

6 A teljesítményelektronikai kapcsolások modellezése

A teljesítményelektronikai berendezések vagy már önmagukban egy bizonyos szabályzott rendszert alkotnak, vagy egy nagyobb szabályozott rendszer részét képezik. A szabályzóelemek (hibaerősítő) megfelelő méretezése végett ismerni kell a berendezés dinamikus viselkedését. Megfelelő módon le kell írni a rendszer várható reakcióját a vezérlőjel, a terhelés illetve a bemeneti feszültség változásaira. Csak így képzelhető el olyan szabályozókör kialakítása, amely a kimeneti változókat kellő dinamikával és pontossággal be tudja szabályozni.

A modellezést nehezíti, hogy a kapcsolóüzemből eredően nem folytonos (kontinuális) hanem diszkrét rendszerrel van dolgunk, a szabályzókörök többsége viszont folytonos. A kapcsolók működése következtében időszakosan változik a rendszer topológiája. A topológia változása a modellezésnél az egyenletek megváltozását vonja maga után.

A teljesítményelektronikai berendezések numerikus analízise megfelelő hardver és szoftver igénybevételével véghezvihető. A numerikus analízis során az egyes kapcsolások közötti szakaszokban lineáris rendszerrel van dolgunk. A kapcsolók állapotának megváltozásakor egy másik, de szintén lineáris rendszer alakul ki. A két egymás utáni lineáris szakaszt a peremfeltételek kötik össze. A tekercsek árama és a kondenzátorok feszültsége szakadásmentes időfüggvények, ezek az értékek a kapcsolások pillanatában változatlanok.

A numerikus analízis hátránya, hogy a megoldás nem általános jellegű, mindig csak egy adott esetre vonatkozó konkrét megoldást kapunk. Még sokszori, különböző feltételek mellett ismételt analízis alapján sem könnyű olyan következtetéseket levonni, amelyek alapján a szabályzóelemek méretezhetők. Ezért vezették be az itt ismertetésre kerülő átlagolt modelleket.

6.1 Modellezés állapotegyenletekkel

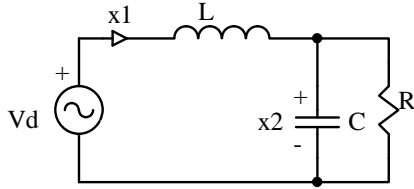
A lineáris (és nemlineáris) rendszerek analízisét állapotegyenletekkel végezhetjük. Az állapotegyenletek olyan lineáris differenciálegyenlet-rendszert alkotnak, amelyekben n változó és azok első deriváltjai szerepelnek. A változók az állapotváltozó nevet viselik. Az egyenletrendszer megoldásához szükséges az n változó kezdeti értékeinek ismerete (peremfeltételek).

A 6-1 ábrán bemutatott másodfokú lineáris rendszer (két állapotváltozót tartalmaz), a következő állapotegyenletekkel írható le:

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{L}x_2 + \frac{1}{L}v_d \quad (6-1)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 \quad (6-2)$$

Itt az x_1 változó a tekercs árama, az x_2 változó a kondenzátor feszültsége, v_d a gerjesztőfeszültség.



6-1 ábra: Egyszerű másodfokú lineáris rendszer.

Általános esetben az állapotegyenletek mátrix alakban a következőképpen írhatók:

$$\dot{x} = Ax + Bv_d \quad (6-3)$$

ahol x az állapotvektor, A az állapot-együttható mátrix, v_d a gerjesztő vektor, B a gerjesztő-együttható mátrix.

Adott esetben az alkalmazott vektorok és mátrixok a következők:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad v_d = v_d \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6-4)$$

Mivel A és B nem függvényei x -nek és v_d -nek, a rendszer lineáris. Az egyenletrendszer megoldását a lineáris differenciálegyenletekre kidolgozott matematikai módszerekkel végezhetjük.

A differenciálegyenletek megoldása a változók időfüggvényeit adja. Ha a komplex átviteli függvényekre van szükségünk, először is a 6-3 egyenletre alkalmazni kell a *Laplace* transzformációt, majd ki kell fejezni az átviteli függvényeket. A szabályozókörök optimalizációja rendszerint az átviteli függvényekből indul ki.

6.1.1 Az átalakító állapotegyenleteinek felírása

Az átalakítók hasonló lineáris rendszereként viselkednek az egyes időintervallumokban, mint a 6-1 ábrán bemutatott egyszerű kapcsolás. A lényeges eltérés az, hogy a kapcsoló(k) állapotának megváltozásakor változik az áramkör topológiája. Az új időintervallumban új egyenleteket kell írni az átalakítóra. Az egyenletek azonos alakúak, mint a korábbi intervallumban, csak az A mátrix és a B vektor elemei változnak meg.

Az átalakítóra általános esetben annyi differenciálegyenlet rendszer írható fel, ahány különböző topológia érvényes rá a kapcsolók működéséből következően. Kontinuális üzemben az átalakítók rendszerint két topológiát vesznek fel, diszkontinuális üzemben pedig hármat.

Két topológia esetén a következő egyenletrendszerek az érvényesek az átalakító működésének $(n+1)$ -ik periódusára:

$$\dot{x} = A_1x + B_1v_d \quad nT_s \leq t < (n + d_n)T_s \quad (6-5)$$

$$\dot{x} = A_2x + B_2v_d \quad (n + d_n)T_s \leq t < (n + 1)T_s \quad (6-6)$$

ahol t az idő, $T_s = 1/f_s$ a kapcsolási periódus, d_n a kitöltési tényező értéke az $(n+1)$ -ik periódusban.

6.1.2 Az állapotegyenletek átlagolása

Az előző szakaszban felírt egyenletek az átalakító diszkrét modelljét képezik. Az állapotváltozók ugyan szakadásmentesek a kapcsoló(k) állapotváltozásai közben, de a deriváltjaik nem.

Az állapotegyenletek átlagolása egy olyan matematikai eljárás, amely a jeleknek egy kapcsolási periódusra számított átlagértékével dolgozik, nem veszi figyelembe a jelek hullámszámát egy perióduson belül. A hullámszámok elhanyagolása az az ár, amit fizetnünk kell, hogy folytonos modellt kapjunk. A folytonos (kontinuális) modell alkalmas az átalakító viselkedésének sok kapcsolási perióduson keresztül történő követésére, viszonylag kis matematikai erőfeszítés mellett.

Szükség szerint a jelek egy perióduson belüli hullámszáma viszonylag egyszerű időtartományban végzett analízissel külön kiszámítható. Rendszerint a hullámszámmal kapcsolatban csak egy analízist végzünk el, a lehetséges legrosszabb esetre, amely a legnagyobb hullámszámokat adja. Erről már szó volt az egyes kapcsolások ismertetésekor.

Az állapotegyenletek átlagolását úgy végezzük, hogy a 6-5 és 6-6 egyenleteket a nekik megfelelő kitöltési tényezőkkel (d_n ill. $1-d_n$) megszorozzuk. Az így kapott egyenleteket összeadjuk (súlyozott összeg). Az eredő egyenlet a következő lesz:

$$\dot{x} = [A_1 d_n + A_2(1-d_n)]x + [B_1 d_n + B_2(1-d_n)]V_d \quad (6-7)$$

A kitöltési tényező (d_n) időben diszkrét függvény, de helyettesíthető egy folytonos időfüggvénnyel (d), amely a kérdéses pillanatokban ugyanazokat az értékeket veszi fel, mint az eredeti diszkrét függvény. Így a 6-7 egyenlet érvényben marad.

Az állapotegyenletek mellett szükséges felírni a kimeneti változó kiszámítására szolgáló egyenletet is. Az átalakítónál általában a kimeneti feszültséget az állapotváltozók lineáris kombinációjaként fejezzük ki:

$$v_o = Cx \quad (6-8)$$

Erre az egyenletre is alkalmazva az állapotegyenleteknél bevezetett átlagolást, a következő eredményt kapjuk:

$$v_o = [C_1 d + C_2(1-d)]x \quad (6-9)$$

Az így kapott 6-7 és 6-9 egyenletek nem alkalmasak az átalakító átviteli függvényeinek levezetésére, mivel nemlineáris összefüggéseket fejeznek ki: az egyenletek jobb oldalain az állapotváltozók és a kitöltési tényező szorzatai szerepelnek.

6.1.3 Linearizáció

Lineáris modellhez úgy juthatunk, hogy kis változásokat tételezünk fel adott munkapont környékén. Ha kétely merülne fel a modell érvényességét illetően, a linearizáció elvégezhető több munkapontban.

Első lépésként a változókat felírjuk a nyugalmi (munkaponti) érték és a változás összegeként:

$$x = X + \tilde{x}, \quad v_o = V_o + \tilde{v}_o, \quad d = D + \tilde{d}. \quad (6-10)$$

Hasonló egyenlet írható a bemeneti feszültségre is, de a jelen analízis egyszerűsítése érdekében tételezzük fel, hogy a bemeneti feszültség állandó.

A 6-10 egyenleteket az átlagolt állapotegyenletekbe (6-7 egyenlet) helyettesítve, majd figyelembe véve a tényt, hogy az állapotváltozók munkaponti értékének deriváltja értelemszerűen nulla értékű ($\dot{X} = 0$), a következő kifejezést kapjuk:

$$\dot{\tilde{x}} = AX + Bu + A\tilde{x} + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)V_d]\tilde{d} \quad (6-11)$$

Itt a következő helyettesítések alkalmaztak:

$$A = A_1d + A_2(1-d), \quad B = B_1d + B_2(1-d) \quad (6-12)$$

A 6-11 egyenletben elhanyagoltunk minden olyan tagot, amelyben két kis változás (\tilde{x} és \tilde{d}) szorzata szerepel.

A 6-11 egyenletben figyelmen kívül hagyva a változásokat és azok deriváltjait, a nyugalmi ponti egyenlethez jutunk:

$$AX + BV_d = 0 \quad (6-13)$$

Alkalmazva a 6-13 feltételt a 6-11 egyenletre, különválasztható a munkapont körüli változásokra vonatkozó összefüggés a munkapont számításától. Így kapjuk a következő összefüggést:

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)V_d]\tilde{d} \quad (6-14)$$

A 6-9 egyenletbe helyettesítve a változóknak a 6-10 egyenletekkel megadott felbontását, a kimeneti változóra a következő összefüggést kapjuk:

$$V_o + \tilde{v}_o = CX + C\tilde{x} + [(C_1 - C_2)X]\tilde{d} \quad (6-15)$$

ahol:

$$C = C_1D + C_2(1-D) \quad (6-16)$$

Itt is különválasztható a munkapontot meghatározó megoldásrész:

$$V_o = CX \quad (6-17)$$

Így jutunk a változásokra vonatkozó összefüggéshez:

$$\tilde{v}_o = C\tilde{x} + [(C_1 - C_2)X]\tilde{d} \quad (6-18)$$

amit a továbbiakban az átviteli függvény levezetésekor fogunk használni.

A munkapontot meghatározó egyenletekből (6-13 és 6-17) megkapható a korábban más módszerekkel meghatározott feszültségátviteli tényező:

$$\frac{V_o}{V_d} = -CA^{-1}B. \quad (6-19)$$

Az egyes átalakítók tárgyalásakor a feszültségátviteli tényezőt abból a feltételből vezettük le, hogy adott munkapontban a tekercs feszültségének átlagértéke nulla (2-1 egyenlet).

6.1.4 Az átalakító átviteli függvényeinek levezetése

A változásokra vonatkozó 6-14 egyenletre alkalmazva a *Laplace* transzformációt, a következő komplex egyenlethez jutunk:

$$s\tilde{x}(s) = A\tilde{x}(s) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)V_d]\tilde{d}(s). \quad (6-20)$$

Az állapotváltozókra megoldva:

$$\tilde{x}(s) = [sI - A]^{-1}[(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)V_d]\tilde{d}(s). \quad (6-21)$$

Itt I az egységmátrix.

Ha a 6-18 egyenletre is alkalmazzuk a *Laplace* transzformációt és a 6-21 egyenletből behelyettesítjük az $\tilde{x}(s)$ -re kapott kifejezést, eljutunk az átalakító komplex átviteli függvényéhez:

$$T_p(s) = \frac{\tilde{v}_o(s)}{d(s)} = C[sI - A]^{-1}[(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)V_d] + (C_1 - C_2)X. \quad (6-22)$$

A szabályozóköri méretezésénél az itt levezetett $T_p(s)$ átviteli függvényre van szükség. Ha az átalakító viselkedését a bemeneti feszültség változása közben szeretnénk vizsgálni, rögzíthetjük a kitöltési tényezőt és levezethetjük a kimenet/bemenet közötti átviteli függvényt. Ha egyszerre szeretnénk vizsgálni az átalakító teljes működését, a változók széttagolására vonatkozó egyenleteknél (6-10 egyenletek) figyelembe kell venni, hogy a bemeneti feszültség is tartalmaz változó részt.

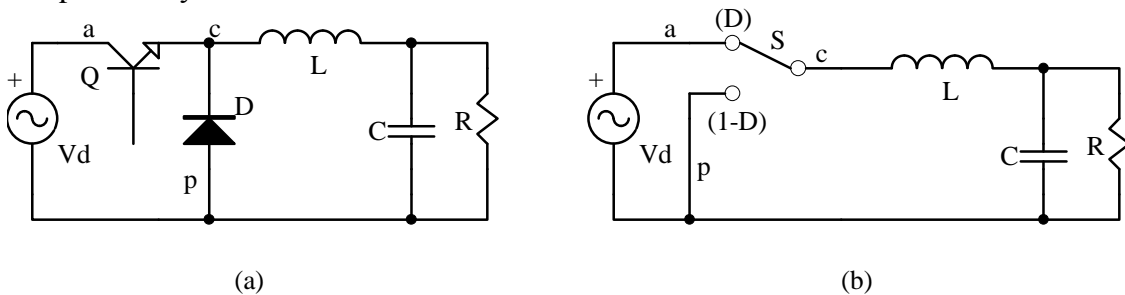
6.2 A kapcsoló átlagolása

Egy másik, az állapotegyenletek átlagolásától független módszer a kapcsoló viselkedésének átlagolásán alapszik. Az elgondolás hasonló, mint a tranzisztoros erősítők modellezésénél: az áramkör nemlineáris részét eltávolítjuk, helyébe egy modellt építünk be, az áramkör többi (lineáris) részét viszont érintetlenül hagyjuk. Ez a módszer különösen az átalakítók számítógépes szimulációjánál nyújt nagy segítséget, mivel végeredményben nem egyenleteket, hanem áramköri modellt kapunk.

6.2.1 Átlagolás

A kapcsoló átlagolása úgy történik, hogy a kapcsolón jelentkező áramokat és feszültségeket azok átlagértékeivel helyettesítjük. Az átlagérték számításakor két- ill. három értéket kell a megfelelő kitöltési tényezőkkel megszorozni, majd összeadni, attól függően, hogy az átalakító folytonos vagy szakadós üzemben dolgozik-e.

Az átalakító alapkapcsolásokban mindig egy aktív kapcsoló (tranzisztor) és egy passzív kapcsoló (dióda) találkozik egy pontban (6-2a ábra). A kapcsoló átlagolásakor ez a két alkatrész egy egészet képez (6-2b ábra). Transzformátoros átalakítóknál a tranzisztor és a dióda nem egy közös pontra csatlakoznak, de megfelelő átalakítással itt is a kapcsolás ilyen alakra hozható.



6-2 ábra: Feszültségcsökkentő átalakító tranzisztorral és diódával (a), a kapcsoló általános jelölésével (b).

A kapcsoló általános jelölésénél az egyes csatlakozási pontokat a következő módon jelöltük: *a* aktív, *p* passzív, *c* közös. Eredetileg a kapcsoló aktív része az *a* és *c*

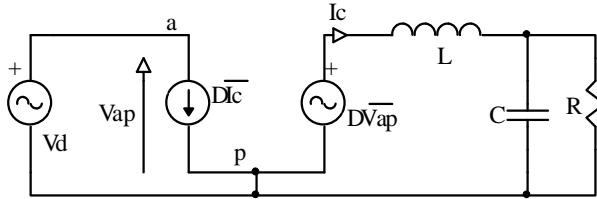
pontok közé volt csatlakoztatva, a passzív rész pedig a p és a c pontok közé. A 6-2b ábrán bejelöltük azt is, hogy a periódus melyik részében van a kapcsoló az a ill. a p állásban.

Folytonos tekercsáram mellett a következő egyenletek írhatók fel a kapcsoló feszültségeinek ill. áramainak átlagértékeire:

$$\bar{V}_{cp} = D\bar{V}_{ap} \quad (6-23)$$

$$\bar{I}_a = DI_c \quad (6-24)$$

A 6-23 egyenlet egy feszültségvezérelt feszültségforrással modellezhető, míg a 6-24 egyenlet egy áramvezérelt áramforrással. Így jutunk a feszültségcsökkentő kapcsolás áramköri modelljéhez (6-3 ábra), mely a kapcsoló átlagolásán alapszik.



6-3 ábra: A feszültségcsökkentő átalakító áramköri modellje az átlagolt kapcsolóval.

Megfelelő áramköri szimulátorral (amely támogatja a vezérelt források alkalmazását) az átalakító viselkedése vizsgálható minden konkrét gerjesztés esetére. Számításba jöhetnek kisjelű és nagyjelű szimulációk is.

A kutatók kifejlesztették a megfelelő átlagolt kapcsoló modellt a szakadásos üzemre is, sőt olyan kapcsolások is modellezhetők így, amelyek állandóan a folytonos és szakadásos üzem határán üzemelnek.

6.2.2 Linearizáció

A 6-3 ábrán bemutatott áramköri modell természetesen nem lineáris: az áramok és feszültségek illetve a kitöltési tényező szorzata szerepel az egyes vezérelt források leírásában.

A linearizáció úgy végezhető el, hogy a 6-10 egyenleteknek megfelelően itt is különválasztjuk az áramok, feszültségek és a kitöltési tényező munkapontot definiáló részét és a változó részt. Ezt követően az áramkört két újabb áramkörrel helyettesíthetjük: egyik a munkapont számítására alkalmas, a másik az átalakító kisjelű lineáris modellje, amely az átviteli függvény levezetésére alkalmas.

6.2.3 Az átalakítók átviteli függvényeinek levezetése

Mivel a kapcsoló átlagolása közben nem egyenletekhez, hanem áramköri modellhez jutottunk, az átviteli függvények levezetését hagyományos áramkör-elemzési módszerekkel végezhetjük el. Az áramkör alapján közvetlenül írhatók a komplex egyenletek, amelyeket megfelelő változókra megoldva a keresett átviteli függvényt kapjuk.