

1. Fizika poluprovodnika: koncentracije nosilaca, specifična provodnost

1.1. Izračunati specifičnu provodnost čistog silicijuma na temperaturama od 27°C i od 100°C

ako su poznate zavisnosti $n_i^2 = B^2 \cdot T^3 \cdot e^{-\frac{E_G}{kT}}$ i $\sigma = e \cdot (\mu_n \cdot n_i + \mu_p \cdot p_i)$, gde je $B^2 = 5,4 \cdot 10^{43} [\text{m}^{-6}\text{K}^{-3}]$, $E_G = 1,12 [\text{eV}]$, $k = 8,62 \cdot 10^{-5} [\text{eV/K}]$, $\mu_n = 0,135 [\text{m}^2/\text{Vs}]$, $\mu_p = 0,048 [\text{m}^2/\text{Vs}]$!

Rešenje:

$27^{\circ}\text{C} = 300\text{K}$, $100^{\circ}\text{C} = 373\text{K}$

Sopstvena koncentracija elektrona i šupljina na 300K je:

$$n_i^2 = 5,4 \cdot 10^{43} \cdot 300^3 \cdot e^{-\frac{1,12}{8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300}} = 2,26 \cdot 10^{32} \text{m}^{-6} \Rightarrow n_i = \sqrt{2,26 \cdot 10^{32}} = 1,5 \cdot 10^{16} \text{m}^{-3}.$$

Specifična provodnost na 27°C je:

$$\sigma_{27^{\circ}\text{C}} = e \cdot (\mu_n \cdot n_i + \mu_p \cdot p_i) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (0,135 \cdot 1,5 \cdot 10^{16} + 0,048 \cdot 1,5 \cdot 10^{16}) = 0,00043$$

$$\sigma_{27^{\circ}\text{C}} = 0,43 \cdot 10^{-3} [\text{S/m}]$$

Sopstvena koncentracija elektrona i šupljina na 373K je:

$$n_i^2 = 5,4 \cdot 10^{43} \cdot 373^3 \cdot e^{-\frac{1,12}{8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 373}} = 2,086 \cdot 10^{36} \text{m}^{-6} \Rightarrow n_i = \sqrt{2,086 \cdot 10^{36}} = 1,44 \cdot 10^{18} \text{m}^{-3}.$$

Specifična provodnost na 100°C je:

$$\sigma_{100^{\circ}\text{C}} = e \cdot (\mu_n \cdot n_i + \mu_p \cdot p_i) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (0,135 \cdot 1,44 \cdot 10^{18} + 0,048 \cdot 1,44 \cdot 10^{18})$$

$$\sigma_{100^{\circ}\text{C}} = 42 \cdot 10^{-3} [\text{S/m}]$$

Pri porastu temperature za 73K specifična provodnost je porasla za oko sto puta.

1.2. Odrediti koncentraciju slobodnih elektrona i šupljina i specifičnu provodnost, ako je koncentracija donora $N_D = 10^{19} \text{m}^{-3}$ a sopstvena koncentracija je $n_i = 1,5 \cdot 10^{16} \text{m}^{-3}$!

Rešenje:

Koncentracije slobodnih nosilaca su:

$$n_n \approx N_D = 10^{19} [\text{m}^{-3}]$$

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{(1,5 \cdot 10^{16})^2}{10^{19}} = 2,25 \cdot 10^{13} [\text{m}^{-3}] \ll n_i, N_D, n_n.$$

Specifična provodnost je:

$$\sigma \approx e \cdot \mu_n \cdot n_i = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,135 \cdot 10^{19}$$

$$\sigma = 0,216 [\text{S/m}]$$

2. Strujno-naponska karakteristika poluprovodničke diode, modeli za veliku i malu struju

2.1. Izračunati, za koliko treba podići napon diode da bi njena struja porasla sa $I[mA]$ na $100[mA]$! Poznato je: $I_S=0,1[pA]$, $k=8,62 \cdot 10^{-5}[eV]=1,38 \cdot 10^{-23}[J]$, $T=300[K]$.

Rešenje:

Polazeći od jednačine diode možemo dobiti:

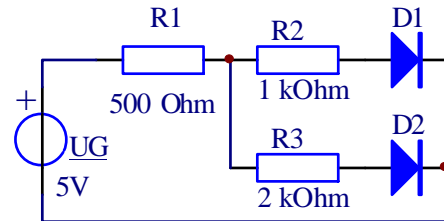
$$I_D = I_S \cdot \left(e^{\frac{eU_D}{kT}} - 1 \right) \Rightarrow U_D = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{I_D}{I_S} + 1 \right) \approx \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{I_D}{I_S} \right)$$

$$U_{D1} = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{I_{D1}}{I_S} \right) = 25,86 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{10^{-3}}{0,1 \cdot 10^{-12}} \right) = 0,595[V]$$

$$U_{D2} = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{I_{D2}}{I_S} \right) = 25,86 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{100 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 10^{-12}} \right) = 0,715[V]$$

$$\Delta U_D = U_{D2} - U_{D1} = 0,715 - 0,595 = 0,12[V]$$

2.2 Rešiti kolo pod pretpostavkom da su obe diode u provodnom stanju i da imaju pad napona $U_{D1}=U_{D2}=0,7[V]=const.$

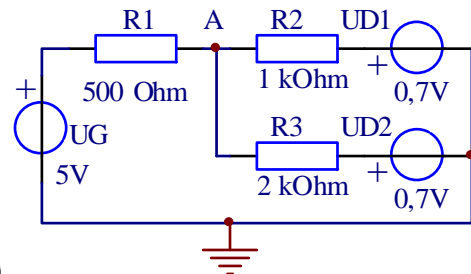


Rešenje:

Diode se zamene sa nezavisnim naponskim izvorima.

Treba obeležiti referentni čvor (zemlja) i čvor A.

Metodom potencijala čvorova za čvor A se može napisati sledeća jednačina:



$$V_A \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = U_G \cdot \left(\frac{1}{R_1} \right) + U_{D1} \cdot \left(\frac{1}{R_2} \right) + U_{D2} \cdot \left(\frac{1}{R_3} \right)$$

Izrazimo V_A :

$$V_A = \frac{U_G \cdot \left(\frac{1}{R_1} \right) + U_{D1} \cdot \left(\frac{1}{R_2} \right) + U_{D2} \cdot \left(\frac{1}{R_3} \right)}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)} = \frac{5 \cdot \left(\frac{1}{500} \right) + 0,7 \cdot \left(\frac{1}{1000} \right) + 0,7 \cdot \left(\frac{1}{2000} \right)}{\left(\frac{1}{500} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{2000} \right)}$$

$$V_A = 3,157V.$$

Struje pojedinih grana su:

$$I_{R1} = \frac{U_G - V_A}{R_1} = \frac{5 - 3,157}{500} = 3,686[mA]$$

$$I_{R2} = \frac{V_A - U_{D1}}{R_2} = \frac{3,157 - 0,7}{1000} = 2,457[mA]$$

$$I_{R3} = \frac{V_A - U_{D2}}{R_3} = \frac{3,157 - 0,7}{2000} = 1,228[mA]$$

2.3 Izračunati dinamičku otpornost diode u radnoj tački koja je određena sa $I_D=5[mA]$.
Poznato je: $I_S=10^{-15}[A]$, $kT/e=25[mV]$.

Rešenje:

Polazimo od strujno-naponske jednačine diode:

$$I_D = I_S \cdot \left(e^{\frac{eU_D}{kT}} - 1 \right)$$

Uzimanjem izvoda po U_D dobijemo sledeću jednačinu:

$$\frac{dI_D}{dU_D} = I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}} \cdot \frac{e}{kT} \approx I_D \cdot \frac{e}{kT}$$

Dinamička otpornost je:

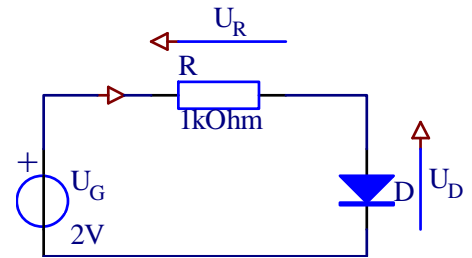
$$r_d = \frac{dU_D}{dI_D} \approx \frac{1}{I_D} \cdot \frac{kT}{e}$$

Pri datoj struji dobija se vrednost:

$$r_d \approx \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 5[\Omega]$$

3. Prosta kola sa jednom diodom

3.1. Izračunati napon diode u datoj vezi! Dato je: $I_S = 10^{-15} [A]$, $kT/e = 25 [mV]$.



Rešenje:

Postoji samo jedna petlja, jednačina po drugom Kirchhoff-ovom zakonu je:

$$U_G = R \cdot I_D + U_D$$

Pošto važi:

$$I_D = I_S \cdot \left(e^{\frac{eU_D}{kT}} - 1 \right) \approx I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}}$$

Sledi:

$$U_G = R \cdot I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}} + U_D$$

Odavde sledi:

$$U_D = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{U_G - U_D}{I_S \cdot R} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_G - U_D}{I_S \cdot R} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_G - U_D}{1000 \cdot 10^{-15}} \right)$$

Numeričko rešenje gornje jednačine dobijamo iteracijama. Pretpostavimo $U_{D0} = 1 [V]$:

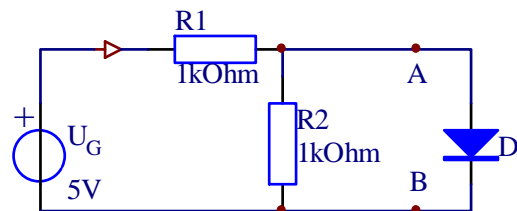
$$U_{D1} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_G - U_{D0}}{1000 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{2 - 1}{1000 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{1}{10^{-12}} \right) = 0,69077 [V]$$

$$U_{D2} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_G - U_{D1}}{10^{-12}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{2 - 0,69077}{10^{-12}} \right) = 0,69751 [V]$$

$$U_{D3} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_G - U_{D2}}{10^{-12}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{2 - 0,69751}{10^{-12}} \right) = 0,69738 [V]$$

$$U_{D4} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_G - U_{D3}}{10^{-12}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{2 - 0,69738}{10^{-12}} \right) = 0,69738 [V]$$

3.2. Korišćenjem Thèvenin-ove teoreme izračunati struju diode u datom kolu! Poznato je: $I_S = 10^{-15} [A]$, $kT/e = 25 [mV]$.



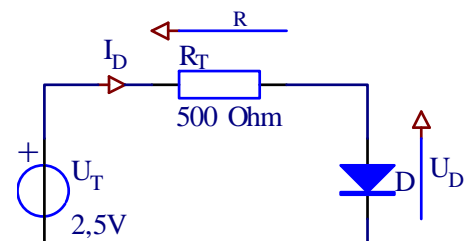
Rešenje:

Deo kola bez diode se može nadomestiti realnim naponskim izvorom sa parametrima U_T , R_T :

$$U_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_G = 2,5 [V]$$

$$R_T = R_1 \parallel R_2 = 500 [\Omega]$$

Odgovarajuća ekvivalentna šema je:



Postoji samo jedna petlja, jednačina po drugom Kirchhoff-ovom zakonu za nju je:

$$U_T = R_T \cdot I_D + U_D$$

Pošto:

$$I_D = I_S \cdot \left(e^{\frac{eU_D}{kT}} - 1 \right) \approx I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}}$$

Odavde sledi:

$$U_T = R_T \cdot I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}} + U_D$$

Dalje:

$$U_D = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{U_T - U_D}{I_S \cdot R_T} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_T - U_D}{I_S \cdot R_T} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_T - U_D}{500 \cdot 10^{-15}} \right)$$

Rešenje se izračunava iteracijama kao u zadatku 3.1. Pretpostavimo $U_{D0} = 1[V]$:

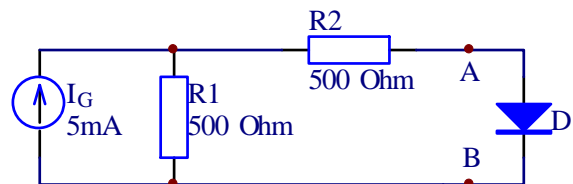
$$U_{D1} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_T - U_{D0}}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{2,5 - 1}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 0,71824[V]$$

$$U_{D2} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_T - U_{D1}}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{2,5 - 71842}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 0,72254[V]$$

$$U_{D3} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_T - U_{D2}}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{2,5 - 72254}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 0,72248[V]$$

$$U_{D4} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{U_T - U_{D3}}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{2,5 - 72248}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 0,72248[V]$$

3.3. Korišćenjem Norton-ove teoreme izračunati struju diode u datom kolu ! Poznato je: $I_S = 10^{-15} [A]$, $kT/e = 25 [mV]$.

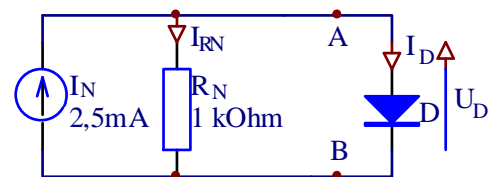


Rešenje:

Deo kola bez diode se može nadomestiti realnim strujnim izvorom sa parametrima I_N , R_N gde je:

$$I_N = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_G = 2,5 [mA]$$

$$R_N = R_1 + R_2 = 1 [k\Omega]$$



Odgovarajuća ekvivalentna šema je:

Jednačina koja se može napisati prema prvom Kirchhoff-ovom zakonu za čvor A je:

$$I_N = I_{RN} + I_D = \frac{U_D}{R_N} + I_S \cdot \left(e^{\frac{eU_D}{kT}} - 1 \right) \approx \frac{U_D}{R_N} + I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}}$$

Odavde sledi:

$$U_D = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{I_N - \frac{U_D}{R_N}}{I_S} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(\frac{2,5 \cdot 10^{-3} - \frac{U_D}{10^{-15} \cdot 10^3}}{10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(2,5 \cdot 10^{12} - \frac{U_D}{10^{-12}} \right)$$

Rešenje se izračunava iteracijama kao u zadatku 3.1. Pretpostavimo $U_{D0} = 1[V]$:

$$U_{D1} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2,5 \cdot 10^{12} - \frac{U_{D0}}{10^{-12}}\right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2,5 \cdot 10^{12} - \frac{1}{10^{-12}}\right) = 0,70091[V]$$

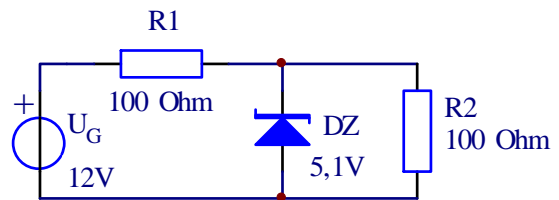
$$U_{D2} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2,5 \cdot 10^{12} - \frac{0,70091}{10^{-12}}\right) = 0,70545[V]$$

$$U_{D3} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2,5 \cdot 10^{12} - \frac{0,70545}{10^{-12}}\right) = 0,70539[V]$$

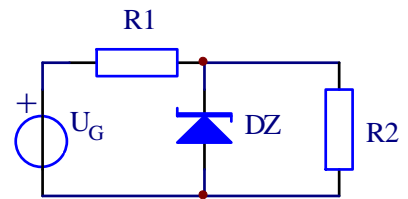
$$U_{D3} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2,5 \cdot 10^{12} - \frac{0,70539}{10^{-12}}\right) = 0,70539[V]$$

4. Kola sa Zener-ovim diodama

4.1. U datom kolu izračunati struje svih komponenti i primljenu odnosno predatu snagu!



4.2. Izračunati minimalnu i maksimalnu vrednost otpornosti R_1 u datom kolu! Poznato je: $U_G = (15 \pm 2)[V]$, $R_2 = (100 \dots 1000)[\Omega]$, $U_Z = 8,2[V]$, $I_Z = (5 \dots 100)[mA]$.



4.3. Izračunati minimalnu i maksimalnu vrednost otpornosti R_1 u datom kolu! Poznato je: $U_G = 12[V]$, $R_2 = (100 \dots 500)[\Omega]$, $U_Z = 5,1[V]$, $I_Z = (5 \dots 100)[mA]$.
Diskutujte dobijene rezultate!

