1. Félvezetők fizikája: töltéshordozók koncentrációja, vezetőképesség

1.1. Számítsa ki a tiszta szilícium fajlagos vezetőképességét *27°C*-on és *100°C*-on, ha ismertek az $n_i^2 = B^2 \cdot T^3 \cdot e^{-\frac{E_G}{kT}}$ és a $\sigma = e \cdot (\mu_n \cdot n_i + \mu_p \cdot p_i)$ összefüggések, ahol $B^2=5{,}4\cdot 10^{43}$ $[m^{-6}K^{-3}]$, $E_G=1{,}12$ $[eV]$, $k=8{,}62\cdot 10^{-5}$ $[eV/K]$, $\mu_n=0{,}135$ $[m^2/Vs]$, $\mu_p=0{,}048$ $[m^2/Vs]$!

Megoldás:
27°C=300K, 100°C=373K
Az elektronok és lyukak saját koncentrációja *300 K*-nél:

$$n_i^2 = 5{,}4 \cdot 10^{43} \cdot 300^3 \cdot e^{-\frac{1.12}{8{,}62\cdot 10^{-5}\cdot 300}} = 2{,}26 \cdot 10^{32} m^{-6} \Rightarrow n_i = \sqrt{2{,}26 \cdot 10^{32}} = 1{,}5 \cdot 10^{16} m^{-3}.$$

A fajlagos vezetőképesség *27°C*-on:

$$\sigma_{27^o C} = e \cdot (\mu_n \cdot n_i + \mu_p \cdot p_i) = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (0{,}135 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{16} + 0{,}048 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{16}) = 0{,}00043$$

$$\sigma_{27^o C} = 0{,}43 \cdot 10^{-3} [S/m]$$

Az elektronok és lyukak saját koncentrációja *373 K*-nél:

$$n_i^2 = 5{,}4 \cdot 10^{43} \cdot 373^3 \cdot e^{-\frac{1.12}{8{,}62\cdot 10^{-5}\cdot 373}} = 2{,}086 \cdot 10^{36} m^{-6} \Rightarrow n_i = \sqrt{2{,}086 \cdot 10^{36}} = 1{,}44 \cdot 10^{18} m^{-3}.$$

A fajlagos vezetőképesség 100°C-on:

$$\sigma_{100^o C} = e \cdot (\mu_n \cdot n_i + \mu_p \cdot p_i) = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot (0{,}135 \cdot 1{,}44 \cdot 10^{18} + 0{,}048 \cdot 1{,}44 \cdot 10^{18})$$

$$\sigma_{100^o C} = 42 \cdot 10^{-3} [S/m]$$

Kb. százszorosára nőtt a vezetőképesség a *73K* hőmérsékletemelkedés hatására.

1.2. Határozzuk meg a szabad elektronok és lyukak koncentrációját és a fajlagos vezetőképességet, ha a dónorok koncentrációja $N_D=10^{19}m^{-3}$, $n_i=1{,}5\cdot 10^{16}m^{-3}$!

Megoldás:
A szabad töltéshordozók koncentrációi:

$$n_n \approx N_D = 10^{19} [m^{-3}.]$$

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{(1{,}5 \cdot 10^{16})^2}{10^{19}} = 2{,}25 \cdot 10^{13} [m^{-3}] << n_i, N_D, n_n \ .$$

A fajlagos vezetőképesség:

$$\sigma \approx e \cdot \mu_n \cdot n_i = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}135 \cdot 10^{19}$$

$$\sigma = 0{,}216 [S/m]$$

---

2. Félvezető dióda feszültség-áram jelleggörbéje, nagyáramú és kisáramú modellek

2.1. Számítsa ki, mennyivel kell növelni a dióda feszültségét, hogy az árama *1[mA]*-ról *100[mA]*-ra változzék! Ismert: $I_S=0{,}1[pA]$, $k=8{,}62\cdot10^{-5}[eV]=1{,}38\cdot10^{-23}[J]$, $T=300[K]$.

Megoldás:
A dióda egyenletéből kiindulva:

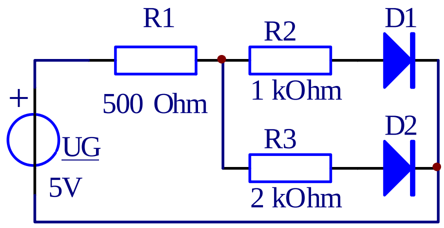
$$I_D = I_S\cdot\left(e^{\frac{eU_D}{kT}}-1\right)\Rightarrow U_D=\frac{kT}{e}\ln\left(\frac{I_D}{I_S}+1\right)\approx\frac{kT}{e}\ln\left(\frac{I_D}{I_S}\right)$$

$$U_{D1}=\frac{kT}{e}\ln\left(\frac{I_{D1}}{I_S}\right)=25{,}86\cdot10^{-3}\cdot\ln\left(\frac{10^{-3}}{0{,}1\cdot10^{-12}}\right)=0{,}595[V]$$

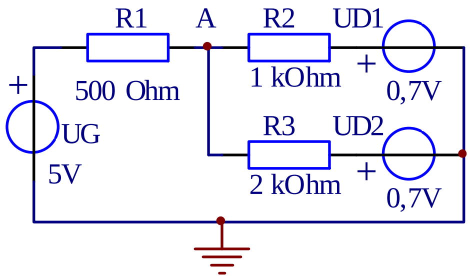
$$U_{D2}=\frac{kT}{e}\ln\left(\frac{I_{D2}}{I_S}\right)=25{,}86\cdot10^{-3}\cdot\ln\left(\frac{100\cdot10^{-3}}{0{,}1\cdot10^{-12}}\right)=0{,}715[V]$$

$$\Delta U_D=U_{D2}-U_{D1}=0{,}715-0{,}595=0{,}12[V]$$

2.2 Oldja meg az áramkört feltételezve, hogy a diódák vezetési állapotban vannak és feszültségesésük $U_{D1}=U_{D2}=0{,}7[V]=const.$



Megoldás:
A diódákat független feszültségforrásokkal helyettesítjük. Megjelöljük a referens csomópontot (föld) és az *A* csomópontot. A csomóponti potenciálok módszerével az A csomópontra a következő egyenlet írható:



$$V_A\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)=U_G\cdot\left(\frac{1}{R_1}\right)+U_{D1}\cdot\left(\frac{1}{R_2}\right)+U_{D2}\cdot\left(\frac{1}{R_3}\right)$$

Kifejezzük V_A-t:

$$V_A=\frac{U_G\cdot\left(\frac{1}{R_1}\right)+U_{D1}\cdot\left(\frac{1}{R_2}\right)+U_{D2}\cdot\left(\frac{1}{R_3}\right)}{\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)}=\frac{5\cdot\left(\frac{1}{500}\right)+0{,}7\cdot\left(\frac{1}{1000}\right)+0{,}7\cdot\left(\frac{1}{2000}\right)}{\left(\frac{1}{500}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{2000}\right)}$$

$$V_A=3{,}157V.$$

Az egyes ágak áramai:

$$I_{R1}=\frac{U_G-V_A}{R_1}=\frac{5-3{,}157}{500}=3{,}686[mA].$$

$$I_{R2} = \frac{V_A - U_{D1}}{R_2} = \frac{3{,}157 - 0{,}7}{1000} = 2{,}457[mA].$$

$$I_{R3} = \frac{V_A - U_{D2}}{R_3} = \frac{3{,}157 - 0{,}7}{2000} = 1{,}228[mA].$$

2.3 Számítsa ki a félvezető dióda dinamikus ellenállását az I_D=*5[mA]*-os munkapontban. Adott: $I_S=10^{-15}[A]$, $kT/e=25[mV]$.

Megoldás:
A dióda áram-feszültség egyenletéből indulunk ki:

$$I_D = I_S \cdot \left(e^{\frac{eU_D}{kT}} - 1 \right)$$

Deriválva U_D szerint, a következő eredményt kapjuk:

$$\frac{dI_D}{dU_D} = I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}} \cdot \frac{e}{kT} \approx I_D \cdot \frac{e}{kT}.$$

A dinamikus ellenállás:

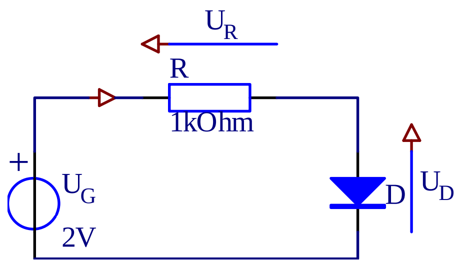
$$r_d = \frac{dU_D}{dI_D} \approx \frac{1}{I_D} \cdot \frac{kT}{e}.$$

A megadott áramnál a következő értéket kapjuk:

$$r_d \approx \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 5[\Omega].$$

---

3. Egyszerű áramkörök egy diódával



3.1. Számítsa ki a dióda feszültségét a megadott kapcsolásban! Adott: $I_S=10^{-15}[A]$, $kT/e=25[mV]$.

Megoldás:
Az egyetlen hurokra felírható egyenlet Kirchhoff második törvénye szerint:

$$U_G = R \cdot I_D + U_D$$

Mivel:

$$I_D = I_S \cdot \left(e^{\frac{eU_D}{kT}} - 1 \right) \approx I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}}$$

Következik:

$$U_G = R \cdot I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}} + U_D$$

Innen:

$$U_D = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{U_G - U_D}{I_S \cdot R} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_G - U_D}{I_S \cdot R} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_G - U_D}{1000 \cdot 10^{-15}} \right)$$

A megoldást iteratív módon végezzük. *Legyen $U_{D0}=1[V]$*:

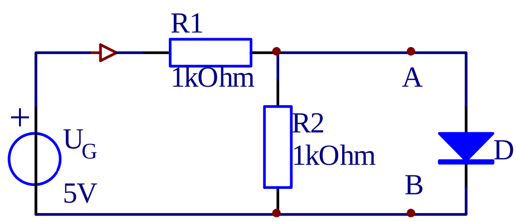
$$U_{D1} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_G - U_{D0}}{1000 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{2-1}{1000 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{1}{10^{-12}} \right) = 0{,}69077[V]$$

$$U_{D2} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_G - U_{D1}}{10^{-12}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{2 - 0{,}69077}{10^{-12}} \right) = 0{,}69751[V]$$

$$U_{D3} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_G - U_{D2}}{10^{-12}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{2 - 0{,}69751}{10^{-12}} \right) = 0{,}69738[V]$$

$$U_{D4} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_G - U_{D3}}{10^{-12}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{2 - 0{,}69738}{10^{-12}} \right) = 0{,}69738[V]$$

3.2. A Thèvenin tételt alkalmazva számítsa ki a dióda áramát a megadott kapcsolásban! Adott: $I_S=10^{-15}[A]$, $kT/e=25[mV]$.



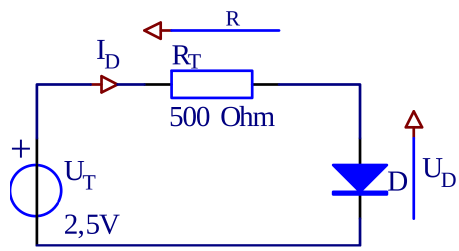
Megoldás:

Az áramkör diódán kívüli része U_T, R_T valós feszültségforrással helyettesíthető, ahol:

$$U_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_G = 2{,}5[V]$$

$$R_T = R_1 \parallel R_2 = 500[\Omega]$$

A megfelelő helyettesítő kapcsolás:



Az egyetlen hurokra felírható egyenlet Kirchhoff második törvénye szerint:

$$U_T = R_T \cdot I_D + U_D$$

Mivel:

$$I_D = I_S \cdot \left(e^{\frac{eU_D}{kT}} - 1 \right) \approx I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}}$$

Következik:

$$U_T = R_T \cdot I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}} + U_D$$

Innen:

$$U_D = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{U_T - U_D}{I_S \cdot R_T} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_T - U_D}{I_S \cdot R_T} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_T - U_D}{500 \cdot 10^{-15}} \right)$$

A megoldást iteratív módon végezzük, mint a 3.1. feladatban. Legyen $U_{D0}=1[V]$:

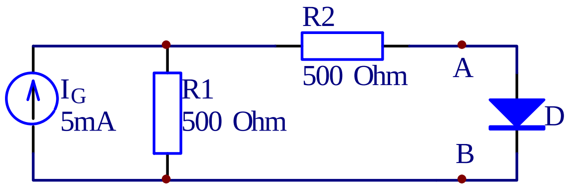
$$U_{D1} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_T - U_{D0}}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{2{,}5 - 1}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 0{,}71824[V]$$

$$U_{D2} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_T - U_{D1}}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{2{,}5 - 71842}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 0{,}72254[V]$$

$$U_{D3} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_T - U_{D2}}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{2{,}5 - 72254}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 0{,}72248[V]$$

$$U_{D4} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{U_T - U_{D3}}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{2{,}5 - 72248}{500 \cdot 10^{-15}} \right) = 0{,}72248[V]$$

3.3. A Norton tételt alkalmazva számítsa ki a dióda áramát a megadott kapcsolásban! Adott: $I_S=10^{-15}[A]$, $kT/e=25[mV]$.



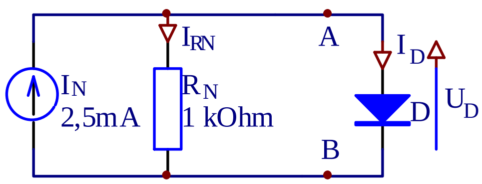
Megoldás:

Az áramkör diódán kívüli része I_N, R_N valós áramforrással helyettesíthető, ahol:

$$I_N = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_G = 2{,}5[mA]$$

$$R_N = R_1 + R_2 = 1[k\Omega]$$

A megfelelő helyettesítő kapcsolás:



Az A csomópontra felírható egyenlet Kirchhoff első törvénye szerint:

$$I_N = I_{RN} + I_D = \frac{U_D}{R_N} + I_S \cdot \left(e^{\frac{eU_D}{kT}} - 1 \right) \approx \frac{U_D}{R_N} + I_S \cdot e^{\frac{eU_D}{kT}}$$

Innen:

$$U_D = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{I_N}{I_S} - \frac{U_D}{I_S \cdot R_N} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{2{,}5 \cdot 10^{-3}}{10^{-15}} - \frac{U_D}{10^{-15} \cdot 10^{3}} \right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2{,}5 \cdot 10^{12} - \frac{U_D}{10^{-12}} \right)$$

A megoldást iteratív módon végezzük, mint a 3.1. feladatban. Legyen $U_{D0}=1[V]$:

$$U_{D1} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2{,}5 \cdot 10^{12} - \frac{U_{D0}}{10^{-12}}\right) = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2{,}5 \cdot 10^{12} - \frac{1}{10^{-12}}\right) = 0{,}70091[V]$$

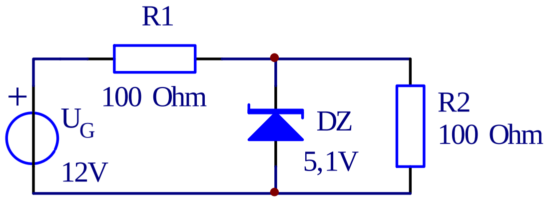
$$U_{D2} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2{,}5 \cdot 10^{12} - \frac{0{,}70091}{10^{-12}}\right) = 0{,}70545[V]$$

$$U_{D3} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2{,}5 \cdot 10^{12} - \frac{0{,}70545}{10^{-12}}\right) = 0{,}70539[V]$$

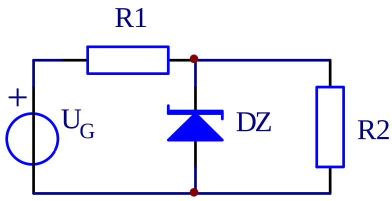
$$U_{D3} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(2{,}5 \cdot 10^{12} - \frac{0{,}70539}{10^{-12}}\right) = 0{,}70539[V]$$

4. Kapcsolások Zener-féle diódákkal

4.1. A megadott kapcsolásban számítsa ki minden alkatrész áramát és a felvett-, ill. leadott teljesítményeket!



4.2. A megadott kapcsolásban számítsa ki R_1 minimális és maximális ellenállásértékét! Adott: $U_G=(15\pm2)[V]$, $R_2=(100...1000)[\Omega]$, $U_Z=8{,}2[V]$, $I_Z=(5...100)[mA]$.



4.3. A megadott kapcsolásban számítsa ki R_1 minimális és maximális ellenállásértékét! Adott: $U_G=12[V]$, $R_2=(100...500)[\Omega]$, $U_Z=5{,}1[V]$, $I_Z=(5...100)[mA]$. Értelmezze a kapott eredményeket!