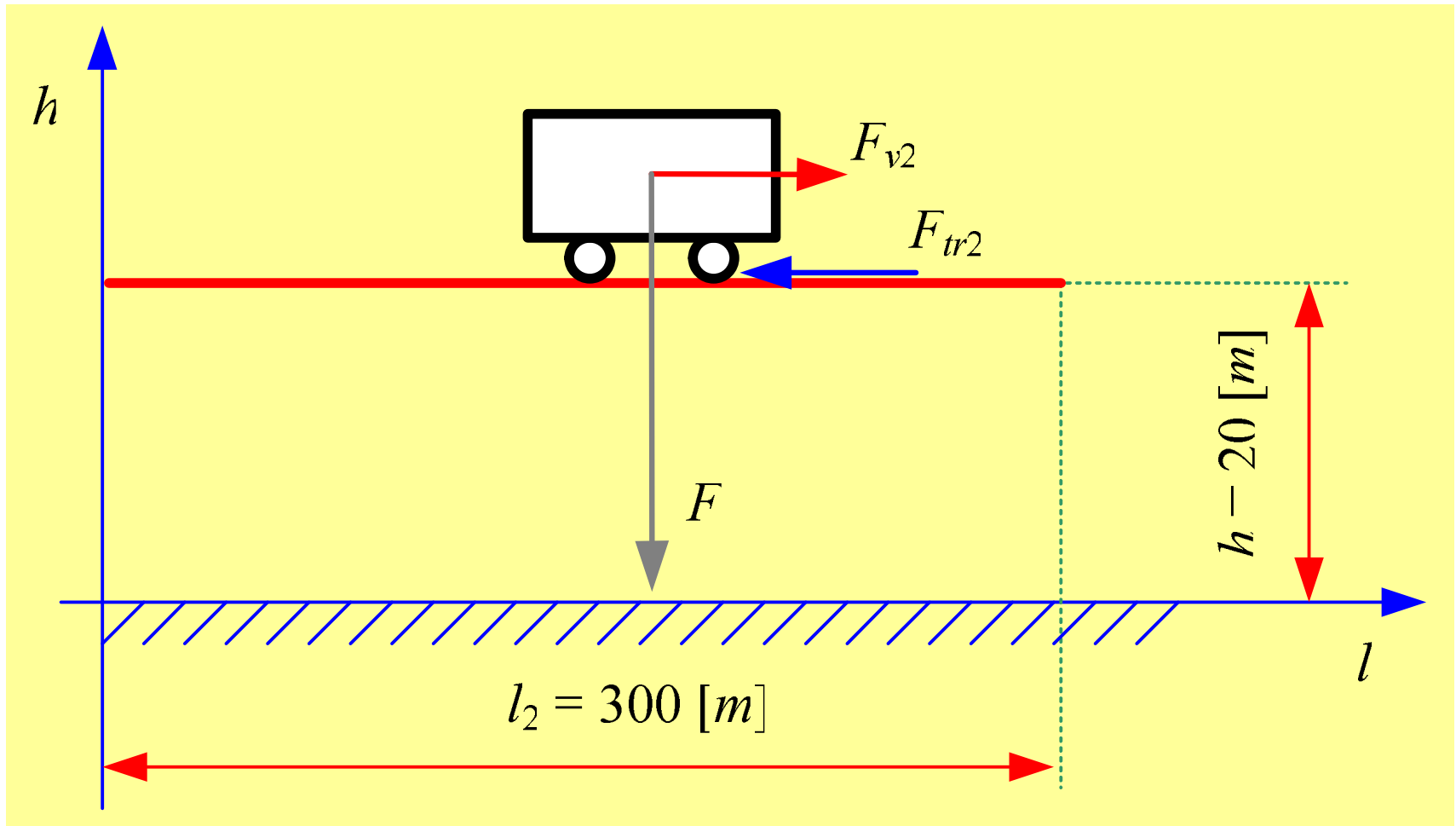
Na ravnom delu trase vučna sila u stacionarnom stanju jednaka je sili otpora kotrljanja:

$$F_{v2} = F_{tr2} = \mu_o \cdot F = 0,08 \cdot 44145 = 3532[N]$$

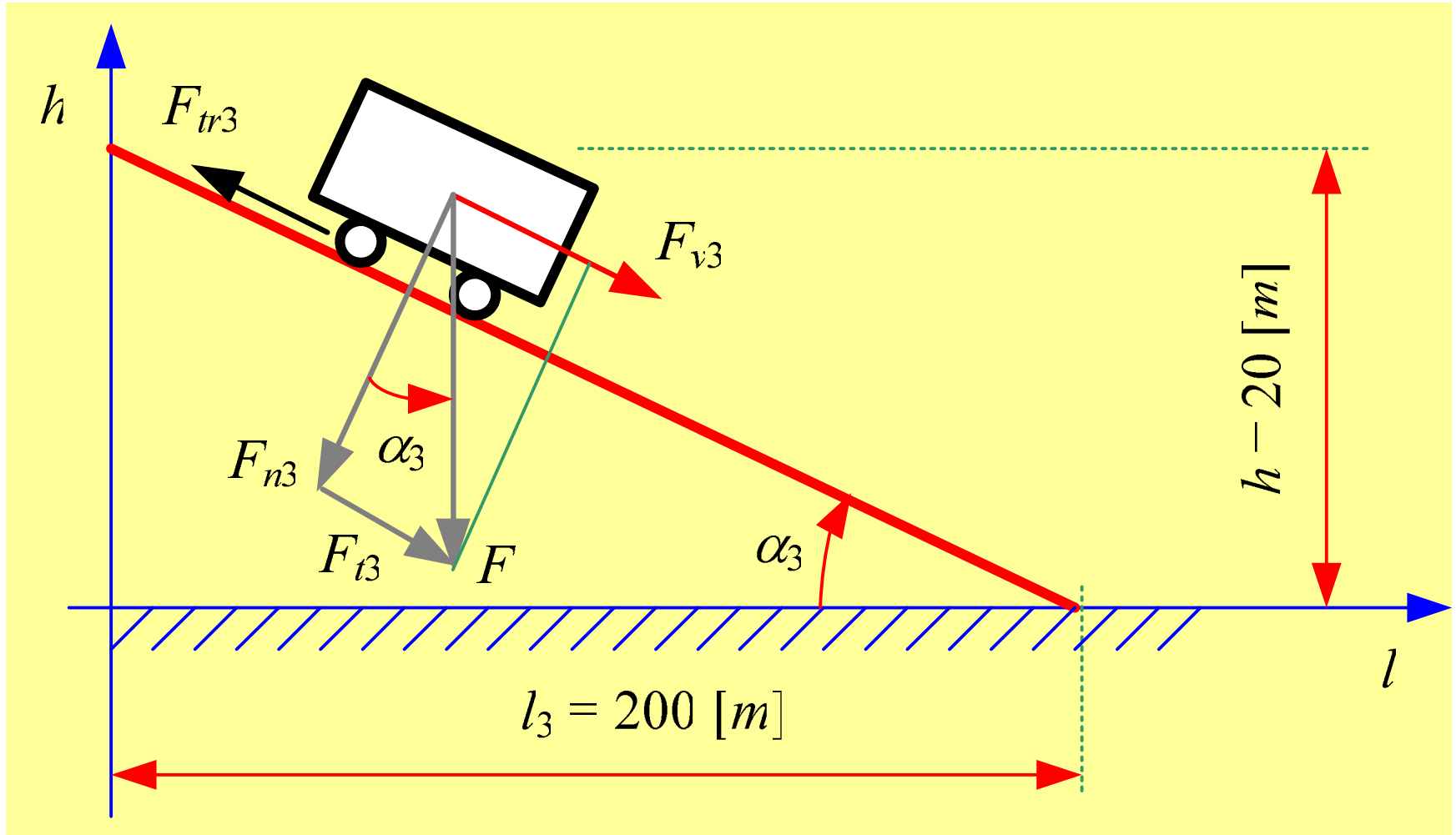
Ponavljajući postupak sličan kao kod prve kosine za vučnu silu u stacionarnom stanju kod spuštanja niz drugu kosinu, dobija se:

$$\alpha_3 = \arctg \frac{h}{l_3} = \arctg \frac{20}{200} = \arctg 0,1 = 5,71[^\circ]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$F_{t3} = F \cdot \sin \alpha_3$$

$$F_{n3} = F \cdot \cos \alpha_3$$

$$\begin{aligned} F_{v3} &= -F_{t3} + F_{tr3} = F_{t3} + \mu_{\omega} \cdot F_{n3} = -F \sin \alpha_3 + \mu_{\omega} \cdot F \cos \alpha_3 = \\ &= F \cdot (-\sin \alpha_3 + \mu_{\omega} \cdot \cos \alpha_3) = \\ &= 44145 \cdot (-\sin 5,71^\circ + 0,08 \cdot \cos 5,71^\circ) = -878[N] \end{aligned}$$

Pogonski motor vozila obezbeđuje maksimalnu vučnu silu $F_{vmax} = 7000 [N]$, što znači da obezbeđuje dinamičku silu pri ubrzanju od:

$$F_{d1} = F_{vmax} - F_{v1} = 7000 - 5300 = 1700[N]$$

Ubrzanje je prema tome:

$$a_z = \frac{F_{d1}}{m_0 + m_t} = \frac{1700}{1500 + 3000} = 0,3777 \cdot [ms^{-2}]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Pošto se vozilo po dostizanju brzine $v = 10 \text{ [m/s]}$ kreće ravnomerno, trajanje ubrzanja iznosi:

$$t_1' = \frac{v}{a_z} = \frac{10}{0,3777} = 26,47[s]$$

Tokom tog vremena vozilo pređe put u iznosu:

$$s_1' = \frac{v}{2} \cdot t_1' = \frac{10}{2} \cdot 26,47 = 132,35[m]$$

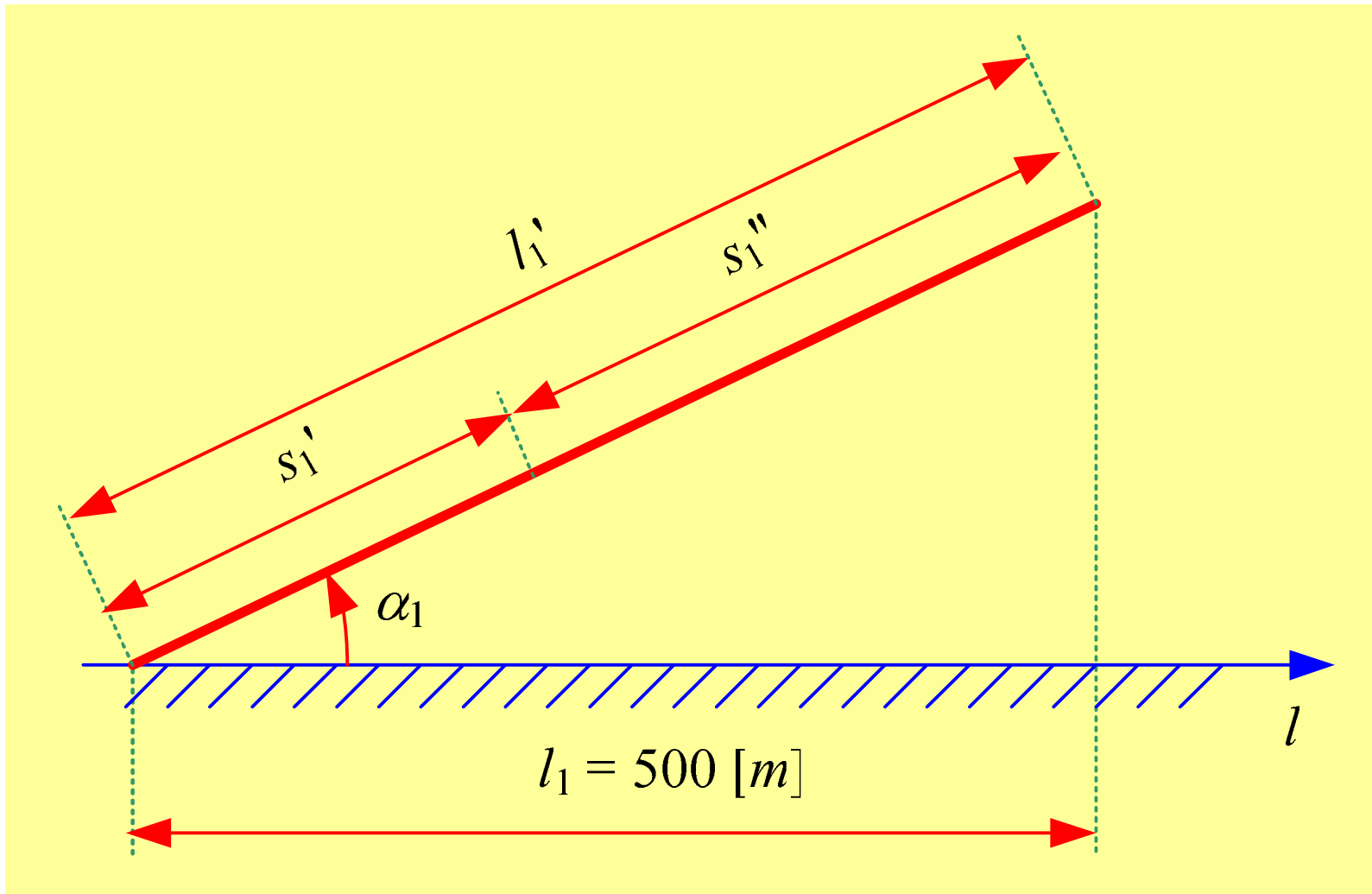
Ukupna dužina prve kosine iznosi:

$$l_1' = \frac{l_1}{\cos \alpha_1} = \frac{500}{\cos 2,29^\circ} = 500,4[m]$$

Prema tome vozilo ravnomernom brzinom prelazi put duž prve kosine:

$$s_1'' = l_1' - s_1' = 500,4 - 132,35 = 368,05[m]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Za vremenski period trajanja:

$$t_1'' = \frac{s_1''}{v} = \frac{368,05}{10} = 36,805[s]$$

Na ravnom delu trase vozilo se kreće ravnomerno i prelazi ga za vreme:

$$t_2 = \frac{l_2}{v} = \frac{300}{10} = 30[s]$$

Pogonski motor vozila obezbeđuje maksimalnu kočionu silu $F_{kmax} = 4000 [N]$, što znači da dinamička sila pri kočenju iznosi:

$$F_{d3} = F_{kmax} - F_{v3} = 4000 - (-878) = 4878[N]$$

Usporeenje je prema tome:

$$a_k = \frac{F_{d3}}{m_0 + m_t} = \frac{4878}{1500 + 3000} = 1,0833 \cdot [ms^{-2}]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Prema tome vremenski period kočenja iznosi:

$$t_3' = \frac{v}{a_k} = \frac{10}{1,0833} = 9,231[s]$$

Tokom kočenja vozilo pređe put u iznosu:

$$s_3' = \frac{v}{2} \cdot t_3' = \frac{10}{2} \cdot 9,231 = 46,154[m]$$

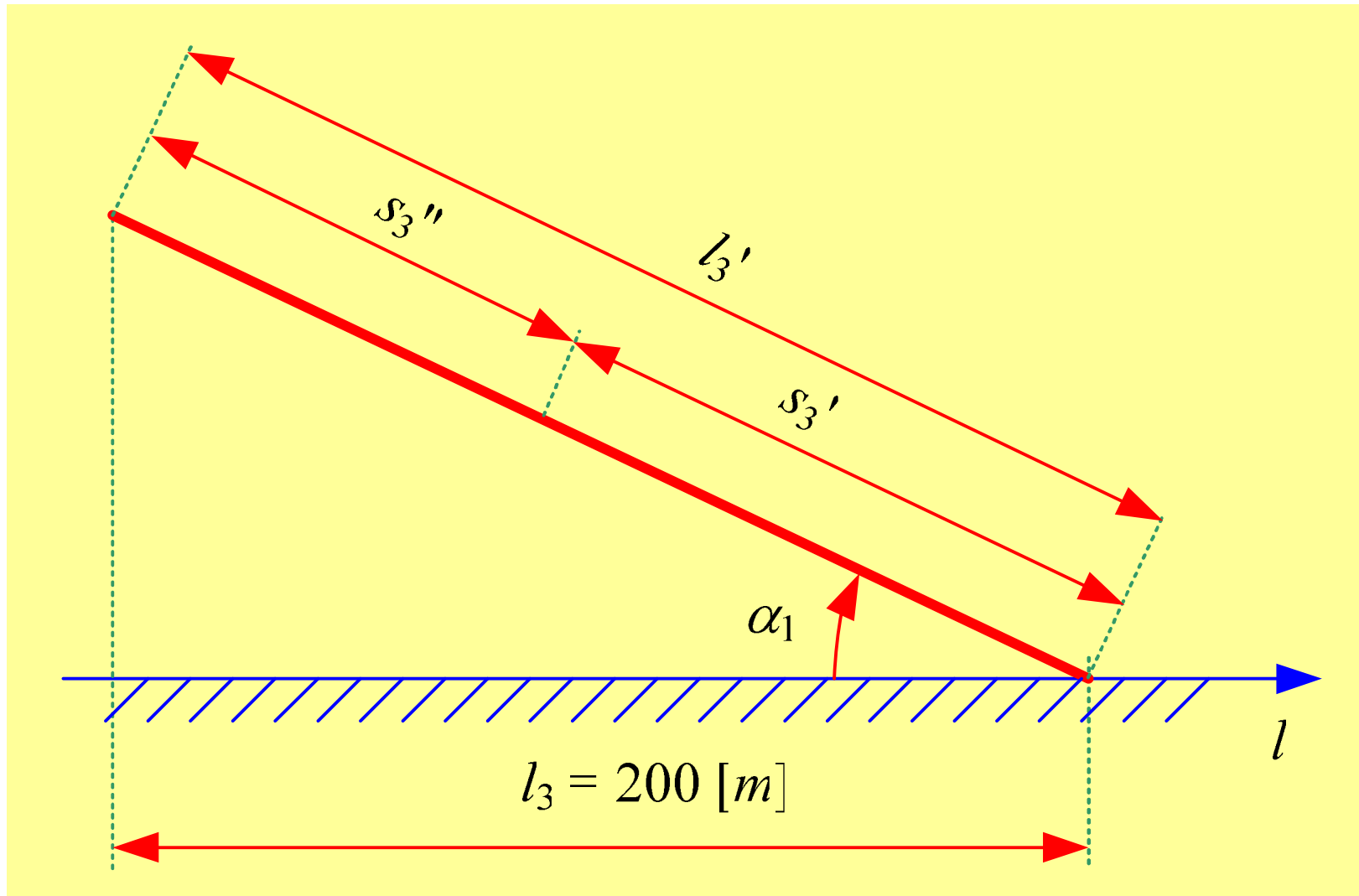
Ukupna dužina druge kosine iznosi:

$$l_3' = \frac{l_3}{\cos \alpha_3} = \frac{200}{\cos 5,71^\circ} = 200,997[m]$$

Prema tome vozilo ravnomernom brzinom prelazi put duž druge kosine:

$$s_3'' = l_3' - s_3' = 200,997 - 46,154 = 154,84[m]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Za vremenski period trajanja:

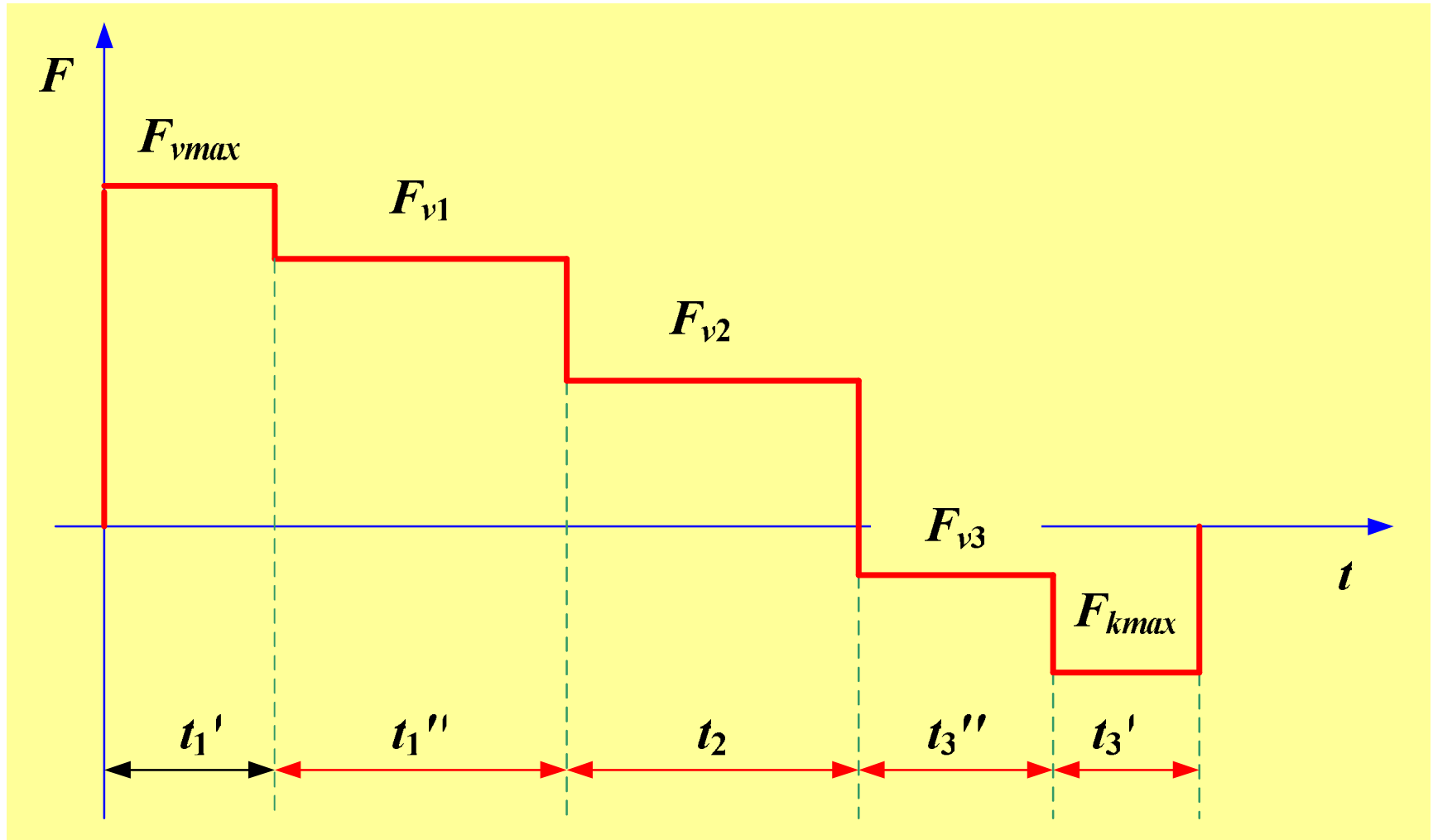
$$t_3'' = \frac{s_3''}{v} = \frac{154,84}{10} = 15,484[s]$$

Ukupno vremensko trajanje vožnje po čitavoj trasi iznosi:

$$\begin{aligned} t_c &= t_1' + t_1'' + t_2 + t_3'' + t_3' = \\ &= 26,47 + 36,805 + 30 + 15,484 + 9,231 = 117,99[s] \end{aligned}$$

Na osnovu prethodno izračunatih vrednosti vučnih sila i njihovih vremenskih trajanja crta se putni dijagram:

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Gde su:

$$F_{v \max} = 7000[Nm] \quad t_1' = 26,47[s]$$

$$F_{v1} = 5300[Nm] \quad t_1'' = 36,805[s]$$

$$F_{v2} = 3532[Nm] \quad t_2 = 30[s]$$

$$F_{v3} = -878[Nm] \quad t_3'' = 15,484[s]$$

$$F_{k \max} = -4000[Nm] \quad t_3' = 9,231[s]$$

Na osnovu vrednosti vučnih sila proračunavaju se vrednosti momenata motora u pojedinačnim segmentima vožnje:

$$M_1' = \frac{F_{v \max} \cdot r}{i_r \cdot \eta_r} = \frac{7000 \cdot 0,5}{10 \cdot 0,85} = 411,76[Nm] \quad t_1' = 26,47[s]$$

$$M_1'' = \frac{F_{v1} \cdot r}{i_r \cdot \eta_r} = \frac{5300 \cdot 0,5}{10 \cdot 0,85} = 311,76[Nm] \quad t_1'' = 36,805[s]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$M_2 = \frac{F_{v2} \cdot r}{i_r \cdot \eta_r} = \frac{3532 \cdot 0,5}{10 \cdot 0,85} = 207,76[Nm] \quad t_2 = 30[s]$$

$$M_3'' = \frac{F_{v3} \cdot r \cdot \eta_r}{i_r} = \frac{-878 \cdot 0,5 \cdot 0,85}{10} = -37,315[Nm] \quad t_3'' = 15,484[s]$$

$$M_3' = \frac{F_{vmax} \cdot r \cdot \eta_r}{i_r} = \frac{-4000 \cdot 0,5 \cdot 0,85}{10} = -170[Nm] \quad t_3' = 9,231[s]$$

Putni dijagram momenta sličan je već nacrtanom putnom dijagramu vučnih sila. Pošto motor ima prinudno hlađenje ukupni ekvivalentni moment motora za ciklus iznosi:

$$M_{eff} = \sqrt{\frac{\sum_i M_i^2 \cdot t_i}{\sum_i t_i}} =$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$\begin{aligned} M_{eff} &= \sqrt{\frac{M_1'^2 \cdot t_1' + M_1''^2 \cdot t_1'' + M_2'^2 \cdot t_2' + M_2''^2 \cdot t_2'' + M_3'^2 \cdot t_3' + M_3''^2 \cdot t_3''}{t_c}} = \\ &= \sqrt{\frac{411,76^2 \cdot 26,47 + 311,76^2 \cdot 36,805 + 207,76^2 \cdot 30 + \dots}{117,99}} = \\ &= \sqrt{81772,947} = 285,96[Nm] \end{aligned}$$

Ugaona brzina motora za brzinu vozila $v = 10 [m/s]$ iznosi:

$$\Omega_m = i_r \cdot \omega_t = i_r \cdot \frac{v}{r} = 10 \cdot \frac{10}{0,5} = 50[s^{-1}]$$

$$n_m = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \Omega_m = \frac{30}{\pi} \cdot 50 = 477,46[s^{-1}]$$

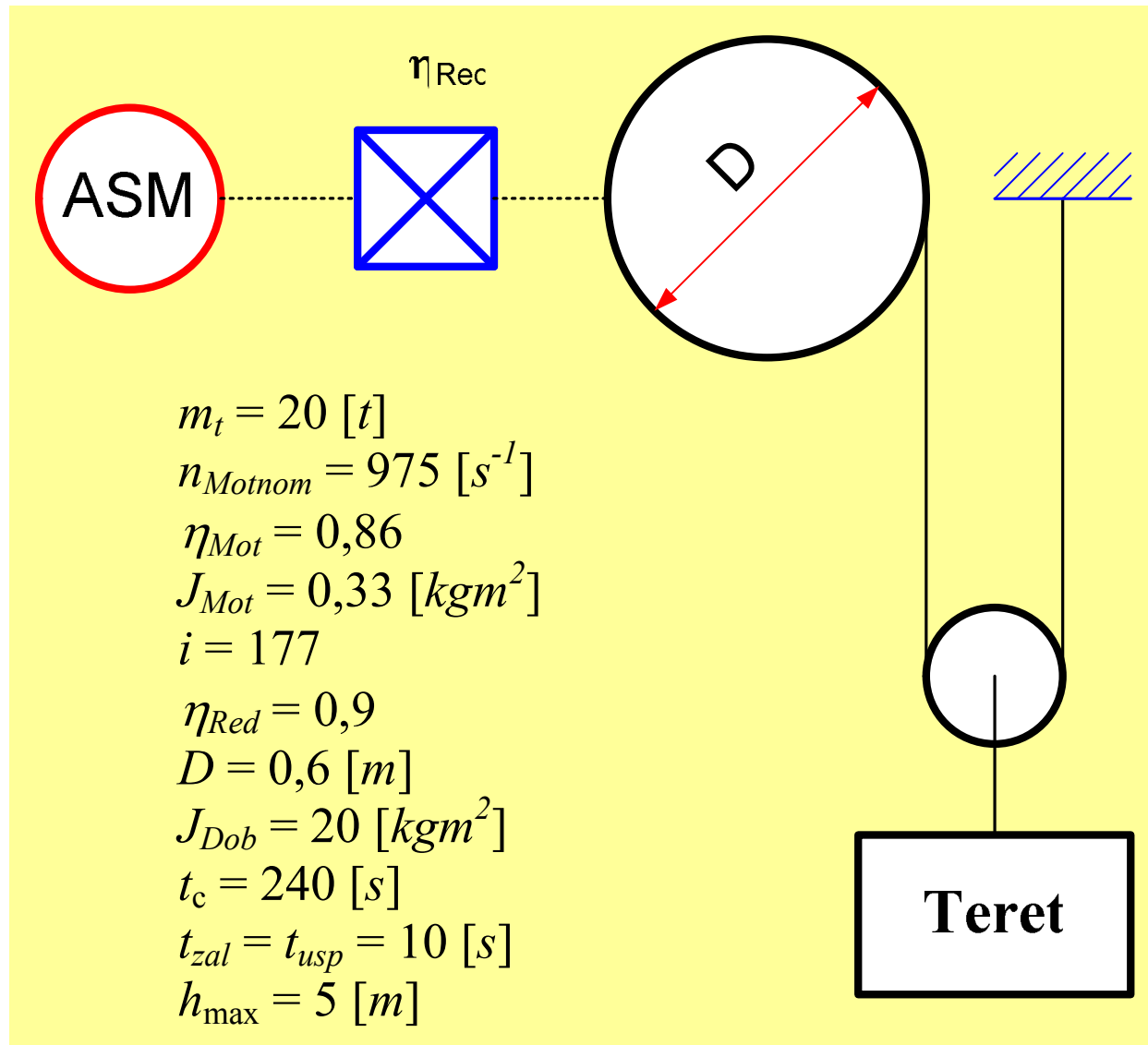
SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Prema tome potrebna snaga motora je:

$$P_{eff} = M_{eff} \cdot \Omega_m = 285,96 \cdot 50 = 14298[W] \approx 14,3[kW]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Zadatak:



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Na slici je prikazana dizalica gonjena sa asinhronim motorom sa reduktorom. Masa tereta iznosi $m_t = 20$ [t]. Motor ima nominalni broj obrtaja $n_{Motnom} = 975$ [min^{-1}], koeficijent korisnog dejstva $\eta_{Mot} = 0,86$ i moment inercije $J_{Mot} = 0,33$ [kgm^2]. Reduktor ima prenosni odnos $i = 177$, koeficijent korisnog dejstva $\eta_{Red} = 0,9$ i zanemarljiv moment inercije. Prečnik točka doboša iznosi $D = 0,6$ [m]. Moment inercije doboša je $J_{Dob} = 20$ [kgm^2]. Jedan ciklus rada traje $t_c = 240$ [s]. Teret tokom jednog ciklusa prelazi put gore-dole od maksimalnog donjeg do maksimalnog gornjeg položaja i nazad sa jednakim vremenima zaleta i usporenja $t_{zal} = t_{usp} = 10$ [s], pri čemu i u gornjem i donjem položaju teret miruje isto vreme. Visinska razlika između gornjeg i donjeg položaja iznosi $h_{max} = 5$ [m].

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

- a) Odrediti snagu i moment koji razvija motor pogona dizalice sa slike, u stacionarnom stanju pri dizanju i spuštanju tereta.*
- b) Odrediti putni dijagram momenta motora u funkciji vremena za jedan ciklus rada.*
- c) Ako motor ima prinudno hlađenje, izračunati njegovu potrebnu nazivnu snagu metodom ekvivalentnog momenta.*
- d) Odrediti cenu potrošene električne energije tokom jednog meseca rada motora, ako on radi prosečno 10 časova dnevno i ako je cena jednog kWh 3 [din].*

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Rešenje:

a) Zbog primene koturače težina tereta izaziva u užetu silu, vrednosti:

$$F_{uze} = \frac{m_t \cdot g}{2} = \frac{20000 \cdot 9,81}{2} = 98100[N]$$

Prema tome na pogonskom dobošu razvija se moment:

$$M_{dobos} = F_{uze} \cdot \frac{D}{2} = 98100 \cdot \frac{0,6}{2} = 29430[Nm]$$

Uže postiže maksimalnu brzinu jednaku obodnoj brzini doboša:

$$v_{uze\max} = \frac{\Omega_{Motnom}}{i} \cdot \frac{D}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motnom}}{60 \cdot i} \cdot \frac{D}{2} = \frac{975 \cdot \pi}{30 \cdot 177} \cdot \frac{0,34}{2} = 0,173[m/s]$$

Prema tome motor u stacionarnom stanju pri dizanju tereta, radi u motornom režimu i pri tome odaje mehaničku snagu:

$$P_{MotStac1} = \frac{F_{uze} \cdot v_{uze\max}}{\eta_{Red}} = \frac{98100 \cdot 0,173}{0,9} = 18857[W] \approx 18,86[kW]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

I pri tome razvija obrtni moment:

$$M_{MotStac1} = \frac{M_{dobos}}{i \cdot \eta_{Red}} = \frac{29430}{177 \cdot 0,9} = 184,75[Nm]$$

U stacionarnom stanju pri spuštanju sa istom brzinom kao i pri dizanju, motor radi u generatorskom režimu, pri čemu mora da prihvati mehaničku snagu i moment:

$$P_{MotStac2} = -F_{uze} \cdot v_{uze\max} \cdot \eta_{Red} = -98100 \cdot 0,173 \cdot 0,9 = \\ = -15274[W] \approx -15,27[kW]$$

$$M_{MotStac2} = -\frac{M_{dobos}}{i} \cdot \eta_{Red} = -\frac{29430}{177} \cdot 0,9 = -149,64[Nm]$$

b) Moment inercije tereta u odnosu na osovinu doboša može se naći iz relacija održanja kinetičke energije:

$$\frac{1}{2} J_t \cdot \omega_{dobos}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_t \cdot v_t^2 = \frac{1}{2} \cdot m_t \cdot \left(\frac{v_{uze}}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot m_t \cdot \omega_{dobos}^2 \cdot \left(\frac{D}{2} \right)^2 \Rightarrow$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$J_t = \frac{1}{4} \cdot m_t \cdot \left(\frac{D}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \cdot 20000 \cdot \left(\frac{0,6}{2} \right)^2 = 450 [\text{kgm}^2]$$

Pošto su vrednosti vremena ubrzanja i usporenja jednaka i ugaono ubrzanje i usporenje motora su isti i iznose:

$$t_{zal} = t_{usp} \Rightarrow \alpha_{zalMot} = \alpha_{uspMot} = \frac{\Omega_{Mot}}{t_{zal}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Mot}}{60 \div t_{zal}} = \frac{\pi \cdot 975}{30 \cdot 10} = 10,21 [\text{s}^{-2}]$$

Potreban moment ubrzanja i usporenja za zalet i usporenje tereta i doboša iznosi:

$$\begin{aligned} M_{tDin} &= (J_t + J_{dobos}) \cdot \alpha_{zadobosl} = (J_t + J_{dobos}) \cdot \frac{\alpha_{zalMot}}{i} = \\ &= (450 + 20) \cdot \frac{10,21}{177} = 27,11 [\text{Nm}] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Pošto su vrednosti vremena ubrzanja i usporenja jednaka i ugaono ubrzanje i usporenje motora su isti i iznose:

$$t_{zal} = t_{usp} \Rightarrow \alpha_{zalMot} = \alpha_{uspMot} = \frac{\Omega_{Mot}}{t_{zal}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Mot}}{60 \cdot t_{zal}} = \frac{\pi \cdot 975}{30 \cdot 10} = 10,21 [s^{-2}]$$

Potreban moment ubrzanja i usporenja za zalet i usporenje tereta i doboša iznosi:

$$\begin{aligned} M_{tDin} &= (J_t + J_{dobos}) \cdot \alpha_{zadobosl} = (J_t + J_{dobos}) \cdot \frac{\alpha_{zalMot}}{i} = \\ &= (450 + 20) \cdot \frac{10,21}{177} = 27,11 [Nm] \end{aligned}$$

Potreban moment ubrzanja i usporenja rotora motora iznosi:

$$M_{MotDin} = (J_{Mot} + J_{Red}) \cdot \alpha_{zalMot} = (0,33 + 0) \cdot 10,21 = 3,37 [Nm]$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Ukupan moment koji odaje motor tokom ubrzanja pri dizanju tereta iznosi:

$$\begin{aligned} M_{zMotDin1} &= M_{MotDin} + (M_{tDin} + M_{dobos}) \cdot \frac{1}{i \cdot \eta_R} = \\ &= 3,37 + (27,11 + 29430) \cdot \frac{1}{177 \cdot 0,9} = \\ &= 3,37 + 0,17 + 185,75 = 188,29[Nm] \end{aligned}$$

Ukupan moment koji odaje motor tokom usporenja pri dizanju tereta iznosi:

$$\begin{aligned} M_{uMotDin1} &= -M_{MotDin} + (-M_{tDin} + M_{dobos}) \cdot \frac{1}{i \cdot \eta_R} = \\ &= -3,37 + (-27,11 + 29430) \cdot \frac{1}{177 \cdot 0,9} = \\ &= -3,37 - 0,17 + 185,75 = 181,21[Nm] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Ukupan moment koji prima motor tokom ubrzanja pri spuštanju tereta iznosi:

$$\begin{aligned}M_{zMotDin2} &= M_{MotDin} + (M_{tDin} - M_{dobos}) \cdot \frac{\eta_R}{i} = \\&= 3,37 + (27,11 - 29430) \cdot \frac{0,9}{177} = \\&= 3,37 + 0,14 - 149,64 = -146,13[Nm]\end{aligned}$$

Ukupan moment koji prima motor tokom usporenja pri spuštanju tereta iznosi:

$$\begin{aligned}M_{uMotDin2} &= -M_{MotDin} + (-M_{tDin} - M_{dobos}) \cdot \frac{\eta_R}{i} = \\&= -3,37 + (-27,11 - 29430) \cdot \frac{0,9}{177} = \\&= -3,37 - 0,14 - 149,64 = -153,15[Nm]\end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Momenti u stacionarnim stanjima izračunati su ranije, tako da treba samo odrediti njihova vremena trajanja. Da bi se ona odredila, mora se prvo odrediti, stacionarna brzina kretanja tereta:

$$v_{t \max} = \frac{v_{uze \max}}{2} = \frac{0,173}{2} = 0,0865 [m / s]$$

Stacionarna stanja pri dizanju i spuštanja su ista, a nalaze se iz podatka da teret prelazi zadatu visinsku razliku:

$$\begin{aligned} t_{Stac1} = t_{Stac2} &= \frac{h_{\max} - \frac{v_{t \max}}{2} \cdot (t_{zal} + t_{usp})}{v_{t \max}} = \frac{h_{\max}}{v_{t \max}} - \frac{1}{2} \cdot (t_{zal} + t_{usp}) = \\ &= \frac{h_{\max}}{v_{t \max}} - t_{zal} = \frac{5}{0,865} - 10 = 47,8 [s] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Ukupno vreme mirovanja nalazi se iz relacije:

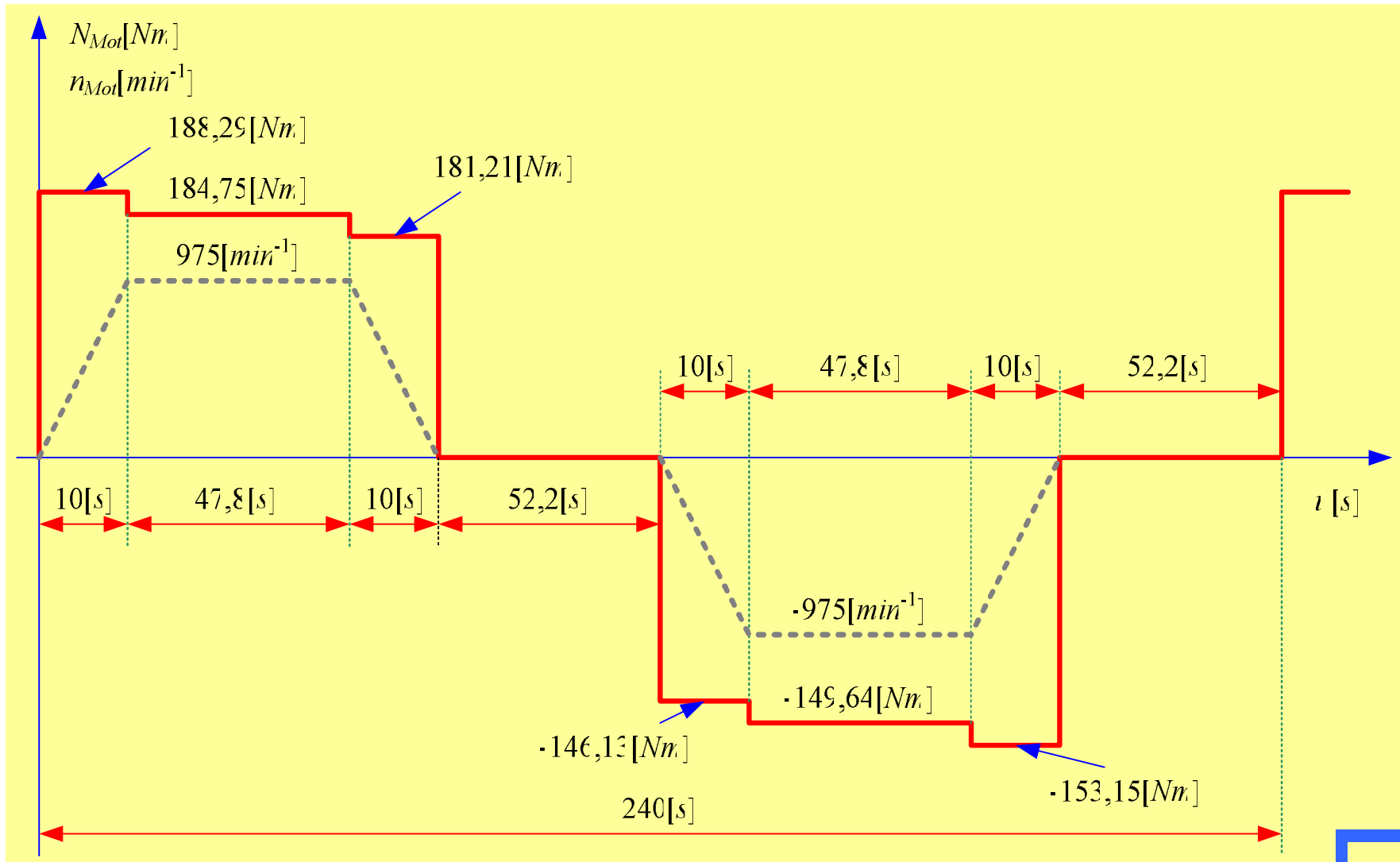
$$\begin{aligned} t_0 &= t_c - (t_{zal} + t_{Stac1} + t_{usp} + t_{zal} + t_{Stac2} + t_{usp}) = t_c - 2 \cdot (t_{zal} + t_{Stac1} + t_{usp}) = \\ &= 240 - 2 \cdot (10 + 47,8 + 10) = 240 - 2 \cdot 67,8 = 104,4[s] \end{aligned}$$

Pod pretpostavkom da je vreme mirovanja podjednako raspodeljeno između dizanja i spuštanja, vreme mirovanja između ciklusa rada je:

$$t_{staj1} = t_{staj2} = \frac{t_0}{2} = \frac{104,4}{2} = 52,2[s]$$

Na osnovu izračunatih vrednosti momenata i trajanja pojedinih sekvenci rada, crta se dijagram momentnog opterećenja:

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA



SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

c) Iz dijagrama momentnog opterećenja nalazi se ekvivalentni moment opterećenja:

$$\begin{aligned} M_{effMot} &= \sqrt{\frac{\sum_i M_i^2 \cdot t_i}{\sum_i t_i}} = \\ &= \sqrt{\frac{M_{zMotDin1}^2 \cdot t_{zal1} + M_{MotStac1}^2 \cdot t_{Stac1} + M_{uMotDin1}^2 \cdot t_{usp1} + \dots}{t_c}} \\ &= \sqrt{\frac{\dots + M_{zMotDin2}^2 \cdot t_{zal2} + M_{MotStac2}^2 \cdot t_{Stac2} + M_{uMotDin2}^2 \cdot t_{usp2}}{t_c}} = \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$\begin{aligned} M_{effMot} &= \sqrt{\frac{188,29^2 \cdot 10 + 184,75^2 \cdot 47,80 + 181,21^2 \cdot 10 + \dots}{240}} \\ &= \sqrt{\frac{\dots + 146,13^2 \cdot 10 + 149,64^2 \cdot 47,80 + 153,15^2 \cdot 10}{240}} = \\ &= \sqrt{\frac{3832871,158}{240}} = 126,37[Nm] \end{aligned}$$

Potrebna nazivna snaga motora iznosi:

$$\begin{aligned} P_{effMot} &= M_{effMot} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motnom}}{60} = 126,37 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot 975 = \\ &= 12902[W] \approx 12,9[kW] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

d) Za svaki od segmenata opterećenja iz dijagrama momentnog opterećenja nalaze se energije koje motor uzima iz mreže ili ih vraća u mrežu:

$$\begin{aligned} W_{zMreze1} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{zMot\ max1}}{\eta_{Mot}} \cdot t_{zal1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M_{zMotDin1}}{\eta_{Mot}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motnom}}{60} \cdot t_{zal1} = \\ &= \frac{188,29}{2 \cdot 0,86} \cdot \frac{\pi \cdot 975}{30} \cdot 10 = 111771 [Ws] \approx 111,77 [kWs] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{StacMreze1} &= \frac{P_{MotStac1}}{\eta_{Mot}} \cdot t_{Stac1} = \frac{M_{MotStac1}}{\eta_{Mot}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motnom}}{60} \cdot t_{Stac1} = \\ &= \frac{184,75}{0,86} \cdot \frac{\pi \cdot 975}{30} \cdot 47,8 = 1048448 [Ws] = 1048,45 [kWs] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$\begin{aligned} W_{uMreze1} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{uMot \max 1}}{\eta_{Mot}} \cdot t_{usp1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M_{uMotDin1}}{\eta_{Mot}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motnom}}{60} \cdot t_{usp1} = \\ &= \frac{181,21}{2 \cdot 0,86} \cdot \frac{\pi \cdot 975}{30} \cdot 10 = 107568 [Ws] \approx 107,57 [kWs] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{zMreze2} &= \frac{1}{2} \cdot P_{zMot \max 2} \cdot \eta_{Mot} \cdot t_{zal2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot M_{zMotDin2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motnom}}{60} \cdot \eta_{Mot} \cdot t_{zal2} = \\ &= -\frac{146,13}{2} \cdot \frac{\pi \cdot 975}{30} \cdot 0,86 \cdot 10 = -64156 [Ws] \approx -64,16 [kWs] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

$$\begin{aligned} W_{StacMreze2} &= P_{MotStac2} \cdot \eta_{Mot} \cdot t_{Stac2} = M_{MotStac2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motnom}}{60} \cdot \eta_{Mot} \cdot t_{Stac2} = \\ &= -149,64 \cdot \frac{\pi \cdot 975}{30} \cdot 0,86 \cdot 47,8 = -628069 [Ws] = -628,07 [kWs] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{uMreze2} &= \frac{1}{2} \cdot P_{uMotmax2} \cdot \eta_{Mot} \cdot t_{usp2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot M_{uMotDin2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motnom}}{60} \cdot \eta_{Mot} \cdot t_{usp2} = \\ &= -\frac{153,15}{2} \cdot \frac{\pi \cdot 975}{30} \cdot 0,86 \cdot 10 = -67239 [Ws] \approx -67,24 [kWs] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Konačno u toku jednog ciklusa motor uzima ukupno iz mreže energiju u iznosu:

$$\begin{aligned} W_{cMreze} &= \sum W_i = \\ &= W_{zMreze1} + W_{StacMreze1} + W_{uMreze1} + W_{zMreze2} + W_{StacMreze2} + W_{uMreze2} = \\ &= 111,77 + 1048,45 + 107,57 - 64,16 - 628,07 - 67,24 = \\ &= 508,32[kWs] \end{aligned}$$

A tokom meseca ako prosečno radi deset časova dnevno uzima energiju:

$$\begin{aligned} W_{1mesec Mreze} &= \frac{3600}{t_c} \cdot W_{cMreze} \cdot 10[h] \cdot 30[dan] = \frac{3600}{240} \cdot \frac{508,32}{3600} \cdot 10 \cdot 30 = \\ &= 635,4[kWh] \end{aligned}$$

SLOŽENIJI ZADACI IZ IZBORA MOTORA

Cena te energije iznosi:

$$CENA_{1msec} = W_{1msec Mreze} \cdot \frac{CENA}{h} = 635,4 \cdot 3 = 1906,2 [din]$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 14:

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE.

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Zadatak:

U pogonu sa podešavanjem brzine koristi se strujno upravljani motor jednosmerne struje sa nezavisnom konstantnom pobudom sa podacima: nominalni snaga $P_{nom} = 4$ [kW]; nominalni rotorski napon $U_{nom} = 220$ [V]; nominalna rotorska struja $I_{anom} = 20$ [A]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 1500$ [min⁻¹]; otpor namotaja rotora i pomoćnih polova $R_a + R_{pp} = 1$ [Ω]. Moment opterećenja ima karakteristiku opterećenja, linearno zavisnu od brzine obrtanja $M_t = kn$. Pri nominalnoj brzini obrtanja vrednost momenta opterećenja jednaka je nominalnoj vrednosti momenta motora. Ukupni svedeni moment inercije pogona sveden na osovину motora iznosi $J_{\Sigma} = 7,265$ [kgm²]. Strujno upravljanje obezbeđuje četvorokvadrantni pogon sa maksimalno dozvoljenom vrednošću struje $\pm I_{anom}$. Nacrtati dijagram promene rotorske struje motora u funkciji vremena, tako da se ostvari smanjenje brzine, odnosno kočenje sa $n_1 = 1000$ [min⁻¹] na $n_2 = 500$ [min⁻¹] za najkraće vreme. Odrediti vreme ovog kočenja.

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

Nominalni moment motora iznosi:

$$M_{nom} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{4000}{1500} = 25,465 [Nm]$$

Moment tereta linearno je zavisao od brzine obrtanja i pri nominalnoj brzini obrtanja jednak je nominalnoj vrednosti momenta motora pa iz toga slede relacije za izračunavanje vrednosti rotorskih struja motora u stacionarnim stanjima pri brzinama $n_1 = 1000 [min^{-1}]$ i $n_2 = 500 [min^{-1}]$:

$$M_t = k \cdot n \Rightarrow k = \frac{M_{nom}}{n_{nom}} = \frac{25,465}{1500} = 0,0169766 [Nm \min] \Rightarrow$$

$$M_{nom} = k_M \cdot \Phi_{nom} \cdot I_{anom} \Rightarrow$$

$$k_M \cdot \Phi_{nom} = \frac{M_{nom}}{I_{anom}} = \frac{25,465}{20} = 1,27325 \left[\frac{Nm}{A} \right] \Rightarrow$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

$$M_{t1} = k \cdot n_1 = \frac{M_{nom}}{n_{nom}} \cdot n_1 = k_M \cdot \Phi_{nom} \cdot I_{a1} = \frac{M_{nom}}{I_{anom}} \cdot I_{a1} \Rightarrow$$

$$I_{a1} = I_{anom} \cdot \frac{n_1}{n_{nom}} = 20 \cdot \frac{1000}{1500} = 13,333 \text{ [A]}$$

$$M_{t2} = k \cdot n_2 = \frac{M_{nom}}{n_{nom}} \cdot n_2 = k_M \cdot \Phi_{nom} \cdot I_{a2} = \frac{M_{nom}}{I_{anom}} \cdot I_{a2} \Rightarrow$$

$$I_{a2} = I_{anom} \cdot \frac{n_2}{n_{nom}} = 20 \cdot \frac{500}{1500} = 6,666 \text{ [A]}$$

Najkraće vreme kočenja ostvaruje se ako se obezbedi maksimalno mogući moment kočenja motora, a to se prema uslovu zadatka obezbeđuje sa negativnom strujnom granicom $-I_{anom}$ odnosno sa nominalnim momentom motora suprotnog znaka.

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Iz toga slede relacije za izračunavanje najkraćeg vremena kočenja:

$$\begin{aligned} M_k &= -M_{nom} - M_t = -M_{nom} - k \cdot n = -M_{nom} - \frac{M_{nom}}{n_{nom}} \cdot n = \\ &= -M_{nom} \cdot \left(1 + \frac{n}{n_{nom}} \right) \end{aligned}$$

$$M_k = J_\Sigma \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_\Sigma \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \cdot \frac{dn}{dt} \Rightarrow$$

$$dt = \frac{\pi \cdot J_\Sigma}{30 \cdot M_k} \cdot dn \Rightarrow$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\begin{aligned} t_k &= \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{M_k} = \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{-M_{nom} \cdot \left(1 + \frac{n}{n_{nom}}\right)} = \\ &= -\frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_{nom}} \cdot \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{1 + \frac{n}{n_{nom}}} \end{aligned}$$

Integral se rešava smenom:

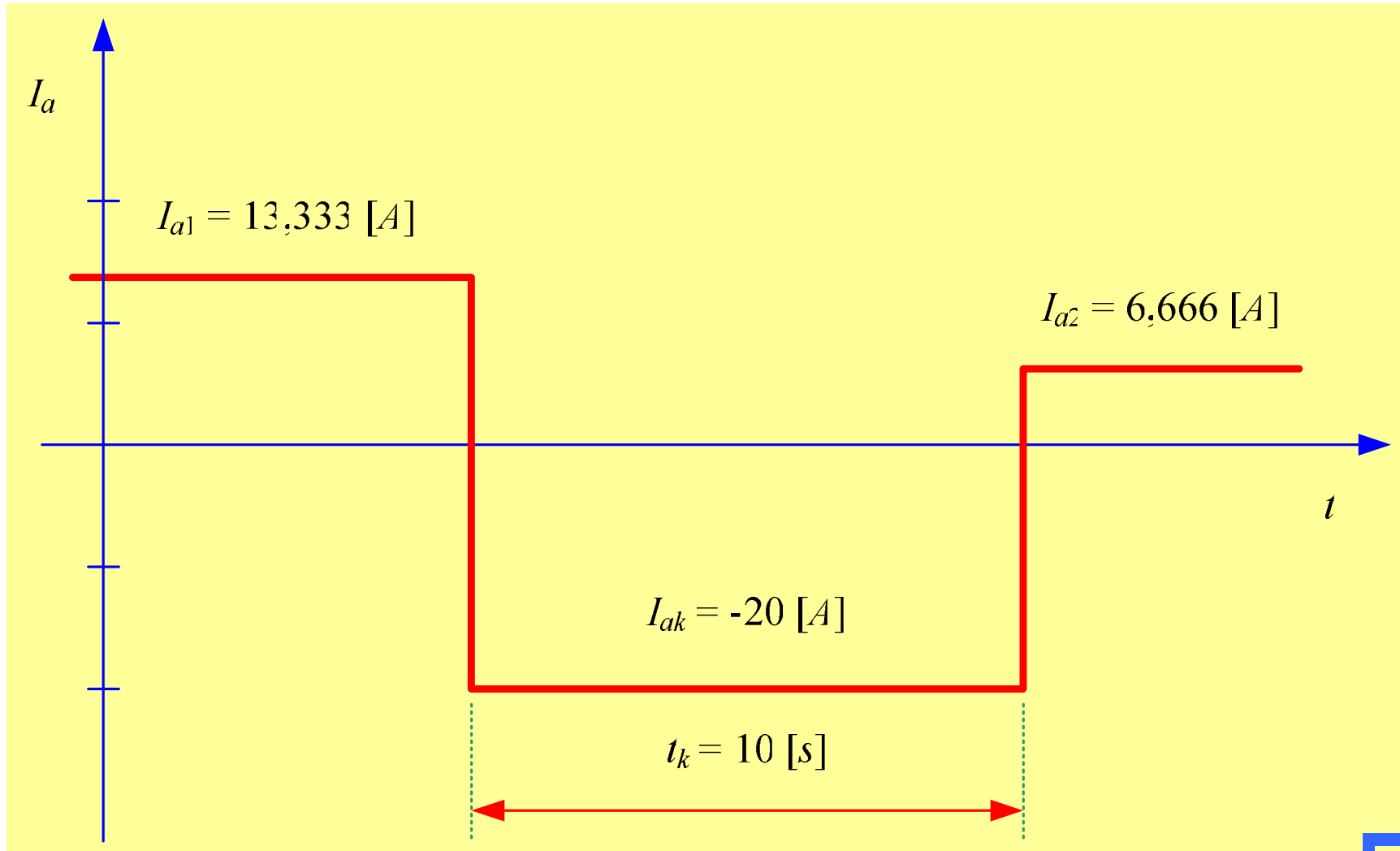
$$x = 1 + \frac{n}{n_{nom}} \Rightarrow n = n_{nom} \cdot (x - 1) \Rightarrow dn = n_{nom} \cdot dx$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\begin{aligned} t_k &= -\frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_{nom}} \cdot \int_{1+\frac{n_1}{n_{nom}}}^{1+\frac{n_2}{n_{nom}}} \frac{n_{nom} \cdot dn}{x} = -\frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma} \cdot n_{nom}}{M_{nom}} \cdot \ln x \bigg|_{1+\frac{n_1}{n_{nom}}}^{1+\frac{n_2}{n_{nom}}} = \\ &= \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma} \cdot n_{nom}}{M_{nom}} \cdot \ln \frac{n_{nom} + n_1}{n_{nom} + n_2} = \frac{\pi \cdot 7,265 \cdot 1500}{30 \cdot 25,465} \cdot \ln \frac{1500 + 1000}{1500 + 500} = \\ &= 44,814 \cdot \ln \frac{5}{4} = 10[s] \end{aligned}$$

Na osnovu izračunatih podataka crta se traženi dijagram promene rotorske struje motora u funkciji vremena.

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE



Zadatak:

Jednosmerni motor sa nezavisnom pobudom ima nominalne podatke: rotorski napon $U_{nom} = 400 [V]$; nominalna snaga $P_{nom} = 1600 [W]$; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 1550 [min^{-1}]$; koeficijent iskorišćenja $\eta_{nom} = 0,8 []$.

Motor je priključen na kombinovani tiristorski regulator sa dva regulisana ispravljača za napajanje rotorskog i pobudnog kola. Motor pokreće radnu mašinu bez momenta opterećenja, samo sa momentom inercije svedenim na osovinu motora $J_T = 0,85 [kgm^2]$.

a) Odrediti strujnu granicu ispravljača ako se želi da pri pokretanju motor ostvari polazni moment jednak nominalnom momentu motora.

b) Odrediti vreme pokretanja motora do brzine $n_{max} = 2500 [min^{-1}]$.

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

a) Nominalni moment motora iznosi:

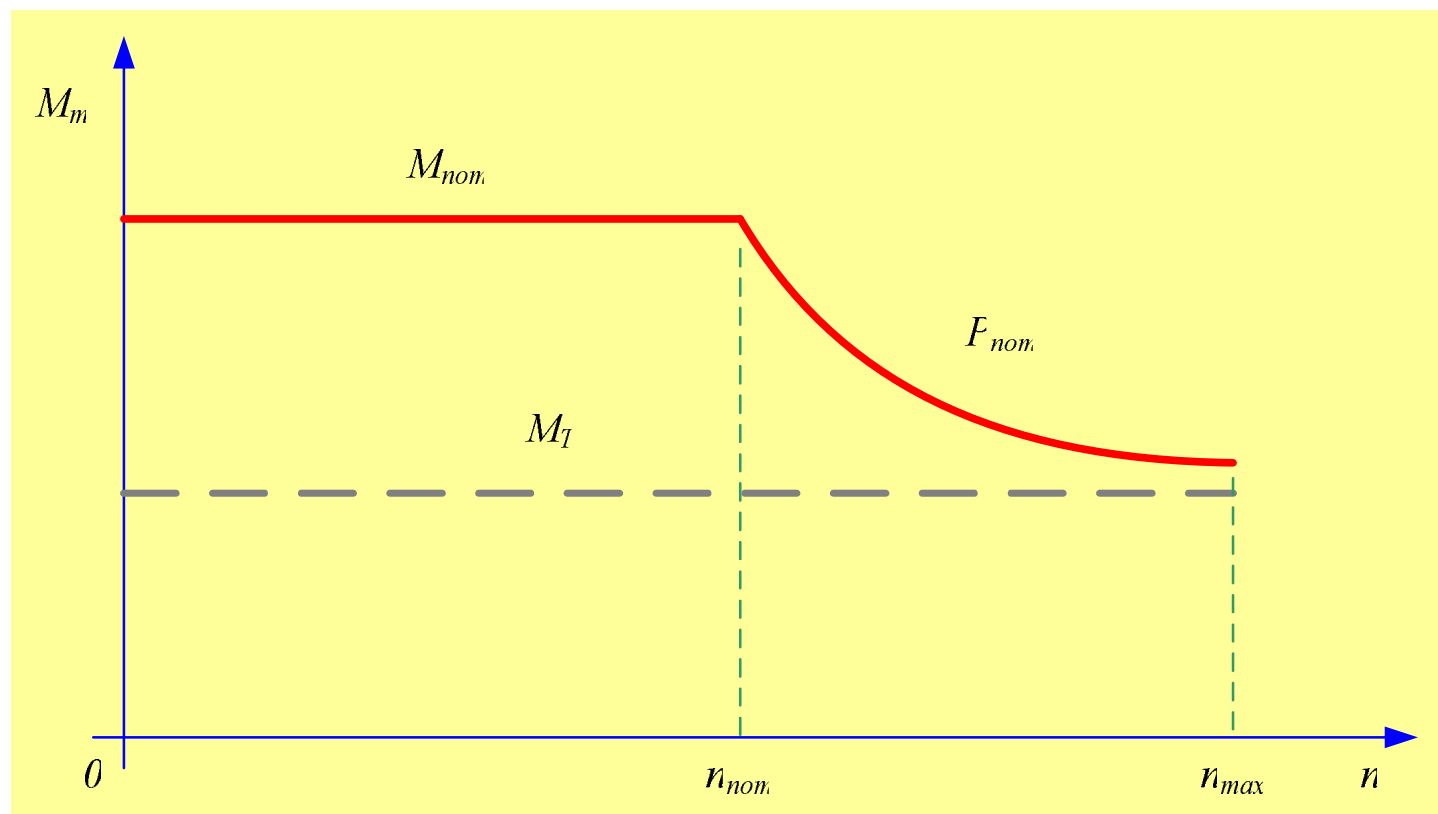
$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{P_{nom}}{\frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n_{nom}} = \frac{30 \cdot 1600}{\pi \cdot 1550} = 9,857 [Nm]$$

Strujnu granicu treba podesiti na vrednost nominalne vrednosti struje motora, jer regulacija brzine obrtanja pri polasku spada u opseg regulacije brzine sa konstantnim momentom, odnosno u opseg regulacije rotorskog napona. Prema tome važi:

$$I_{amax} = I_{anom} = \frac{P_{nom}}{U_{nom} \cdot \eta} = \frac{1600}{400 \cdot 0,8} = 5 [A]$$

b) Brzina obrtanja $n_{max} = 2500 [min^{-1}]$, ne može se ostvariti samo regulacijom rotorskog napona, već se mora slabiti i pobuda posle dostizanja nominalne brzine obrtanja.

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE



Kombinovani ispravljač sa dva tiristorska ispravljača automatski vrši kombinovanu regulaciju sa konstantnim momentom do nominalne brzine obrtanja i regulaciju sa konstantnom snagom iznad nominalne brzine obrtanja. Momenat se pri tome menja saglasno dijagramu na slici.

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Relacija za izračunavanje vremena pokretanja do željene brzine obrtanja dobija se iz Njutnove jednačine, korišćenjem veze između ugaone brzine i brzine obrtanja:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} \Rightarrow M_{din} = J_{\Sigma} \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_{\Sigma} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot \frac{dn}{dt} \Rightarrow$$

$$dt = \frac{J_{\Sigma}}{M_{din}} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot dn \Rightarrow$$

$$t_{zal} = \int_0^{t_{zal}} dt = \int_0^{n_{max}} \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \frac{dn}{M_{din}}$$

Integral se rešava razbijanjem opsega integraljenja na dva, jedan u kom je dinamički moment ubrzanja konstantan i drugi u kom je promenljiv.

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Za prvi opseg važi:

$$\begin{aligned} t_{zal1} &= \int_0^{n_{nom}} \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \frac{dn}{M_{din}} = \int_0^{n_{nom}} \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \frac{dn}{M_{nom}} = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_{nom}} \cdot \int_0^{n_{nom}} dn = \\ &= \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_{nom}} \cdot n_{nom} = \frac{\pi \cdot 0,85 \cdot 1550}{30 \cdot 9,857} = 13,997[s] \end{aligned}$$

Za drugi opseg važi:

$$\begin{aligned} P_{nom} &= M_{nom} \cdot \Omega_{nom} = M_m \cdot \Omega \Rightarrow \\ M_m &= M_{nom} \cdot \frac{\Omega_{nom}}{\Omega} = M_{nom} \cdot \frac{n_{nom}}{n} \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\begin{aligned} t_{zal2} &= \int_{n_{nom}}^{n_{max}} \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \frac{dn}{M_{din}} = \int_{n_{nom}}^{n_{max}} \frac{\pi}{30} \cdot J_{\Sigma} \cdot \frac{dn}{M_{nom} \cdot \frac{n_{nom}}{n}} = \\ &= \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_{nom} \cdot n_{nom}} \cdot \int_{n_{nom}}^{n_{max}} n \cdot dn = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{M_{nom} \cdot n_{nom}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (n_{max}^2 - n_{nom}^2) = \\ &= \frac{\pi \cdot 0,85}{30 \cdot 9,857 \cdot 1550 \cdot 2} \cdot (2500^2 - 1550^2) = 11,208[s] \end{aligned}$$

Ukupno vreme pokretanja je prema tome:

$$t_{zal} = t_{zal1} + t_{zal2} = 13,997 + 11,208 = 25,205[s]$$

Zadatak:

Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom, napajan sa tiristorskim ispravljačem, ima sledeće podatke: nominalni rotorski napon $U_{nom} = 220$ [V]; nominalna rotorska struja $I_{anom} = 34,2$ [A]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 2250$ [min⁻¹]; otpor namotaja rotora i pomoćnih polova $R_a + R_{pp} = 0,38$ [Ω].

Radi određivanja sopstvenog momenta inercije motora izmereno je vreme zaleta neopterećenog motora $t_{zal1} = 0,5$ [s], a zatim je motor opterećen sa čistim zamajnim teretom sa momentom inercije $J_z = 0,2$ [kgm²] i izmereno mu je ponovo vreme zaleta $t_{zal2} = 1,5$ [s].

- a) Koliko iznosi sopstveni moment inercije motora?*
- b) Koliko iznosi vrednost strujne granice na koju je podešen tiristorski ispravljač za vreme izvođenja merenja.*

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

a) U oba merenja pogon se ubrzava sa konstantnim momentom ubrzanja, pa za prvo merenje važi:

$$M_{d1} = M_{\max} = J_m \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_m \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot \frac{n_{\text{nom}}}{t_{\text{zal1}}}$$

Za drugo merenje važi:

$$M_{d1} = M_{\max} = (J_m + J_z) \cdot \frac{d\omega}{dt} = (J_m + J_z) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot \frac{n_{\text{nom}}}{t_{\text{zal2}}}$$

Jednostavnim deljenjem prethodne dve relacije dolazi se do relacije za nepoznat sopstveni moment inercije motora:

$$1 = \frac{J_m}{J_m + J_z} \cdot \frac{t_{\text{zal2}}}{t_{\text{zal1}}} \Rightarrow$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

$$J_m = J_z \cdot \frac{t_{zal1}}{t_{zal2} - t_{zal1}} = J_z \cdot \frac{1}{\frac{t_{zal2}}{t_{zal1}} - 1} = 0,2 \cdot \frac{1}{\frac{1,5}{0,5} - 1} = 0,1 [kgm^2]$$

b) Konstantni moment ubrzanja, odnosno maksimalni moment određen strujnom granicom tiristorskog ispravljača nalazi se iz relacije:

$$M_{\max} = J_m \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot \frac{n_{\text{nom}}}{t_{zal1}} = 0,1 \cdot \frac{\pi \cdot 2250}{30 \cdot 0,5} = 47,224 [Nm]$$

Vrednost nominalnog momenta motora nalazi se iz relacije:

$$\begin{aligned} M_{\text{nom}} &= \frac{P_{\text{nom}}}{\omega_{\text{nom}}} = E_{\text{nom}} \cdot I_{\text{nom}} \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi \cdot n_{\text{nom}}} = \\ &= \left[U - (R_a + R_{pp}) \cdot I_{\text{nom}} \right] \cdot I_{\text{nom}} \cdot \frac{30}{\pi \cdot n_{\text{nom}}} = \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

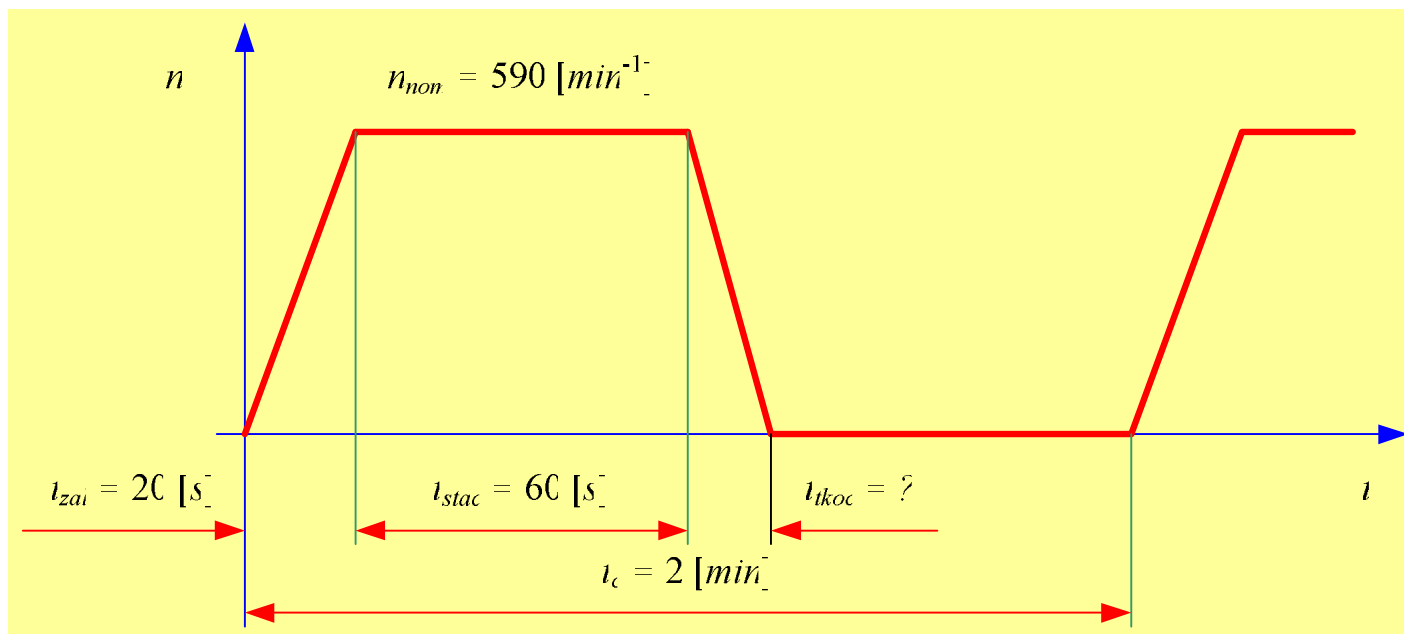
$$M_{nom} = (220 - 0,38 \cdot 34,2) \cdot 34,2 \cdot \frac{30}{\pi \cdot 2250} = 30,046 [Nm]$$

Pošto je moment motora proporcionalan sa strujom motora, sledi da je tražena strujna granica:

$$I_{max} = I_{nom} \cdot \frac{M_{max}}{M_{nom}} = 34,2 \cdot \frac{47,224}{30,046} = 53,753 [A]$$

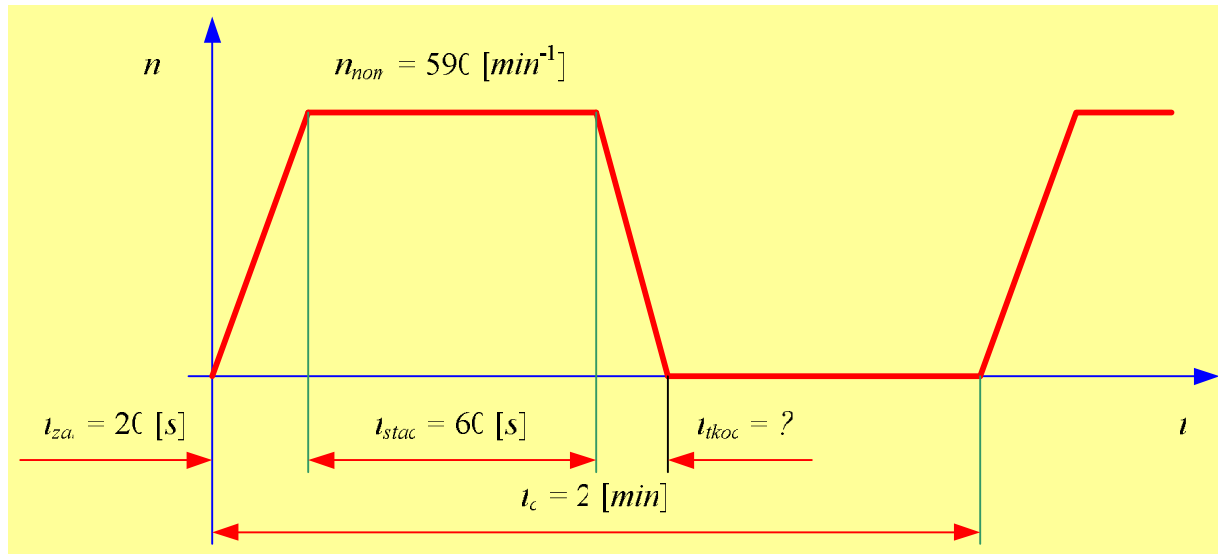
REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Zadatak:



Jednosmerni motor napajan iz tiristorskog ispravljača, pogoni otporno opterećenje sa konstantnim otpornim momentom i ukupnim svedenim momentom inercije na osovini motora $J_\Sigma = 10 \text{ [kgm}^2\text{]}$. Motor se zaleće za vreme $t_{zal} = 20 \text{ [s]}$ do nominalne brzine obrtanja $n_{nom} = 590 \text{ [min}^{-1}\text{]}$, zatim radi u stacionarnom stanju tokom vremena $t_{stac} = 60 \text{ [s]}$ pri čemu motor na osovini razvija snagu $P_m = 680 \text{ [W]}$ i na kraju koči do nulte brzine.

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE



a) *Izračunati vreme kočenja.*

b) *Odrediti odnos maksimalne struje regulisanog ispravljača i nominalne struje motora ako se opisani ciklus opterećenja ponavlja svakih $t_c = 2 \text{ [min]}$, u slučaju da motor ima prinudno hlađenje.*

b) *Odrediti isti odnos kao pod b) u slučaju da motor ima sopstveno hlađenje pri čemu se prilikom stajanja hladi tri puta lošije nego kod obrtanja nazivnom brzinom.*

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

a) Dinamički moment ubrzanja tokom zaleta nalazi se iz relacije:

$$M_{dza} = J \cdot \frac{d\omega}{dt} = J \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = J \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{nom}}{60 \cdot t_{za}} = 10 \cdot \frac{\pi \cdot 590}{30 \cdot 20} = 30,892 [Nm]$$

Otporni moment, prema uslovu zadatka nezavisan od brzine obrtanja nalazi se iz razvijene snage u stacionarnom stanju:

$$M_{tstac} = \frac{P_m}{\Omega_m} = \frac{30 \cdot P_m}{\pi \cdot n_{nom}} = \frac{30 \cdot 680}{\pi \cdot 590} = 11,005 [Nm]$$

Iz toga sledi da motor tokom zaleta razvija maksimalni moment, određen strujnom granicom tiristorskog ispravljača:

$$M_{mmax} = M_{tstac} + M_{dza} = 11,005 + 30,892 = 41,897 [Nm]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Tokom procesa kočenja, teret koči otporni moment i sam motor, te se dinamički moment kočenja dobija iz relacije:

$$M_{dkoc} = M_{tstac} + M_{m\max} = 11,005 + 41,897 = 52,902[Nm]$$

Na kraju traženo vreme kočenja je:

$$t_{koc} = J \cdot \frac{\Delta\Omega}{M_{dkoc}} = J \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{nom}}{60 \cdot M_{dkoc}} = 10 \cdot \frac{\pi \cdot 590}{30 \cdot 52,902} = 11,679[s]$$

b) Za vreme zaleta i kočenja motor razvija maksimalni moment, a tokom stacionarnog stanja razvija navedeni moment u uslovima zadatka, pa je efektivna vrednost momenta, odnosno nominalni moment u slučaju prinudnog hlađenja koje traje i tokom mirovanja:

$$M_{aeff} = M_{anom} = \sqrt{\frac{\sum_i M_i^2 \cdot t_i}{\sum_i t_i}} =$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\begin{aligned} M_{aeff} &= M_{anom} = \sqrt{\frac{M_{m\max}^2 \cdot t_{zal} + M_m^2 \cdot t_{stac} + M_{m\max}^2 \cdot t_{koc}}{t_c}} = \\ &= \sqrt{\frac{M_{m\max}^2 \cdot (t_{zal} + t_{koc}) + M_m^2 \cdot t_{stac}}{t_c}} = \\ &= \sqrt{\frac{41,897^2 \cdot (20 + 11,679) + 11005^2 \cdot 60}{120}} = 22,890 [Nm] \end{aligned}$$

Pošto su struje proporcionalne vrednostima momenta, traženi odnos maksimalne struje regulisanog ispravljača i nominalne struje motora iznosi:

$$\frac{I_{\max}}{I_{anom}} = \frac{M_{m\max}}{M_{anom}} = \frac{41,897}{22,890} = 1,830 []$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

c) U slučaju sopstvenog hlađenja potrebno je računati sa smanjenom efikasnošću ventilatora preko faktora:

$$\beta = \frac{1}{3} \quad \alpha = \frac{1 + \beta}{2} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{2} = \frac{2}{3}$$

U tom slučaju, ekvivalentni moment motora za ciklus iznosi:

$$\begin{aligned} M_{beff} = M_{bnom} &= \sqrt{\frac{\sum_i M_i^2 \cdot t_i}{\sum_j \alpha \cdot t_j + \sum_k t_k + \sum_l \beta \cdot t_l}} = \\ &= \sqrt{\frac{M_{m \max}^2 \cdot (t_{zal} + t_{koc}) + M_m^2 \cdot t_{stac}}{\alpha \cdot (t_{zal} + t_{koc}) + t_{stac} + \beta \cdot [t_c - (t_{zal} + t_{stac} + t_{koc})]}} = \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

$$\begin{aligned} M_{beff} &= M_{bnom} = \\ &= \sqrt{\frac{41,897^2 \cdot (20 + 11,679) + 11,005^2 \cdot 60}{\frac{2}{3} \cdot (20 + 11,679) + 60 + \frac{1}{3} \cdot [120 - (20 + 60 - 11,679)]}} = \\ &= 26,349 [Nm] \end{aligned}$$

Pa je traženi odnos maksimalne struje regulisanog ispravljača i nominalne struje motora:

$$\frac{I_{\max}}{I_{bnom}} = \frac{M_{m\max}}{M_{bnom}} = \frac{41,897}{26,349} = 1,590 []$$

Zadatak:

Dvomotorni pogon čine dva motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom upravljana posebno sa regulatorima u rotorskom i pobudnom krugu.

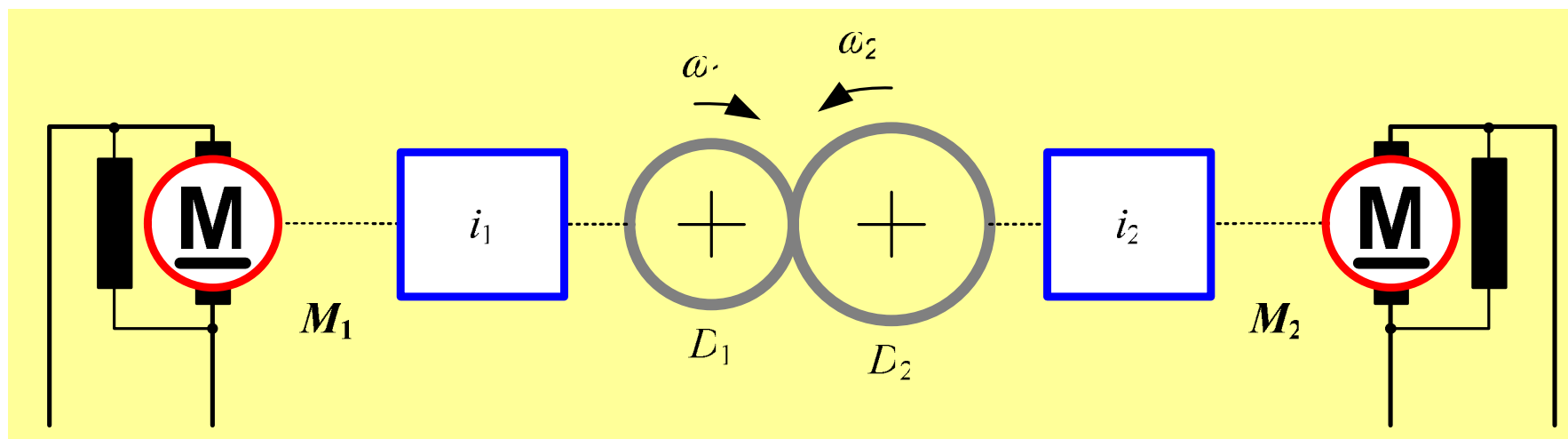
Prvi motor ima nazivne podatke: $U_{nom} = 440 [V]$; $I_{anom} = 26,1 [A]$; $R_a + R_{pp} = 1,1 [\Omega]$; $n_{nom} = 3000 [min^{-1}]$.

Drugi motor ima nazivne podatke: $U_{nom} = 220 [V]$; $I_{anom} = 55 [A]$; $R_a + R_{pp} = 0,091 [\Omega]$; $n_{nom} = 1400 [min^{-1}]$.

Prvi motor pokreće preko reduktora prenosnog odnosa 25 : 1 valjak prečnika $D_1 = 600 [mm]$, a drugi motor preko reduktora prenosnog odnosa 20 : 1 valjak prečnika $D_2 = 1000 [mm]$. Valjci su priljubljeni jedan uz drugi i vrte se zajedno bez proklizavanja. U stacionarnom stanju izmerena je periferijska brzina valjaka od $v = 250 [m/min]$ i rotorske struje motora $I_{a1} = 15 [A]$ i $I_{a2} = 20 [A]$.

Koliki su u tom slučaju moment opterećenja, naponi napajanja i pobude motora u odnosu na nominalne.

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE



REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Rešenje:

Periferijska brzina valjaka iznosi:

$$v = 250[m / \text{min}] = \frac{250}{60}[m / s] = 4,166 \cdot [m / s]$$

Ugaona brzina prvog valjka iznosi:

$$\omega_1 = \frac{v}{R_1} = \frac{250}{60 \cdot 0,3} = 13,888 \cdot [s^{-1}]$$

Brzina obrtanja osovine prvog valjka je:

$$n_1 = \omega_1 \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} = \frac{250 \cdot 60}{60 \cdot 0,3 \cdot 2 \cdot \pi} = 132,629[\text{min}^{-1}]$$

Prema tome brzina obrtanja osovine prvog motora iznosi:

$$n_{m1} = i_1 \cdot n_1 = 25 \cdot 132,629 = 3315,728[\text{min}^{-1}]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Ova brzina je veća od nominalne brzine obrtanja prvog motora $n_{nom} = 3000 [min^{-1}]$, što znači da taj motor radi u području slabljenja polja, **napon napajanja mu je nominalan** a odnos slabljenja je:

$$k_E \cdot \Phi_{nom1} = \frac{E_{nom1}}{n_{nom1}} = \frac{U_{nom1} - I_{anom1} \cdot (R_{a1} + R_{pp1})}{n_{nom1}} =$$
$$= \frac{440 - 26,1 \cdot 1,1}{3000} = 0,137096 [Vmin]$$

$$k_E \cdot \Phi_1 = \frac{E_1}{n_{m1}} = \frac{U_{nom1} - I_{a1} \cdot (R_{a1} + R_{pp1})}{n_{m1}} =$$
$$= \frac{440 - 15 \cdot 1,1}{3315,728} = 0,1307405 [Vmin]$$

$$\lambda_1 = \frac{k_E \cdot \Phi_1}{k_E \cdot \Phi_{nom1}} = \frac{0,1307405}{0,137096} \approx 0,9537 []$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Ugaona brzina drugog valjka iznosi:

$$\omega_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{250}{60 \cdot 0,5} = 2,138 [s^{-1}]$$

Brzina obrtanja osovine drugog valjka je:

$$n_2 = \omega_2 \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} = \frac{250 \cdot 60}{60 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot \pi} = 79,578 [\text{min}^{-1}]$$

Prema tome brzina obrtanja osovine drugog motora iznosi:

$$n_{m2} = i_2 \cdot n_2 = 20 \cdot 79,578 = 1591,5495 [\text{min}^{-1}]$$

Ova brzina je veća od nominalne brzine obrtanja drugog motora $n_{nom} = 1400 [\text{min}^{-1}]$, što znači da i taj motor radi u području slabljenja polja, sa **nominalnim naponom napajanja**, pri čemu mu odnos slabljenja iznosi:

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

$$k_E \cdot \Phi_{nom2} = \frac{E_{nom2}}{n_{nom2}} = \frac{U_{nom2} - I_{anom2} \cdot (R_{a2} + R_{pp2})}{n_{nom2}} =$$
$$= \frac{220 - 55 \cdot 0,091}{1400} = 0,15357 [Vmin]$$

$$k_E \cdot \Phi_2 = \frac{E_2}{n_{m2}} = \frac{U_{nom2} - I_{a2} \cdot (R_{a2} + R_{pp2})}{n_{m2}} =$$
$$= \frac{220 - 20 \cdot 0,091}{1591,5495} = 0,13709 [Vmin]$$

$$\lambda_2 = \frac{k_E \cdot \Phi_2}{k_E \cdot \Phi_{nom2}} = \frac{0,13709}{0,15357} \approx 0,8927 []$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA JEDNOSMERNE STRUJE

Pri tome motori razvijaju momente na osovini motora:

$$\begin{aligned} M_{m1} &= \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{E_1 \cdot I_{a1}}{n_{m1}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{U_{nom1} - I_{a1} \cdot (R_{a1} + R_{pp1})}{n_{m1}} \cdot I_{a1} = \\ &= \frac{30}{\pi} \cdot \frac{440 - 15 \cdot 1,1}{3315,728} \cdot 15 = 18,727 [Nm] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{m2} &= \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{E_2 \cdot I_{a2}}{n_{m2}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{U_{nom2} - I_{a2} \cdot (R_{a2} + R_{pp2})}{n_{m2}} \cdot I_{a2} = \\ &= \frac{30}{\pi} \cdot \frac{220 - 20 \cdot 0,091}{3315,728} \cdot 20 = 26,1816 [Nm] \end{aligned}$$

Prema tome traženi moment opterećenja iznosi:

$$\begin{aligned} M_t &= i_1 \cdot M_{m1} + i_2 \cdot M_{m2} = 25 \cdot 18,727 + 20 \cdot 26,1816 = \\ &= 991,807 [Nm] \end{aligned}$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 15:

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE.

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Trofazni asinhroni motor sa namotanim rotorom sa podacima: fazni napon $U_s = 220$ [V]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 1400$ [min⁻¹]; induktivnosti rasipanja $L_s = L_r' = 8,8$ [mH]; zajednička induktivnost $L_m \rightarrow \infty$ [mH]; otpornost statora $R_r' \approx 0$ [Ω]; otpornost rotora svedena na stator $R_r' = 2,5$ [Ω]; nominalna učestanost $f_s = 50$ [Hz], pušta se u rad pomoću rotorskog otpornika koji se može kontinualno menjati. Motor pokreće opterećenje sa konstantnim momentom nezavisnim od brzine obrtanja, jednakim nominalnom momentu motora, sa ukupnim momentom inercije $J_\Sigma = 2$ [kgm²].

Odrediti:

- a) Zavisnost vrednosti dodatnog otpora od brzine tako da se u toku polaska održava stalna i maksimalna vrednost ubrzanja.*
- b) Izvesti zavisnost struje statora od brzine ako se polazak ostvaruje prema a).*
- c) Nacrtati dijagrame promene dodatnog otpora i struje statora u funkciji brzine, do brzine stacionarnog stanja kod opisanog načina polaska.*

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Vrednost maksimalnog kritičnog momenta iznosi:

$$M_{kr} = \frac{3 \cdot p}{2} \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s} \right)^2 \cdot \frac{1}{L_s + L_r'} = \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{220}{2 \cdot \pi \cdot 50} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,0088} = 83,67 [Nm]$$

Kritično klizanje iznosi:

$$s_{kr} = \frac{R_r'}{\omega_s \cdot (L_s + L_r')} = \frac{2,5}{2\pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 0,0088} = 0,45 []$$

Nominalno klizanje iznosi:

$$s_{nom} = \frac{n_1 - n_{nom}}{n_1} = \frac{1500 - 1400}{1500} = \frac{1}{15} = 0,067 []$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Nominalni moment iznosi:

$$M_{nom} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}}} = \frac{2 \cdot 83,67}{\frac{0,067}{0,45} + \frac{0,45}{0,067}} = 24,47 [Nm]$$

a) Maksimalna vrednost ubrzanja pri polasku obezbeđuje se pri $M_{pol} = M_{kr}$, odnosno:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{pol} - M_T}{J_\Sigma} = \frac{M_{kr} - M_{nom}}{J_\Sigma} = \frac{83,67 - 24,47}{2} = 29,65 [s^{-2}]$$

Zavisnost otpora, radi održanja maksimalnog ubrzanja tokom zaleta, treba da zadovolji uslov:

$$s(n) = s_{kr}(n) = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{R_r' + R_d'}{\omega_s \cdot (L_s + L_r')} \Rightarrow$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$R_d' = \frac{n_1 - n}{n_1} \cdot \omega_s \cdot (L_s + L_r') - R_r' = \left(1 - \frac{n}{n_1}\right) \cdot \omega_s \cdot (L_s + L_r') - R_r'$$

Maksimalna vrednost dodatnog otpora za upuštanje je pri $n = 0$:

$$\begin{aligned} R_{d\max}' &= \omega_s \cdot (L_s + L_r') - R_r' = \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (0,0088 + 0,0088) - 2,5 = 3,026 [\Omega] \end{aligned}$$

b) Struja zadovoljava sledeću relaciju:

$$I_s(\omega) = \frac{U_s}{\sqrt{\left(\frac{R_r' + R_d'}{s(\omega)}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_s + L_r')^2}}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Pošto važi:

$$s(\omega) = s_{kr}(\omega) = \frac{R_r' + R_d'}{\omega_s \cdot (L_s + L_r')} \Rightarrow \frac{R_r' + R_d'}{s(\omega)} = \omega_s \cdot (L_s + L_r') \Rightarrow$$

sledi da je:

$$I_s(\omega) = \frac{U_s}{\sqrt{2} \cdot \omega_s \cdot (L_s + L_r')} =$$
$$= \frac{220}{\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (2 \cdot 0,0088)} = 28,134[A] = I_s(n) = konst$$

struja konstantna, odnosno nezavisna od brzine obrtanja motora.

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

c) Prethodne zavisnosti dodatnog otpora i struje u funkciji brzine važe samo do izlaska na prirodnu karakteristiku motora, odnosno do brzine obrtanja jednakoj kritičnoj $n = n_{bkr}$:

$$n_{kr} = n_1 \cdot (1 - s_{kr}) = 1500 \cdot (1 - 0,45) = 825 [\text{min}^{-1}]$$

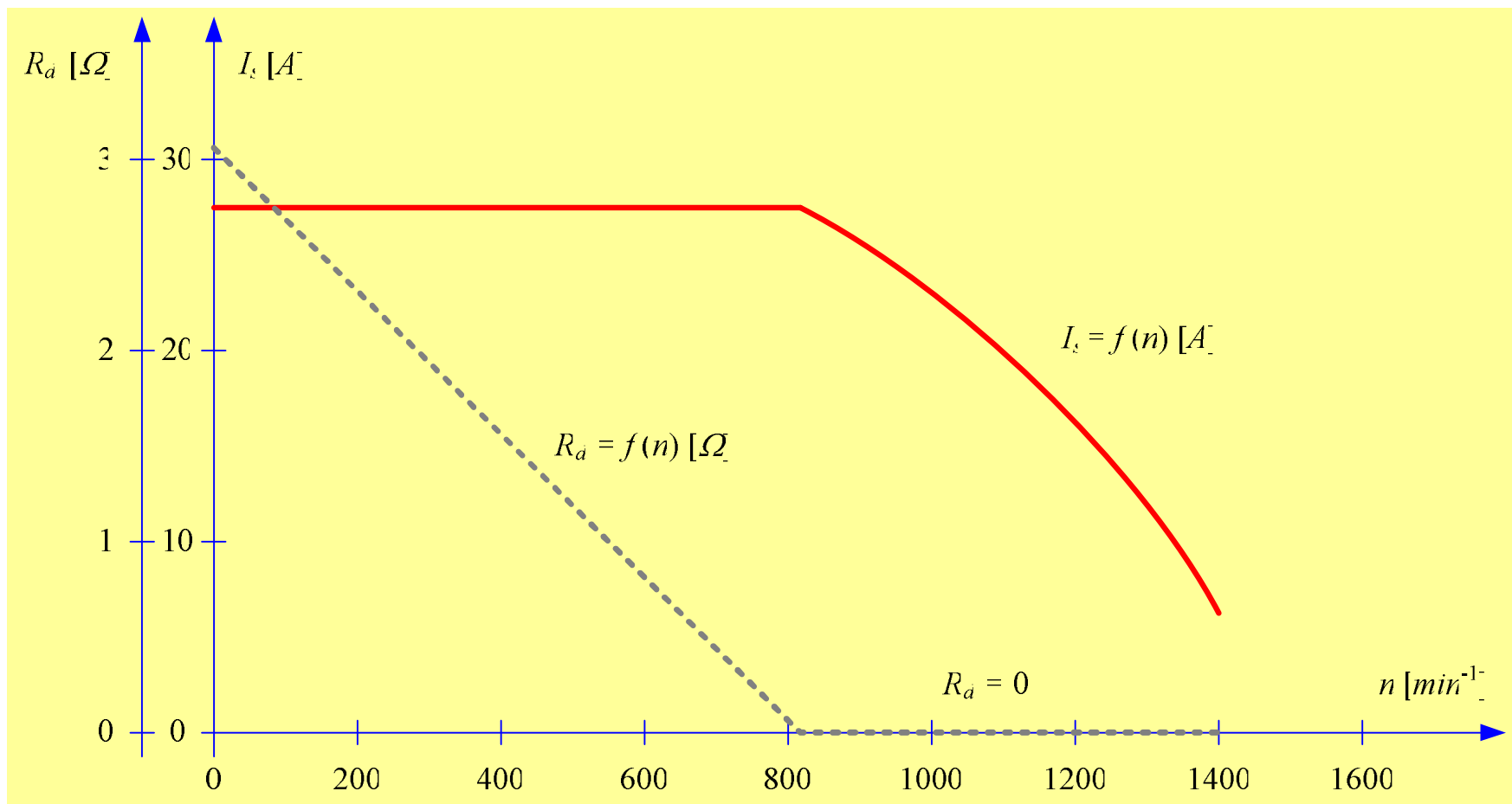
Pošto je tad $R_d' = 0$, odnosno za $n > n_{bkr}$ važi:

$$I_s(\omega) = \frac{U_s}{\sqrt{\left(\frac{R_r'}{s}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_s + L_r')^2}}$$

sve do stacionarnog stanja $n_{nom} = 1400 \text{ } \square [\text{min}^{-1}]$; $I_{nom} = 5,8 \text{ [A]}$.

Traženi dijagram ima oblik kao sledećoj slici.

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE



REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Trofaznom asihronom motoru sa podacima: $P_{nom} = 5,2 \text{ [kW]}$; $U_s = 220 \text{ [V]}$; $n_{nom} = 1400 \text{ [min}^{-1}\text{]}$; $L_s = L_r' = 8,2 \text{ [mH]}$; $R_r' = 1,666 \text{ [}\Omega\text{]}$; $f_s = 50 \text{ [Hz]}$; mora se ograničiti polazna struja na dvostruku vrednost nominalne struje, pri stalnoj i nominalnoj učestanosti. Ograničenje struje polaska ostvaruje se snižavanjem napona napajanja. Odrediti:

- a) Vrednost polaznog momenta i sniženog napona napajanja pri kom se ostvaruje traženi uslov u trenutku uključenja motora.*
- b) Vrednost napona napajanja koja sme da se dovede na motor pri brzini obrtanja od $n_b = 500 \text{ [min}^{-1}\text{]}$.*
- c) Vrednost brzine obrtanja pri kojoj se sme dovesti nominalni napon na motor.*
- d) Ako se motor, pušta u pogon sa sniženim naponom određenim prema uslovu a), odrediti koliko puta će se povećati vreme zaleta do nominalne brzine obrtanja u odnosu na vreme zaleta koje se dobija kada se motor direktno priključuje na mrežu. Pri proračunu smatrati da je moment opterećenja motora zanemarljiv.*

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

a) Nominalno klizanje motora iznosi:

$$s_{nom} = \frac{n_s - n_{nom}}{n_s} = \frac{1500 - 1400}{1500} = \frac{100}{1500} = \frac{1}{15} = 0,0666[]$$

Nominalna vrednost struje motora iznosi:

$$\begin{aligned} I_{snom} = I'_{rnom} &= \frac{U_s}{Z_{nom}} = \frac{U_s}{\sqrt{\left(\frac{R'_r}{s_{nom}}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_s + L_r')^2}} = \\ &= \frac{220}{\sqrt{\left(\frac{5/3}{1/15}\right)^2 + (100 \cdot \pi)^2 \cdot (2 \cdot 0,0082)^2}} = \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned} I_{snom} = I'_{rnom} &= \frac{220}{\sqrt{25^2 + 4 \cdot 10^4 \cdot \pi^2 \cdot 8,2^2 \cdot 10^{-6}}} = \frac{220}{\sqrt{625 + 26,5432}} = \\ &= \frac{220}{\sqrt{651,5452}} = \frac{220}{25,5253} = 8,619[A] \end{aligned}$$

Iz uslova da se polazna struja mora ograničiti na dvostruku vrednost nominalne struje i uslova da je klizanje u trenutku polaska jednako jedinici, određuje se vrednost sniženog napona, koja obezbeđuje tražene uslove:

$$\begin{aligned} U_{spol} &= I_{spol} \cdot Z_{pol} = 2 \cdot I_{snom} \cdot \sqrt{(R'_r)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_s + L'_r)^2} = \\ &= 2 \cdot 8,619 \cdot \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 26,5452} = 2 \cdot 8,619 \cdot \sqrt{29,3230} = \\ &= 2 \cdot 8,619 \cdot 5,4158 = 93,344[V] \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Polazni moment se nalazi iz relacije:

$$M_{pol} = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{\omega_s} \cdot (I_{spol})^2 = 3 \cdot 2 \cdot \frac{\frac{5}{3}}{100\pi} \cdot (2 \cdot 8,619)^2 = 9,458 [N_m]$$

Klizanje pri brzini obrtanja od $n_b = 500 \text{ } [min^{-1}]$ iznosi:

$$s_b = \frac{n_s - n_b}{n_s} = \frac{1500 - 500}{1500} = \frac{1000}{1500} = \frac{2}{3} = 0,666 []$$

Vrednost napona napajanja koja sme da se dovede na motor pri traženoj brzini obrtanja, a da struja pri tome ne bude veća od dvostruke vrednosti nominalne struje, iznosi:

$$U_{sb} = 2 \cdot I_{snom} \cdot Z_b = 2 \cdot I_{snom} \cdot \sqrt{\left(\frac{R'_r}{s_b}\right)^2 + \omega_s \cdot (L_s + L'_r)^2} =$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$U_{sb} = 2 \cdot 8,619 \cdot \sqrt{\left(\frac{5/3}{2/3}\right)^2 + 26,5488} = 2 \cdot 8,619 \cdot \sqrt{32,7988} = \\ = 2 \cdot 8,619 \cdot 5,7270 = 98,721[V]$$

c) Iz uslova da pri traženoj brzini obrtanja struja ne sme da bude veća od dvostruke vrednosti nominalne struje, nalazi se klizanje pri kom je ostvaren taj uslov:

$$U_{snom} = 2 \cdot I_{snom} \cdot Z_c = 2 \cdot I_{snom} \cdot \sqrt{\left(\frac{R'_r}{s_c}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_s + L'_r)^2}$$

$$\left(\frac{R'_r}{s_c}\right)^2 = \left(\frac{U_{snom}}{2 \cdot I_{snom}}\right)^2 - \omega_s^2 \cdot (L_s + L'_r)^2 =$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\left(\frac{R'_r}{s_c}\right)^2 = \left(\frac{220}{2 \cdot 8,619}\right)^2 - 26,5452 = (12,7626)^2 - 26,5452 = 136,3410$$

$$\left(\frac{R'_r}{s_c}\right) = \sqrt{136,3410} = 11,6765$$

$$s_c = \frac{R'_r}{11,6765} = \frac{5}{3 \cdot 11,6765} = 0,1427[\]$$

Odnosna tražena brzina obrtanja iznosi:

$$n_c = n_s \cdot (1 - s_c) \cdot n_s = 1500 \cdot (1 - 0,1427) = 1285,895[\text{min}^{-1}]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

d) Vreme zaleta asinhronog motora pri direktnom upuštanju na mrežu do nominalne brzine obrtanja odnosno od jediničnog klizanja do nominalnog klizanja određeno je izrazom:

$$t_{zdir} = \frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{krdir}} \cdot \left[\left(\frac{1 - s_{nom}^2}{2 \cdot s_{kr}} \right) - s_{kr} \cdot \ln s_{nom} \right]$$

Slično, vreme zaleta asinhronog motora pri upuštanju sa smanjenim naponom iznosi:

$$t_{zsnizeno} = \frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{krsnizeno}} \cdot \left[\left(\frac{1 - s_{nom}^2}{2 \cdot s_{kr}} \right) - s_{kr} \cdot \ln s_{nom} \right]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Traženi odnos povećanja vremena zaleta sa sniženim naponom u odnosu na zalet sa nominalnim naponom iznosi:

$$\frac{t_{zsnizeno}}{t_{zdir}} = \frac{\frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{krsnizeno}} \cdot \left[\left(\frac{1 - s_{nom}^2}{2 \cdot s_{kr}} \right) - s_{kr} \cdot \ln s_{nom} \right]}{\frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{krdir}} \cdot \left[\left(\frac{1 - s_{nom}^2}{2 \cdot s_{kr}} \right) - s_{kr} \cdot \ln s_{nom} \right]} = \frac{M_{krdir}}{M_{krsnizeno}}$$

odnosno jednak je odnosu kritičnih momenata pri nominalnom i sniženom naponu.

Kritični moment pri nominalnom naponu napajanja, nalazi se iz relacije:

$$\begin{aligned} M_{krdir} &= \frac{3 \cdot p}{2} \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s} \right)^2 \cdot \frac{1}{L_s + L_r'} = \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{220}{100 \cdot \pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,0082} = \\ &= 89,706 [N_m] \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Kritični moment pri sniženom naponu napajanja, nalazi se iz relacije:

$$M_{krsnizeno} = \frac{3 \cdot p}{2} \cdot \left(\frac{U_{spol}}{\omega_s} \right)^2 \cdot \frac{1}{L_s + L'_r} = \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{93,344}{100 \cdot \pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,0082} = \\ = 16,149 [N_m]$$

Prema tome traženi odnos povećanja vremena zaleta iznosi:

$$\frac{t_{zsnizeno}}{t_{zdir}} = \frac{M_{krdir}}{M_{krsnizeno}} = \frac{\frac{3 \cdot p}{2} \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s} \right)^2 \cdot \frac{1}{L_s + L'_r}}{\frac{3 \cdot p}{2} \cdot \left(\frac{U_{sp}}{\omega_s} \right)^2 \cdot \frac{1}{L_s + L'_r}} = \left(\frac{U_s}{U_{sp}} \right)^2 = \\ = \left(\frac{220}{93,344} \right)^2 = 5,555 []$$

Zadatak:

Ako se motoru iz prethodnog zadatka, ograničenje struje polaska na dvostruku vrednost nominalne struje, izvodi ubacivanjem simetričnog otpornika na red sa statorskim namotajima, odrediti:

- a) Vrednost otpornosti dodatnog statorskog otpornika, pomoću koga se ostvaruje traženi uslov u trenutku uključanja motora, odrediti polazni moment u tom slučaju.*
- b) Vrednost otpornosti dodatnog statorskog otpornika, koji sme da se priključi na motor pri brzini obrtanja od $n_{b1} = 500 \text{ } [min^{-1}]$ i $n_{b2} = 1000 \text{ } [min^{-1}]$.*

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

a) Iz uslova da se polazna struja mora ograničiti na dvostruku vrednost nominalne struje i uslova da je klizanje u trenutku polaska jednako jedinici, važi:

$$s_{pol} = 1 \Rightarrow$$

$$I_{pol} = 2 \cdot I_{nom} = \frac{U_s}{Z_{d1}} = \frac{U_s}{\sqrt{\left(R_{d1} + \frac{R_r'}{s_{pol}}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_s + L_r')^2}}$$

pa je tražena vrednost otpornosti:

$$R_{d1} = \sqrt{\left(\frac{U_s}{2 \cdot I_{snom}}\right)^2 - \omega_s^2 \cdot (L_s + L_r')^2} - R_r' =$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned} R_{d1} &= \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{220}{8,619} \right)^2 - (100 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 0,0082)^2} - 1,666 = \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 651,545288 - 26,545288} - 1,666 = \\ &= \sqrt{136,341034} - 1,666 = \\ &= 11,6765166 - 1,666 = 10,00984968[\Omega] \approx 10,010[\Omega] \end{aligned}$$

Polazni moment nalazi se iz iste relacije, kao i u prethodnom zadatku:

$$M_{pol} = 3 \cdot p \cdot \frac{R_r'}{\omega_s} \cdot (I_{spol})^2 = 3 \cdot 2 \cdot \frac{\frac{5}{3}}{100 \cdot \pi} \cdot (2 \cdot 8,619)^2 = 9,458[N_m]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

b) Klizanje pri brzini obrtanja od $n_{b1} = 500 \text{ } [min^{-1}]$ iznosi:

$$s_{b1} = \frac{n_s - n_{b1}}{n_s} = \frac{1500 - 500}{1500} = \frac{1000}{1500} = \frac{2}{3} = 0,666[]$$

Na isti način kao pod a) nalazi se relacija za izračunavanje vrednosti dodatnog otpora:

$$\left(R_{d2} + \frac{R_r'}{s_{b1}} \right)^2 = \left(\frac{U_s}{2 \cdot I_{snom}} \right)^2 - \omega_s \cdot (L_s + L_r')^2$$

$$R_{d2} = \sqrt{\left(\frac{U_n}{2 \cdot I_{snom}} \right)^2 - \omega_s^2 \cdot (L_s + L_r')^2} - \frac{R_r'}{s_{b1}} = 11,6765116 - \frac{3}{\frac{2}{3}} =$$
$$= 11,6775166 - 2,5 = 9,1765166[\Omega] \approx 9,177[\Omega]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Na isti način nalazi se i tražena vrednost otpora pri brzini obrtanja $n_{b2} = 1000 \text{ } [min^{-1}]$:

$$s_{b2} = \frac{n_s - n_{b2}}{n_s} = \frac{1500 - 1000}{1500} = \frac{500}{1500} = \frac{1}{3} = 0,333[\text{ }]$$

$$R_{d3} = \sqrt{\left(\frac{U_s}{2 \cdot I_{snom}} \right)^2 - \omega_s^2 \cdot (L_s + L_r')} - \frac{R_r'}{s_{b2}} = 11,6765166 - \frac{5}{\frac{1}{3}} =$$
$$= 11,6765166 - 5 = 6,6765166[\Omega] \approx 6,677[\Omega]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Odrediti koliki otpor treba uključiti u kolo rotora trofaznog asinhronog motora sa namotanim rotorom da bi pri prelasku motora na rad u režim kočnice dobili elektromagnetni kočioni moment jednak 130% nominalnog momenta, ako je brzina u početku kočenja bila nominalna.

Podaci motora su: nominalna snaga $P_{nom} = 16$ [kW]; nominalni međufazni napon $U_{nom} = 380$ [V]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 718$ [min⁻¹]; omski otpor statora $R_s = 0,26$ [Ω]; induktivni otpor statora $X_s = 0,354$ [Ω]; omski otpor rotora $R_r = 0,105$ [Ω]; induktivni otpor rotora $X_r = 0,24$ [Ω]; prenosni odnos stator/rotor $N_s / N_r = 1,63$ []; veza Y; frekvencija mreže $f_s = 50$ [Hz].

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Klizanje u trenutku prespajanja na režim kočnice iznosi:

$$s_{koc} = \frac{n_s + n_{nom}}{n_s} = \frac{750 + 718}{750} = \frac{1468}{750} = 1,957[\]$$

Tražena vrednost elektromagnetnog kočionog momenta može se odrediti iz uslova zadatka:

$$M_{koc} = 1,3 \cdot M_{nom} = 1,3 \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{1,3 \cdot 30 \cdot 16000}{\pi \cdot 718} = 276,637[N_m]$$

Vrednost elektromagnetnog kočionog momenta dobija se iz relacije:

$$M_{koc} = \frac{3 \cdot p}{\omega} \cdot \frac{R_r'}{s_{koc}} \cdot I_r'^2 = \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \frac{R_{r\Sigma}'}{s_{koc}} \cdot \frac{U_s^2}{\left(R_s + \frac{R_{r\Sigma}'}{s_{koc}} \right)^2 + \left(X_s + X_r' \right)^2}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Izjednačavanjem ove dve vrednosti i postupnim rešavanjem dobija se relacija za izračunavanje ukupne vrednosti svedene rotorske omske otpornosti:

$$\left(R_s + \frac{R_{r\Sigma}'}{s_{koc}} \right)^2 + \left(X_s + X_r' \right)^2 = \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \frac{R_{r\Sigma}'}{s_{koc}} \cdot \frac{U_s^2}{M_{koc}}$$

$$\left(\frac{R_{r\Sigma}'}{s_{koc}} \right)^2 + 2 \cdot \frac{R_{r\Sigma}'}{s_{koc}} \cdot R_s - \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \frac{R_{r\Sigma}'}{s_{koc}} \cdot \frac{U_s^2}{M_{koc}} + R_s^2 + \left(X_s + X_r' \right)^2 = 0$$

$$R_{r\Sigma}'^2 + R_{r\Sigma}' \cdot \left(2 \cdot R_s \cdot s_{koc} - \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \frac{U_s^2}{M_{koc}} \cdot s_{koc} \right) + s_{koc}^2 \cdot \left[R_s^2 + \left(X_s + X_r' \right)^2 \right] = 0$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Relacija je kvadratna jednačina u kojoj pojedini članovi imaju sledeće brojčane vrednosti:

$$\left(2 \cdot R_s \cdot s_{koc} - \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \frac{U_s^2}{M_{koc}} \cdot s_{koc} \right) =$$
$$= 2 \cdot 0,26 \cdot 1,957 - \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot \pi \cdot 50} \cdot \frac{220^2}{276,637} \cdot 1,957 = -12,061$$

$$X_r' = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 \cdot X_r = 1,63^2 \cdot 0,24 = 0,638 [\]$$

$$s_{koc}^2 \cdot \left[R_s^2 + \left(X_s + X_r' \right)^2 \right] = 1,957^2 \cdot \left[0,26^2 + (0,354 + 0,638)^2 \right] = 4,028$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Prema tome vrednost svedene ukupne rotorske omske otpornosti nalazi se kao rešenje kvadratne jednačine:

$$R_{r\Sigma}'^2 - 12,061 \cdot R_{r\Sigma}' + 4,028 = 0$$

$$R_{r\Sigma}'^{1/2} = \frac{12,061 \pm \sqrt{12,061^2 - 4 \cdot 4,028}}{2} = \frac{12,061 \pm 11,373}{2} = \begin{cases} 11,717[\Omega] \\ 0,344[\Omega] \end{cases}$$

Uzima se veća vrednost otpora pošto se sa njom dobija manja vrednost struje kočenja.

Iz tog proizlazi da je vrednost ukupne rotorske omske otpornosti:

$$R_{r\Sigma} = \frac{R_{r\Sigma}'}{\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2} = \frac{11,717}{1,63^2} = 4,410[\Omega]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Na kraju se vrednost tražene dodatne otpornosti dobija iz relacije:

$$R_{rd} = R_{r\Sigma} - R_r = 4,410 - 0,24 = 4,17[\Omega]$$

ELEKTRIČNI POGONI

VEŽBE 16:

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE.

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Trofazni kavezni asinhroni motor sa rotorom u kratkom spoju, sa podacima $U_{nom} = 220 [V]$, $f_{nom} = 50 [Hz]$, $n_{nom} = 1400 [min^{-1}]$, $L_s = L_r' = 0,0088 [H]$, $R_s = 0 [\Omega]$, $R_r' = 2,5 [\Omega]$, služi za pokretanje reaktivnog opterećenja sa konstantnim otpornim momentom $M_t = 25 [Nm] = const.$

- a) Kolika je brzina obrtanja ako je učestanost napajanja $50 [Hz]$, a napon $220 [V]$?*
- b) U cilju smanjenja brzine na polovinu vrednosti iz a) napon je smanjen na $125 [V]$. Na koju vrednost treba podesiti učestanost?*
- c) Dali je ovaj način podešavanja brzine ispravan? Odgovor obrazložiti!*

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

a) Brzina obrtanja može se naći iz jednačine momenta motora i činjenice da je on u stacionarnom stanju jednak sa momentom opterećenja:

$$\begin{aligned} M_t &= 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r \cdot |I'_r(s)|^2}{s \cdot \omega_s} = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_r}{s \cdot \omega_s} \cdot \frac{U_s^2}{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot (L_s + L'_r)^2} = \\ &= 3 \cdot p \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s}\right)^2 \frac{R'_r \cdot s \cdot \omega_s}{R_r'^2 + (s \cdot \omega_s)^2 \cdot (L_s + L'_r)^2} = \\ &= 3 \cdot p \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s}\right)^2 \frac{R'_r \cdot \omega_r}{R_r'^2 + \omega_r^2 \cdot (L_s + L'_r)^2} \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Daljim rešavanjem dobija se relacija za električnu ugaonu rotorsku brzinu:

$$3 \cdot p \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s} \right)^2 \cdot R'_r \cdot \omega_r = M_t \cdot \left[R_r'^2 + \omega_r^2 \cdot (L_s + L'_r)^2 \right]$$

$$\omega_r^2 \cdot (L_s + L'_r)^2 - \frac{3 \cdot p \cdot R'_r}{M_t} \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s} \right)^2 \cdot \omega_r + R_r'^2 = 0$$

$$\omega_r^2 - \frac{3 \cdot p \cdot R'_r}{M_t \cdot (L_s + L'_r)^2} \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s} \right)^2 \cdot \omega_r + \frac{R_r'^2}{(L_s + L'_r)^2} = 0$$

Ova relacija je kvadratna jednačina sa parametrima:

$$a \cdot \omega_r^2 - b \cdot \omega_r + c = 0$$

$$a = 1$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$b = \frac{3 \cdot p \cdot R'_r}{M_t \cdot (L_s + L'_r)^2} \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s} \right) = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2.5}{25 \cdot (2 \cdot 0,0088)^2} \left(\frac{220}{314} \right)^2 = 951,0339$$

$$c = \frac{R_r'^2}{(L_s + L'_r)^2} = \left(\frac{2,5}{2 \cdot 0,0088} \right)^2 = 20176,909$$

Rešenja kvadratne jednačine su:

$$\begin{aligned} \omega_{r_{1,2}} &= \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot c}}{2} = \frac{951,0339 \pm \sqrt{951,0339^2 - 4 \cdot 20176,909}}{2} = \\ &= \begin{cases} 929,32245 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \\ 21,71165 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \end{cases} \end{aligned}$$

Prvo rešenje nema smisla, pa je prema tome tražena brzina obrtanja:

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\Omega_a = \frac{\omega_s - \omega_{ra}}{p} = \frac{314 - 21,71165}{2} = 146,144 \left[\text{rad/s} \right]$$

$$n_a = \frac{30}{\pi} \cdot \Omega_a = \frac{30}{\pi} \cdot 146,144 = 1396,28 \left[\text{min}^{-1} \right]$$

b) Mora se zadržati odnos U/f konstantnim:

$$\frac{125}{f_x} = \frac{220}{50} \Rightarrow f_x = \frac{125}{220} \cdot 50 = 28,41 \left[\text{Hz} \right]$$

$$\omega_{sb} = 2 \cdot \pi \cdot f_x = 178,499 \left[\text{rad/s} \right]$$

$$s = \frac{\omega_s - \omega_a}{\omega_s} = \frac{157 - 146,144}{157} \approx 0,0687$$

$$\Omega_b = \frac{\omega_{sb} \cdot (1 - s)}{p} = \frac{178,499 \cdot (1 - 0,0687)}{2} = 83,07 \left[\text{rad/s} \right]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Dobijena brzina je veća od tražene ($146,144 / 2 = 73,105 \text{ [rad/s]}$), pa se mora još smanjiti frekvencija, što će pri stalnom naponu dovesti do povećanje M_{kr} , pa se mora odrediti probom za:

$$\omega_s = p \cdot \Omega + \omega_r \Rightarrow \omega_r = 18,356 \left[\text{rad/s} \right] \Rightarrow$$

$$\omega_{sb} = 164,56 \left[\text{rad/s} \right] \Rightarrow f_{sb} = 26,19 \left[\text{Hz} \right]$$

c) Nije ispravno držan uslov $U/f = \text{const}$, odnosno mora se podesiti sinhrona brzina na:

$$\omega_{sc} = p \cdot \frac{\Omega_a}{2} + \omega_{ra} = 167,95 \left[\text{rad/s} \right] \Rightarrow f_{sc} = 26,73 \left[\text{Hz} \right]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Trofazni kavezni asinhroni motor nazivnih podataka $P_{nom} = 4$ [kW], $U_{nom} = 380$ [V], $f_{nom} = 50$ [Hz], $n_{nom} = 1440$ [min⁻¹], spoj = D ima polaznu struju $5 I_{nom}$ upotrebljen je za pogon radne mašine sa konstantnim momentom nezavisnim od brzine obrtanja. Smatrati da su otpor statora i struja magnećenja zanemarljivi.

a) Odrediti maksimalni otporni moment radne mašine koji može da savlada pogonski motor pri polasku ako se pušta direktnim priključenjem na mrežu.

b) Ako se motor napaja iz frekventnog pretvarača, sa kojim naponom i učestanošću treba startovati pogon da bi se postiglo maksimalno početno ubrzanje. Odrediti maksimalnu vrednost momenta koji u tom slučaju razvija motor. Koliki faktor strujnog preopterećenja u tom slučaju treba da obezbedi pretvarač frekvencije.

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

a) Nominalni noment i klizanje motora iznose:

$$M_{nom} = \frac{P_n}{\Omega_n} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{4000}{1440} = 26,526 [Nm]$$

$$s_{nom} = \frac{n_1 - n_{nom}}{n_1} = \frac{1500 - 1440}{1500} = \frac{60}{1500} = 0,04 []$$

Polazeći od opšteg izraza za moment, nalaze se izrazi za polazni i nominalni moment:

$$M_{pol} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{m}{n_1} \cdot \frac{R_r'}{s_p} \cdot I_{pol}^2$$

$$M_{nom} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{m}{n_1} \cdot \frac{R_r'}{s_n} \cdot I_{nom}^2$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Deljenjem ove dve relacije i daljim rešavanjem dobija se vrednost polaznog momenta:

$$\frac{M_{pol}}{M_{nom}} = \frac{\frac{I_{pol}^2}{1}}{\frac{I_{nom}^2}{s_n}} \Rightarrow$$

$$M_{pol} = M_{nom} \cdot s_{nom} \cdot \left(\frac{I_{pol}}{I_{nom}} \right)^2 = 26,526 \cdot 0,04 \cdot \left(\frac{5}{1} \right)^2 = \\ = 26,526 [Nm] = M_{nom}$$

Vrednost polaznog momenta mora biti veća od momenta opterećenja da bi se motor mogao pokrenuti, dakle mora da važi:

$$M_t < M_p = 26,526 [Nm]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

b) Da bi se postiglo maksimalno početno ubrzanje, motor na polasku treba da razvije kritični moment, odnosno sinhrona brzina obrtanja treba da bude jednaka razlici sinhronne brzine i kritične brzine obrtanja, koja je nezavisna od frekvencije napajanja uz uslov $U/f = konst.$

Kritični moment i kritično klizanje mogu se odrediti primenom Klosovog obrasca za dve poznate radne tačke na momentnoj krivi, u ovom slučaju za polazak i nominalnu radnu tačku, pa važi:

$$M_{nom} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}}} \wedge M_{pol} = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}} \Rightarrow \frac{M_{nom}}{M_{pol}} = \frac{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}}{\frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}}} = 1$$

$$\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} = \frac{s_{nom}}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_{nom}} \Leftarrow \cdot s_{kr} \cdot s_{nom}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned}s_{kr}^2 \cdot s_{nom} + s_{nom} - s_{nom}^2 - s_{kr}^2 &= 0 \Rightarrow \\ s_{kr}^2 \cdot (1 - s_{nom}) - s_{nom} \cdot (1 - s_{nom}) &= 0 \Rightarrow \\ s_{kr} &= \pm \sqrt{s_{nom}} = \pm \sqrt{0,04} = \pm 0,2\end{aligned}$$

$$M_{kr} = \frac{M_{pol}}{2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} \right) = \frac{26,526}{2} \cdot \left(\frac{1}{0,2} + 0,2 \right) = 68,968 [Nm]$$

Razlika sinhronne brzine i kritične brzine obrtanja je prema tome:

$$\Delta n_{kr} = s_{kr} \cdot n_1 = 0,2 \cdot 1500 = 300 [\text{min}^{-1}]$$

Prema tome motor treba da krene sa sinhronom brzinom:

$$n_1' = \Delta n_{kr} = 300 [\text{min}^{-1}]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Odnosno polazna učestanost i napon sa kojima treba pokrenuti motor, iznose:

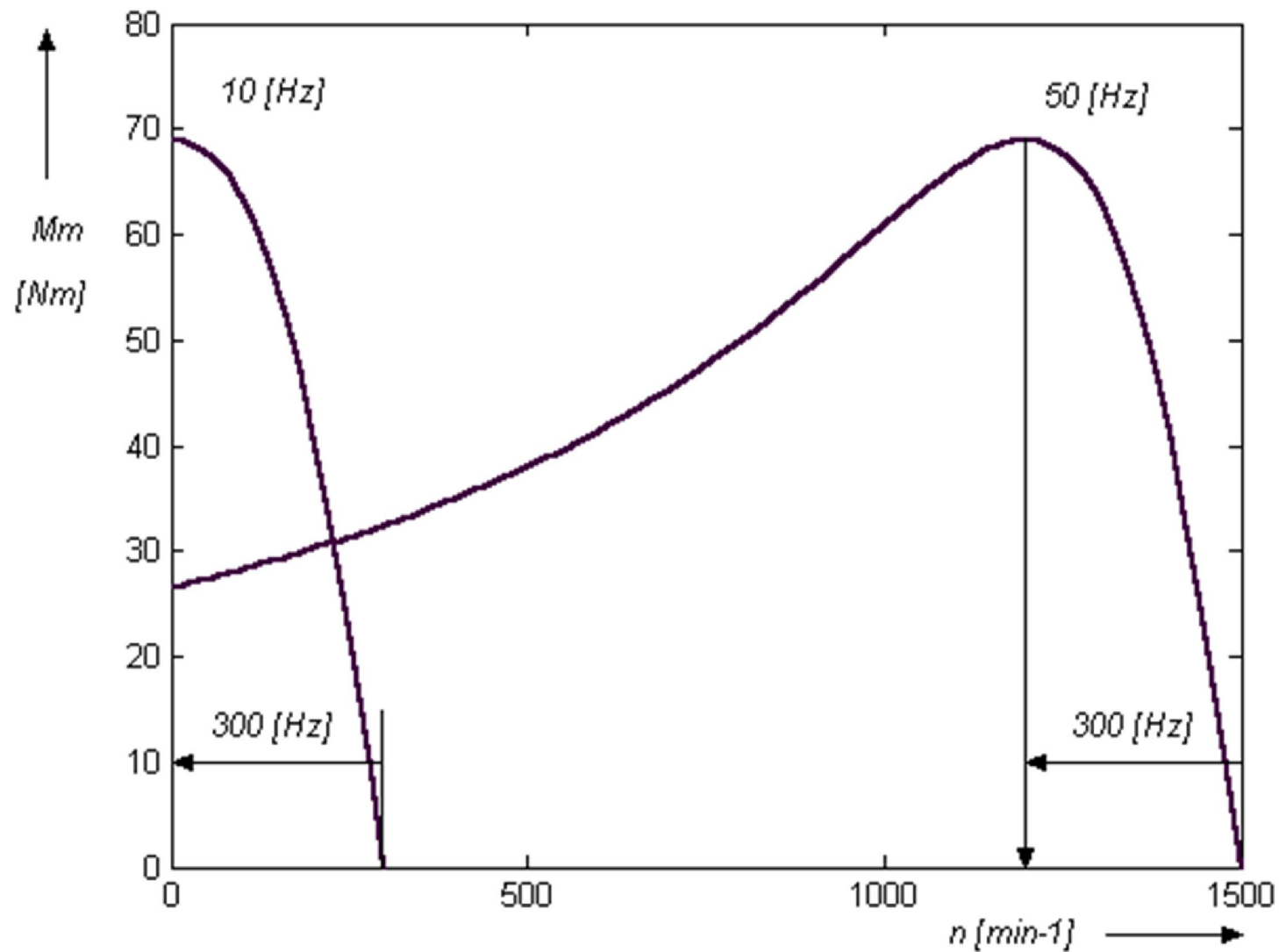
$$f_s' = f_s \cdot \frac{n_{1b}}{n_1} = 50 \cdot \frac{300}{1500} = 10 [Hz]$$

$$U_s' = U_s \cdot \frac{n_{1b}}{n_1} = 380 \cdot \frac{300}{1500} = 76 [V]$$

Ako su ostvareni gornji uslovi za polaznu učestanost i frekvenciju motor će u polasku razviti maksimalni odnosno kritični moment:

$$M_p' = M_{kr} = 68,968 [Nm]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE



REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

U sledećem koraku se koriste opšti izrazi za moment:

$$M_{pol}' = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{m}{n_1'} \cdot \frac{R_r'}{s_p} \cdot I_{pol}'^2$$

$$M_{kr} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{m}{n_1} \cdot \frac{R_r'}{s_{kr}} \cdot I_{kr}^2$$

$$M_{nom} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{m}{n_1} \cdot \frac{R_r'}{s_n} \cdot I_{nom}^2$$

Deljenjem prva dva odnosa, dobija se da je vrednost polazne struje jednaka vrednosti struje pri kritičnom momentu:

$$\frac{M_{pol}'}{M_{kr}} = 1 = \frac{n_1' \cdot s_{kr}}{n_1 \cdot s_p} \cdot \left(\frac{I_{pol}'}{I_{kr}} \right)^2 = \frac{\Delta n_{kr}'}{n_1} \cdot \left(\frac{I_{pol}'}{I_{kr}} \right)^2 = 1 \cdot \left(\frac{I_{pol}'}{I_{kr}} \right)^2$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$I_{pol}' = I_{kr}$$

Deljenjem druga dva odnosa dobija se izraz za određivanje vrednosti kritične struje, odnosno faktora strujnog preopterećenja:

$$\frac{M_{kr}}{M_{nom}} = \frac{s_n}{s_{kr}} \cdot \left(\frac{I_{kr}}{I_{nom}} \right)^2 \Rightarrow$$
$$\frac{I_{kr}}{I_{nom}} = \frac{I_{pol}'}{I_{nom}} = \sqrt{\frac{M_{kr}}{M_{nom}} \cdot \frac{s_{kr}}{s_{nom}}} = \sqrt{\frac{68,968 \cdot 0,2}{26,526 \cdot 0,04}} = \sqrt{13} = 3,606[]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Trofazni kavezni asinhroni motor nazivnih podataka $P_{nom} = 4$ [kW], $U_{nom} = 380$ [V], $f_{nom} = 50$ [Hz], $n_{nom} = 1440$ [min⁻¹], spoj = D ima polaznu struju $5 I_{nom}$ upotrebljen je za pogon radne mašine sa konstantnim momentom nezavisnim od brzine obrtanja. Radi regulisanja brzine obrtanja, motor se napaja sa frekventnim pretvaračem. Odrediti do koje se maksimalne vrednosti može regulisati brzina obrtanja motora, ako je otporni moment radne mašine $M_t = 20$ [Nm]. Smatrati da su otpor statora i struja magnećenja zanemarljivi.

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

Nominalni noment i klizanje motora iznose:

$$M_n = \frac{P_n}{\Omega_n} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_n}{n_n} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{4000}{1440} = 26,526 [Nm]$$

$$s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1} = \frac{1500 - 1440}{1500} = \frac{60}{1500} = 0,04 []$$

Polazeći od opšeg izraza za moment, nalaze se izrazi za polazni i nominalni moment:

$$M_p = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{m}{n_1} \cdot \frac{R_r'}{s_p} \cdot I_p^2$$

$$M_n = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{m}{n_1} \cdot \frac{R_r'}{s_n} \cdot I_n^2$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Deljenjem ove dve relacije i daljim rešavanjem dobija se vrednost polaznog momenta:

$$\frac{M_p}{M_n} = \frac{\frac{I_p^2}{I_n^2}}{s_n} \Rightarrow$$

$$M_p = M_n \cdot s_n \cdot \left(\frac{I_p}{I_n} \right)^2 = 26,526 \cdot 0,04 \cdot \left(\frac{5}{1} \right)^2 = 26,526 [Nm] = M_n$$

Primenom Klosovog obrasca za dve poznate radne tačke na momentnoj krivi, u ovom slučaju za polazak i nominalnu radnu tačku, dobijaju se relacije za izračunavanje kritičnog klizanja i momenta:

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$M_n = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s_n}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_n}} \wedge M_p = \frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}} \Rightarrow \frac{M_n}{M_p} = \frac{\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1}}{\frac{s_n}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_n}} = 1$$

$$\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} = \frac{s_n}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_n} \Leftarrow \cdot s_{kr} \cdot s_n$$

$$s_{kr}^2 \cdot s_n + s_n - s_n^2 - s_{kr}^2 = 0 \Rightarrow s_{kr}^2 \cdot (1 - s_n) - s_n \cdot (1 - s_n) = 0 \Rightarrow \\ s_{kr} = \pm \sqrt{s_n} = \pm \sqrt{0,04} = \pm 0,2 []$$

$$M_{kr} = \frac{M_p}{2} \cdot \left(\frac{1}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{1} \right) = \frac{26,526}{2} \cdot \left(\frac{1}{0,2} + 0,2 \right) = 68,968 [Nm]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Frekvencija napajanja motora može se povećavati sve dok je moment opterećenja manji od momenta motora, odnosno kritične vrednosti momenta, koja je konstantna u opsegu regulacije do nominalne brzine obrtanja u opsegu regulacije uz uslov $U/f = konst$, a iznad uz uslov $U = konst$, opada kvadratično sa porastom frekvencije.

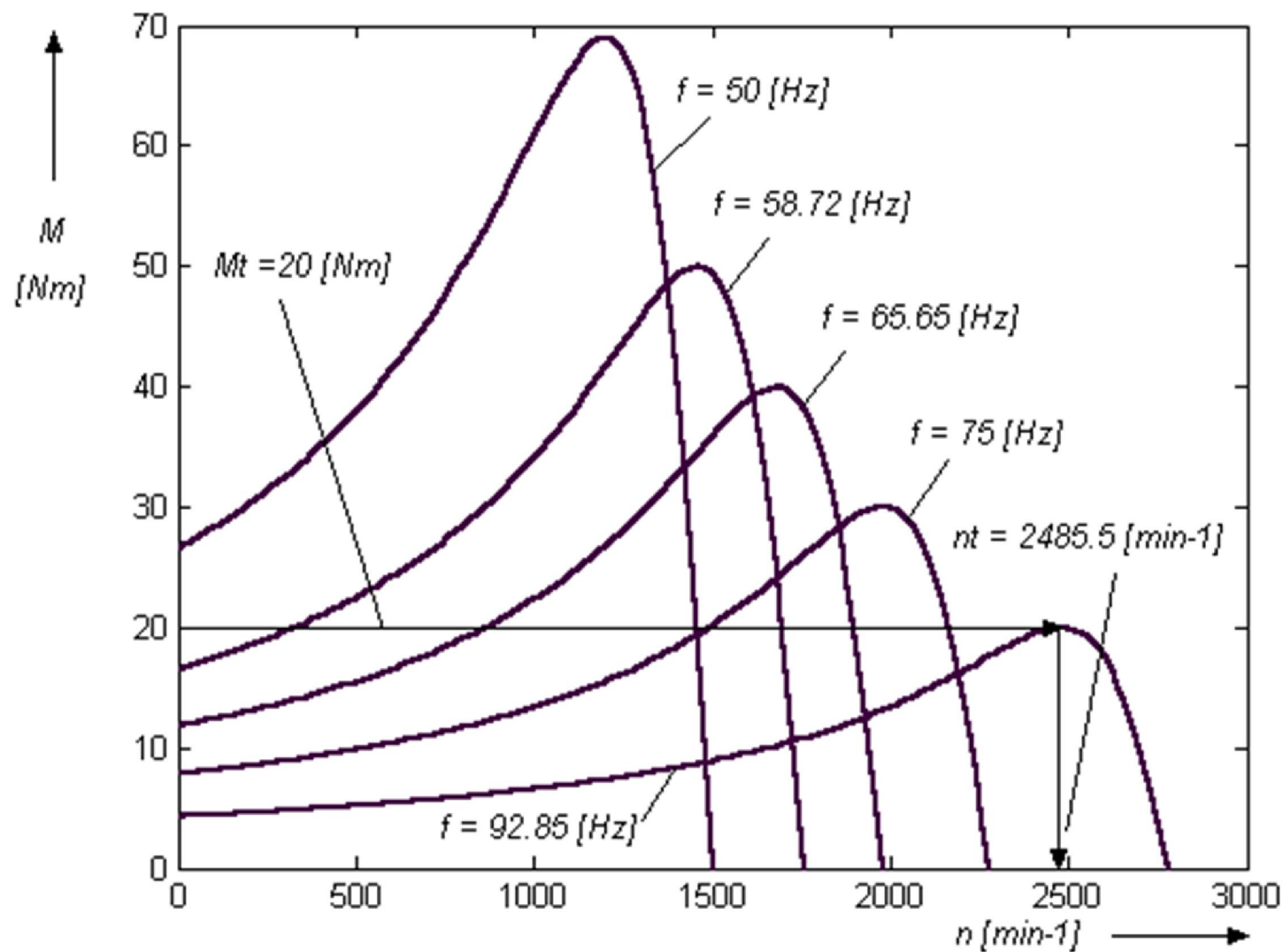
Prema tome frekvencija napona napajanja može se povećavati do vrednosti:

$$f'_s = \sqrt{\frac{M_{kr}}{M_t}} \cdot f_s = \sqrt{\frac{68,968}{20}} \cdot 50 = 92,85 [Hz]$$

Što odgovara sinhronoj brzini obrtanja:

$$n'_1 = n_s \cdot \frac{f'_s}{f_1} = 1500 \cdot \frac{92,85}{50} = 2785,5 [\text{min}^{-1}]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE



REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Razlika sinhronne brzine i kritične brzine obrtanja iznosi:

$$\Delta n_{kr} = s_{kr} \cdot n_1 = 0,2 \cdot 1500 = 300 [\text{min}^{-1}]$$

Na kraju, maksimalna brzina obrtanja pogona koja se može postići podešavanjem frekvencije dobija se oduzimanjem razlike od sinhronne brzine:

$$n_{t \max} = n_1' - \Delta n_{kr} = 2785,5 - 300 = 2485,5 [\text{min}^{-1}]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Na natpisnoj pločici trofaznog asinhronog motora nalaze se sledeći podaci: nominalna snaga $P_{nom} = 2,75$ [kW]; nominalni fazni napon $U_{nom} = 220$ [V]; nominalna brzina obrtanja $n_{nom} = 935$ [min⁻¹]; faktor snage $\cos\varphi = 0,74$ []; frekvencija mreže $f_s = 50$ [Hz].

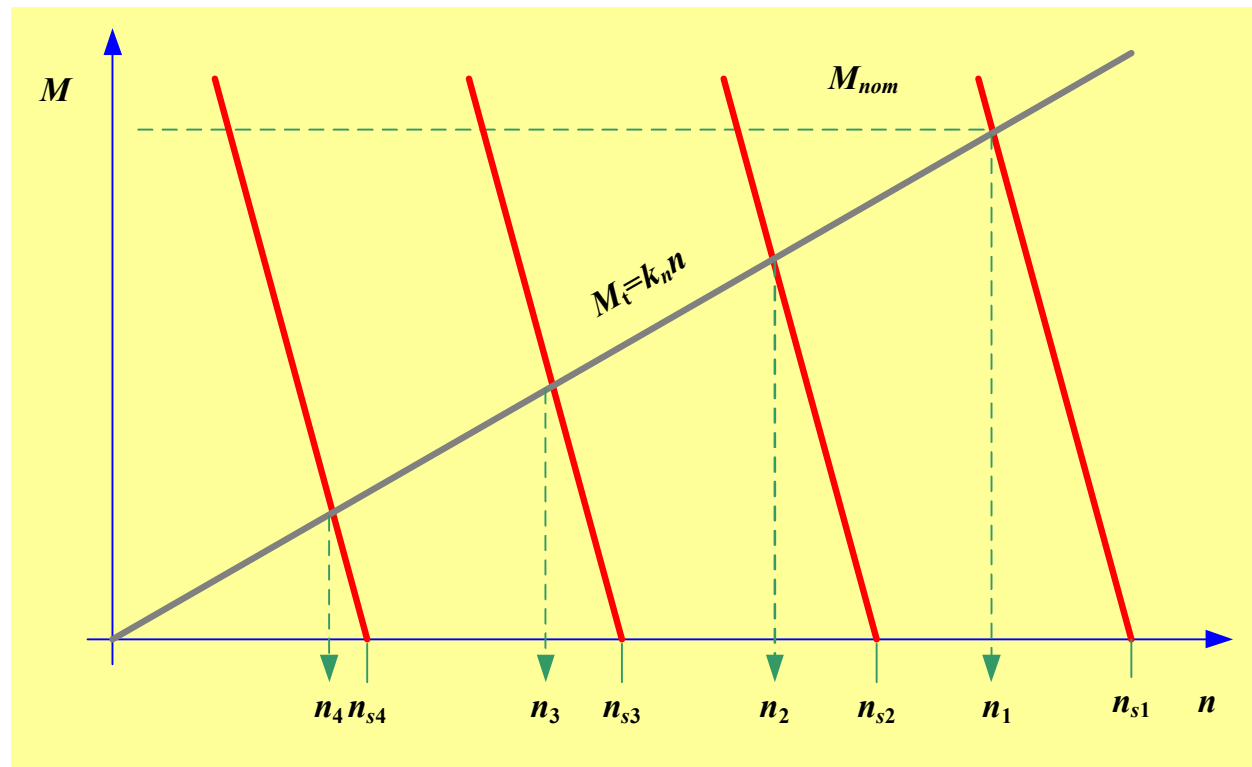
Motor se napaja iz tranzistorskog pretvarača promenljive frekvencije a goni radnu mašinu sa momentom opterećenja linearno zavisnim od brzine obrtanja $M_t = k_n n$ [Nm]; gde konstanta ima vrednost $k_n = 0,03$ [Nm/min⁻¹].

a) Kolika će biti brzina obrtanja motora za slučaj da je izlazna frekvencija pretvarača $f_s = 12,5; 25; 37,5$ i 50 [Hz]?

b) Sa kolikim relativnim tačnošću odstupa brzina obrtanja motora za navedene frekvencije napajanja motora pod a) u odnosu na nazivnu sinhronu brzinu motora?

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:



U granicama od sinhrono do nominalne brzine motora njegova mehanička karakteristika za osnovnu frekvenciju napajanja, može se aproksimativno predstaviti kao prava linija. Familija mehaničkih karakteristika za različite frekvencije od osnovne, predstavlja paralelne prave za osnovnu frekvenciju koje seku n -osu za vrednost sinhrono brzine obrtanja, kao slici.

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

a) Na osnovu vrednosti nominalnog momenta i brzine obrtanja motora može se odrediti jednačina prave mehaničke karakteristike za frekvenciju napona napajanja $f_s = 50$ [Hz]. Nominalni moment motora iznosi:

$$M_{nom} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{nom}}{n_{nom}} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{2750}{935} = 28,086 [Nm]$$

Jednačina osnovne mehaničke karakteristike nalazi se iz relacija:

$$M_m = a \cdot n + b_1 \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{nom} = a \cdot n_{nom} + b_1 \\ 0 = a \cdot n_{s1} + b_1 \end{array} \right\} \Rightarrow a = -\frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \Rightarrow b_1 = \frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n_{s1} \Rightarrow$$

$$M_m = -\frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n + \frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n_{s1}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Stacionarna radna tačka za frekvenciju napajanja $f_s = 50$ [Hz] nalazi se na preseku motorne i otporne mehaničke karakteristike,

oo

$$-\frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n_1 + \frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n_{s1} = k_n \cdot n_1 \Rightarrow$$
$$n_1 \cdot \left(\frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} + k_n \right) = \frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n_{s1} \Rightarrow$$

$$n_1 = \frac{M_{nom} \cdot n_{s1}}{M_{nom} + k_n \cdot (n_{s1} - n_{nom})} = \frac{28,026 \cdot 1000}{28,026 + 0,03 \cdot (1000 - 935)} =$$
$$= \frac{28,026}{29,976} \cdot 1000 \approx 935 [\text{min}^{-1}]$$

Mehaničke karakteristike za druge frekvencije napajanja paralelne su osnovnoj karakteristici, pa u opštem slučaju važi:

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$M_m = a \cdot n + b_i \Rightarrow$$

$$a = -\frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \Rightarrow 0 = a \cdot n_{si} + b_i \Rightarrow b_i = \frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n_{si} \Rightarrow$$

$$M_m = -\frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n + \frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n_{si}$$

$$-\frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n_1 + \frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n_{si} = k_n \cdot n_i \Rightarrow$$

$$n_i \cdot \left(\frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} + k_n \right) = \frac{M_{nom}}{n_{s1} - n_{nom}} \cdot n_{si} \Rightarrow$$

$$n_i = \frac{M_{nom} \cdot n_{si}}{M_{nom} + k_n \cdot (n_{s1} - n_{nom})}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Odnosno u našem brojnom slučaju za preostale frekvencije napajanja $f_s = 37,5; 25; 12,5$ [Hz], brzine obrtanja motora su:

$$f_s = 37,5[\text{Hz}] \Rightarrow n_{s2} = 750[\text{min}^{-1}] \Rightarrow$$

$$n_2 = \frac{M_{nom} \cdot n_{s2}}{M_{nom} + k_n \cdot (n_{s1} - n_{nom})} = \frac{28,026}{29,976} \cdot 750 \approx 701[\text{min}^{-1}]$$

$$f_s = 25[\text{Hz}] \Rightarrow n_{s3} = 500[\text{min}^{-1}] \Rightarrow$$

$$n_3 = \frac{M_{nom} \cdot n_{s3}}{M_{nom} + k_n \cdot (n_{s1} - n_{nom})} = \frac{28,026}{29,976} \cdot 500 \approx 467,5[\text{min}^{-1}]$$

$$f_s = 12,5[\text{Hz}] \Rightarrow n_{s4} = 250[\text{min}^{-1}] \Rightarrow$$

$$n_4 = \frac{M_{nom} \cdot n_{s4}}{M_{nom} + k_n \cdot (n_{s1} - n_{nom})} = \frac{28,026}{29,976} \cdot 250 \approx 233,7[\text{min}^{-1}]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

b) Relativna odstupanja brzina obrtanja motora za navedene frekvencije napajanja motora pod a) u odnosu na nazivnu sinhronu brzinu motora, nalaze se iz sledećih relacija:

$$\varepsilon_1 = \frac{n_1 - n_{s1}}{n_{s1}} \cdot 100 = \frac{935 - 1000}{1000} \cdot 100 = -\frac{65}{1000} \cdot 100 = -6,5[\%]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{n_2 - n_{s2}}{n_{s1}} \cdot 100 = \frac{701 - 750}{1000} \cdot 100 = -\frac{49}{1000} \cdot 100 = -4,9[\%]$$

$$\varepsilon_3 = \frac{n_3 - n_{s3}}{n_{s1}} \cdot 100 = \frac{467,5 - 500}{1000} \cdot 100 = -\frac{32,5}{1000} \cdot 100 = -3,25[\%]$$

$$\varepsilon_4 = \frac{n_4 - n_{s4}}{n_{s1}} \cdot 100 = \frac{233,7 - 250}{1000} \cdot 100 = -\frac{16,3}{1000} \cdot 100 = -1,63[\%]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Zadatak:

Trofazni asinhroni motor nominalne snage $P_{nom} = 40$ [kW]; priključnog rotorskog napona $U_{nom} = 380$ [V]; nominalne brzine obrtanja $n_{nom} = 1430$ [min⁻¹]; pokreće radnu mašinu bez opterećenja. Ukupni svedeni moment inercije na osovini motora iznosi $J_{\Sigma} = 235,619$ [kgm²]. Kritični moment motora iznosi $M_{kr} = 4 M_{nom}$ [Nm]. Motor se napaja iz frekventnog pretvarača koji obezbeđuje trajno strujno preopterećenje od 130% nominalne vrednosti struje.

a) Koliko u tom slučaju iznosi vreme zaleta do nominalne brzine obrtanja.

b) Ako motor po dostizanju nominalne brzine nije opterećen, odnosno vuče samo struju praznog hoda u iznosu od 40% nominalne vrednosti struje, odrediti maksimalan broj upuštanja motora napajanog frekventnim pretvaračem na sat.

Uzeti u obzir da je hlađenje u mirovanju četiri puta lošije nego pri nominalnom radu.

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

a) Dinamički moment ubrzanja ostvaren napajanjem sa frekventnim pretvaračem, prema uslovu zadatka je konstantan i jednak 130% od vrednosti nominalnog momenta:

$$M_d = 1,3 \cdot M_{nom}$$

$$M_{nom} = \frac{P_{nom}}{\Omega_{nom}} = \frac{30 \cdot P_{nom}}{\pi \cdot n_{nom}} = \frac{30 \cdot 40 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1430} = 267,113 [Nm]$$

Za konstantni moment ubrzanja vreme zaleta nalazi se iz relacije:

$$\begin{aligned} t_{zal} &= \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30 \cdot M_d} \cdot n_{zal} = \frac{\pi \cdot J_{\Sigma}}{30 \cdot 1,3 \cdot M_{nom}} \cdot n_{nom} = \\ &= \frac{\pi \cdot 235.619}{30 \cdot 1,3 \cdot 267.113} \cdot 1430 = 101,61 [s] \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

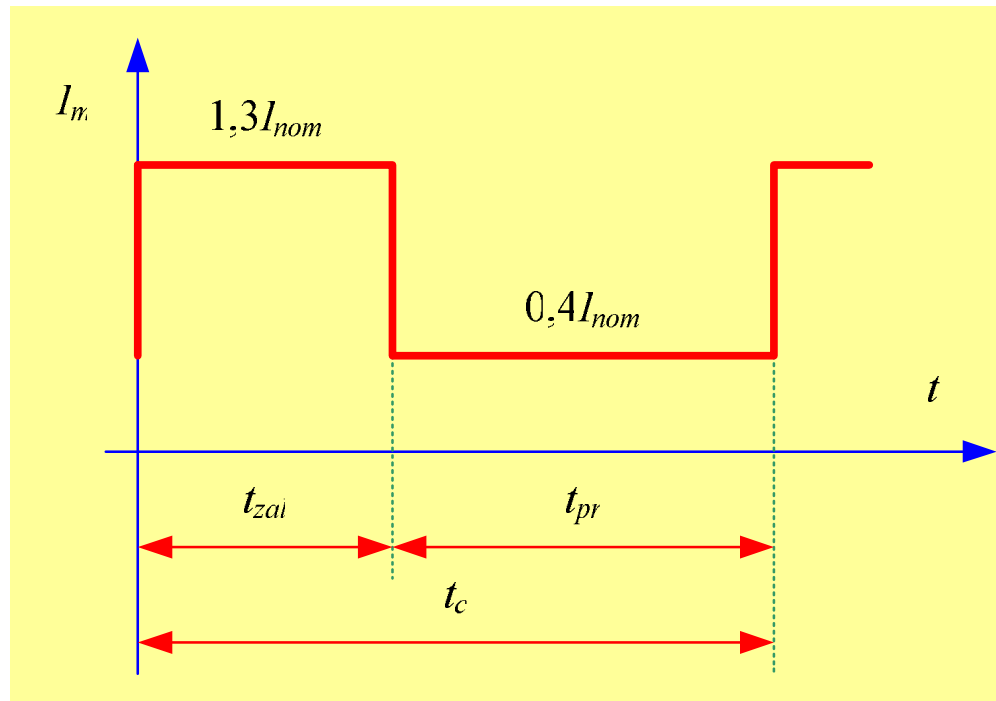
b) Prema uslovima zadatka, određuju se vrednosti za faktore izračunavanja uticaja hlađenja tokom zaleta, kočenja i mirovanja:

$$\beta = \frac{1}{4} = 0,25[\] \quad \alpha = \frac{1 + \beta}{2} = \frac{1 + \frac{1}{4}}{2} = \frac{5}{8} = 0,625[\]$$

Ukupna ekvivalentna struja motora za ciklus mora biti manja od nominalne struje motora, pa za najgori slučaj kad nema mirovanja između ciklusa važi:

$$\begin{aligned} I_{nom} &\leq \sqrt{\frac{\sum_i I_i^2 \cdot t_i}{\sum_j \alpha \cdot t_j + \sum_k t_k + \sum_l \beta \cdot t_l}} = \\ &= \sqrt{\frac{(1,3 \cdot I_{nom})^2 \cdot t_{zal} + (0,4 \cdot I_{nom})^2 \cdot t_{pr}}{\alpha \cdot t_{zal} + t_{pr}}} \Rightarrow \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE



$$\alpha \cdot t_{zal} + t_{pr} = 1,3^2 \cdot t_{zal} + 0,4^2 \cdot t_{pr} \Rightarrow$$

$$t_{pr} - 0,4^2 \cdot t_{pr} = 1,3^2 \cdot t_{zal} - \alpha \cdot t_{zal} \Rightarrow$$

$$t_{pr} = \frac{1,3^2 - \alpha}{1 - 0,4^2} \cdot t_{zal} = \frac{1,3^2 - 0,625}{1 - 0,4^2} \cdot 101,61 = 128,827[s]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Trajanje ciklusa i traženi broj maksimalnih upuštanja je na kraju:

$$t_c = t_{zal} + t_{pr} = 101,61 + 128,827 = 230,437[s]$$

$$z = \frac{3600}{t_c} = \frac{3600}{230,437} = 15,622[] \approx 15[]$$

Zadatak:

Trofazni asinhroni motor iz prethodnog zadatka napaja se sa tiristorskim podešivačem kojem je struja ograničena na trostruku vrednost nominalne struje motora. Pod pretpostavkom da se zanemaruju statorski gubici, gubici u gvožđu i struja magnećenja, odrediti:

- a) Vrednost svedene rotorske otpornosti R_r' i rasipnih induktivnosti pod pretpostavkom da su iste $L_s = L_r'$.*
- b) Vreme zaleta do nominalne brzine obrtanja.*

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Rešenje:

a) Vrednosti rasipnih induktiviteta dobijaju se iz sledećih relacija:

$$M_{kr} = \frac{3 \cdot 30}{\pi \cdot n_s} \cdot \frac{U_s^2}{2 \cdot (X_s + X_R')} \Rightarrow$$

$$(X_s + X_R') = \frac{3 \cdot 30}{\pi \cdot n_s} \cdot \frac{U_s^2}{2 \cdot M_{kr}} = \frac{3 \cdot 30}{\pi \cdot 1500} \cdot \frac{220^2}{2 \cdot 1068,453} = 0,43257[\Omega] \Rightarrow$$

$$L_s + L_R' = \frac{X_s + X_R'}{2 \cdot \pi \cdot f_s} = \frac{0,43257}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 0,001377[H] \Rightarrow$$

$$L_s = L_R' = \frac{L_s + L_R'}{2} = \frac{0,001377}{2} = 0,6885[mH]$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Vrednost svedenog rotorskog otpora sledi iz kritičnog klizanja:

$$s_{kr} = \frac{R_r'}{X_S + X_R'} \Rightarrow$$

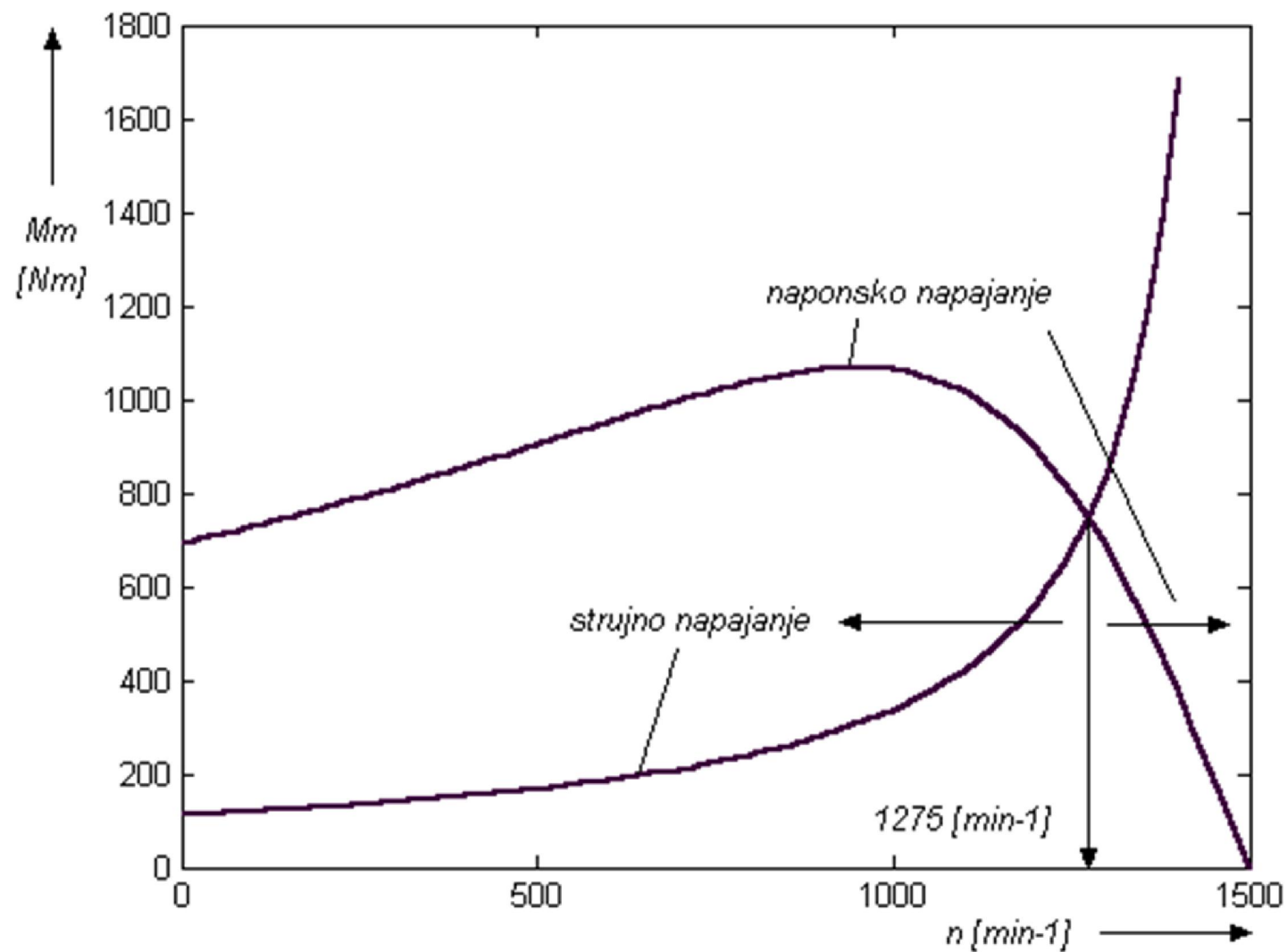
$$R_r' = s_{kr} \cdot (X_S + X_R') = 0,3674 \cdot 0,43257 = 0,1589[\Omega]$$

Vrednost momenta motora u funkciji klizanja za napajanje sa tiristorskim podešivačem sa strujnim ograničenjem I_{pmax} , sledi iz:

$$M_{nom} = \frac{3 \cdot 30}{\pi \cdot n_S} \cdot \frac{R_r'}{s_{nom}} \cdot |I_r'|^2 = \frac{3 \cdot 30}{\pi \cdot n_S} \cdot \frac{R_r'}{s_{nom}} \cdot (I_{snom})^2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} M_m &= \frac{3 \cdot 30}{\pi \cdot n_S} \cdot \frac{R_r'}{s} \cdot |I_r'|^2 = \frac{3 \cdot 30}{\pi \cdot n_S} \cdot \frac{R_r'}{s} \cdot \left(\frac{I_{pmax}}{I_{snom}} \cdot I_{snom} \right)^2 \cdot \frac{s_{nom}}{s} = \\ &= \left(\frac{I_{pmax}}{I_{snom}} \right)^2 \cdot M_{nom} \cdot \frac{s_{nom}}{s} \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE



REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

Zalet sa konstantnom strujom vrši se sve do brzine obrtanja pri kojoj se dostiže nominalna vrednost napona na izlazu tiristorskog pretvarača, nakon čega se dalje zalet obavlja po prirodnoj momentnoj karakteristici za naponsko napajanje.

Vrednost klizanja s_b koje određuje prelazak na prirodnu karakteristiku dobija se iz sledećih relacija:

$$M_m = \left(\frac{I_{p\max}}{I_{snom}} \right)^2 \cdot M_{nom} \cdot \frac{s_{nom}}{s_b} = \frac{2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} \cdot M_{nom}}{\frac{s_b}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_b}} \Rightarrow$$

$$\frac{s_{nom}}{s_b} \cdot \left(\frac{s_b}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s_b} \right) = 2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} \cdot \left(\frac{I_{snom}}{I_{p\max}} \right)^2 \Rightarrow$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\frac{S_{nom}}{S_{kr}} + \frac{S_{kr} \cdot S_{nom}}{S_b^2} = 2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} \cdot \left(\frac{I_{snom}}{I_{pmax}} \right)^2 \Rightarrow$$

$$S_b^2 = \frac{S_{kr} \cdot S_{nom}}{2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} \cdot \left(\frac{I_{snom}}{I_{pmax}} \right)^2 - \frac{S_{nom}}{S_{kr}}} \Rightarrow$$

$$S_b = \pm \sqrt{\frac{S_{kr} \cdot S_{nom}}{2 \cdot \frac{M_{kr}}{M_{nom}} \cdot \left(\frac{I_{snom}}{I_{pmax}} \right)^2 - \frac{S_{nom}}{S_{kr}}}} =$$

$$= \pm \sqrt{\frac{0,04667 \cdot 0,3674}{2 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^2 - \frac{0,04667}{0,3674}}} = \pm 0,150 [\quad]$$

**Realno
rešenje je
pozitivno
pošto se radi
o motornom
režimu.**

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

b) Vreme zaleta nalazi se primenom Njutnove jednačine na dva segmenta promene dinamičkog momenta za strujno i naponsko napajanje, uz uslov da je moment opterećenja $M_t = 0$. Rešenje jednačine nalazi se korišćenjem veze između ugaone brzine i klizanja:

$$\begin{aligned}\omega &= (1 - s) \cdot \omega_1 \Rightarrow d\omega = -\omega_s \cdot ds \Rightarrow \\ M_{din} &= (M_m - M_t) = M_m = J_\Sigma \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \\ dt &= \frac{J_\Sigma}{M_m} \cdot d\omega = -\frac{J_\Sigma}{M_m} \cdot \omega_s \cdot ds \Rightarrow\end{aligned}$$

Iz zadnje relacije integraljenjem za prvi segment za klizanje od 1 do s_b , dobija se vreme zaleta za strujno napajanje:

$$t_z' = \int_0^{t_z'} dt = \int_1^{s_b} -\frac{J_\Sigma}{M_m} \cdot \omega_s \cdot ds = -J_\Sigma \cdot \omega_s \cdot \int_1^{s_b} \frac{ds}{M_m} =$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned}
 t_z' &= -J_\Sigma \cdot \omega_s \cdot \int_1^{s_b} \frac{s \cdot ds}{\left(\frac{I_{p\max}}{I_{snom}}\right)^2 \cdot M_{nom} \cdot s_{nom}} = \left(\frac{I_{snom}}{I_{p\max}}\right)^2 \cdot \frac{J_\Sigma \cdot \omega_s}{M_{nom} \cdot s_{nom}} \int_{s_b}^1 s \cdot ds = \\
 &= \left(\frac{I_{snom}}{I_{p\max}}\right)^2 \cdot \frac{J_\Sigma \cdot \omega_s}{M_{nom} \cdot s_{nom}} \cdot \frac{s^2}{2} \Big|_{s_b}^1 = \left(\frac{I_{snom}}{I_{p\max}}\right)^2 \cdot \frac{J_\Sigma \cdot \omega_s}{M_{nom}} \cdot \frac{1 - s_b^2}{2 \cdot s_{nom}} = \\
 &= \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{235,619 \cdot 100 \cdot \pi}{2 \cdot 267,113} \cdot \frac{1 - 0,15^2}{2 \cdot 0,04667} = 161,229[s]
 \end{aligned}$$

Sličnim postupkom za drugi segment za klizanje od s_b do s_{nom} , dobija se vreme zaleta za naponsko napajanje:

$$t_z'' = \int_0^{t_z''} dt = \int_{s_b}^{s_a} -\frac{J_\Sigma}{M_m} \cdot \omega_1 \cdot ds = -J_\Sigma \cdot \omega_1 \cdot \int_{s_b}^{s_{nom}} \frac{ds}{M_m} =$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$\begin{aligned}
 t_z'' &= -J_\Sigma \cdot \omega_1 \int_{s_b}^{s_{nom}} \frac{ds}{\frac{2 \cdot M_{kr}}{\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s}}} = \frac{J_\Sigma \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \int_{s_{nom}}^{s_b} \left(\frac{s}{s_{kr}} + \frac{s_{kr}}{s} \right) \cdot ds = \\
 &= \frac{J_\Sigma \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \left(\int_{s_{nom}}^{s_b} \frac{s}{2 \cdot s_{kr}} \cdot ds + \int_{s_{nom}}^{s_b} \frac{s_{kr}}{s} \cdot ds \right) = \frac{J_\Sigma \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \left(\frac{s^2}{2s_{kr}} + s_{kr} \cdot \ln s \right) \Big|_{s_{nom}}^{s_b} = \\
 &= \frac{J_\Sigma \cdot \omega_1}{2 \cdot M_{kr}} \cdot \left[\left(\frac{s_b^2 - s_{nom}^2}{2 \cdot s_{kr}} \right) + s_{kr} \cdot \ln \frac{s_b}{s_{nom}} \right] = \\
 &= \frac{J_\Sigma}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p \cdot M_{kr}} \cdot \left[\left(\frac{s_b^2 - s_{nom}^2}{2 \cdot s_{kr}} \right) + s_{kr} \cdot \ln \frac{s_b}{s_{nom}} \right] =
 \end{aligned}$$

REGULACIJA BRZINE MOTORA NAIZMENIČNE STRUJE

$$t_z'' = \frac{235,619 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50}{2 \cdot 2 \cdot 1068,453} \cdot \left[\frac{0,15^2 - 0,04667^2}{2 \cdot 0,3674} + 0,3674 \cdot \ln \frac{0,15}{0,04667} \right] =$$
$$= 7,908[s]$$

Ukupno vreme zaleta jednako je zbiru pojedinačnih vremena:

$$t_z = t_z' + t_z'' = 161,229 + 7,908 = 169,137[s]$$